





COURS
DE PHYSIQUE
EXPERIMENTALE.

TOME PREMIER.

COURS DE PHYSIQUE EXPÉRIMENTALE,

PAR le Docteur J. T. DESAGULIERS, de la Societé Royale de Londres.

TRADUIT DE L'ANGLOIS

PAR le R. P. PEZENAS de la Compagnie de Jesus, Professeur Royal d'Hydrographie à Marseille.

Enrichi de Figures.

TOME PREMIER.

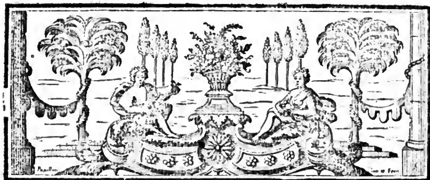




A PARIS,

Chez { JACQUES ROLLIN, Quay des Augustins, à S. Athanase. ET CHARLES-ANTOINE JOMBERT, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. LI.



PREFACE.



TOUTES les connoiſſances que nous avons de la nature ſont appuyées ſur les faits : une Phyſique denuée d'obſervations & d'expériences n'eſt qu'une ſcience de mots & un jargon inintelligible. Mais il faut neceſſairement appeller à notre ſecours la Géométrie & l'Arithmétique, ſi nous ne voulons pas nous borner à l'Hiſtoire naturelle & à la Phyſique conjecturale. En effet, comme les effets compoſés dependent d'un grand nombre de cauſes, on pourroit méconnoître la cauſe principale, ſi l'on n'étoit pas en état de meſurer la quantité des effets que chacune produit, de les comparer enſemble, & de diſtinguer les uns des autres, pour découvrir leur cauſe totale, & pour trouver le reſultat de la réunion de ces differentes cauſes. Lorſque le Roman Philoſophique de M. *Deſcartes* eut renverſé la Phyſique d'*Ariſtote*, par l'élégance de ſon ſtyle & par l'explication plauſible des phénomenes de la nature, on ne tira pas

un grand avantage de ce changement. Une nouvelle Secte de Philosophes prit la place de quelques Pedans qui cachoient leur ignorance sous des termes pompeux & sous des expressions barbares : mais ces Philosophes indolens s'attacherent à un genre de Philosophie qui ne demande aucune connoissance des Mathématiques ; & s'appuyant sur quelques principes dont ils n'examinoient pas la réalité , & qui ne pouvoient pas s'accorder ensemble , ils se flattoient d'être en état d'expliquer méchaniquement toutes les apparences par le seul mouvement des particules de la matiere. Ils allerent si loin, qu'ils prétendirent expliquer des phénomenes, que peut-être *Descartes* n'auroit pas cru lui-même pouvoir expliquer; car sa Physique n'auroit pas été à l'épreuve de la Géometrie qu'il connoissoit parfaitement. C'est au Chevalier *Newton* , qui a le premier appliqué la Géométrie à la Philosophie, que nous sommes redevables de la déroute de cette armée de *Goths* & de *Vendales*, qui ravageoient le monde philosophique. Il l'a enrichi d'un plus grand nombre de grandes découvertes, que n'avoient fait avant lui tous les Philosophes ensemble : & il a jetté des fondemens si solides pour acquerir de nouvelles connoissances, que même après sa mort on puise dans ses Ouvrages des lumieres qui enrichissent la Physique. Avant lui on ne formoit que de vaines conjectures sur la cause du mouvement des Cométes & des Planétes autour du Soleil ; mais aujourd'hui il a trouvé cette cause dans les loix universelles de l'attraction (dont il a prouvé l'existence d'une maniere

maniere inconteſtable) & il a fait voir que les irregularités apparentes de la Lune, qui s'étoient toujours refuſées au calcul des Aſtronomes, ne ſont préciſément que des conſéquences neceſſaires de l'action du Soleil & de la Terre ſur cette Planéte, ſelon leurs differentes poſitions. Les principes qu'il établit éclairciſſent toutes les difficultés des divers *phénoménes* du flux & du reflux de la mer, & il eſt maintenant démontré que la vraye figure de la Terre, eſt celle d'un ſphéroïde applati & plus élevé vers l'Equateur que vers les poles, malgré toutes les conjectures & les opinions contraires. Notre *Philoſophe incomparable* nous a découvert & démontré la vraye nature de la lumiere & des couleurs qui étoient entierement cachées aux plus habiles Naturaliſtes; car pendant qu'ils cherchoient tous l'origine des couleurs dans le mêlange de l'ombre & de la lumiere, *Newton* a fait voir qu'elles étoient renfermées dans les rayons du ſoleil & dans la lumiere même; & que la ſurface des corps colorés ne ſervoit qu'à ſéparer les rayons qui forment les differentes couleurs, en abſorbant les uns & réfléchiſſant les autres à notre œil, d'une maniere propre à produire les differentes ſenſations d'où dépend l'agréable varieté des objets colorés.

Son optique contient, outre les proprietés de la lumiere, un vaſte fond de Philoſophie, compris ſous le nom modeſte de queſtions ou de doutes, comme ſi ce n'étoient que des conjectures; mais ces mêmes queſtions ſe trouvent confirmées par les expériences & obſervations journalieres. Nous en avons un exemple bien remarquable

dans l'excellent Traité du Docteur *Etienne Halles* sur la *Statique des Vegetaux*, où plusieurs questions & propositions de *Newton* sont démontrées par l'expérience, de maniere à ne laisser aucun doute.

Je ne parlerai pas ici des belles inventions du Chevalier *Newton* dans les Mathématiques pures. Elles lui ont attiré avec raison l'admiration de ses Compatriotes & des Etrangers. Mais quoi qu'il en ait fait un grand usage pour découvrir la cause des *Phénoménes* de la nature, elles sont étrangeres au sujet que je traite, n'étant ici question que de la *Physique experimentale*. Mon but n'a été dans ce Cours que de parvenir à la connoissance de la nature par les expériences, non-seulement dans les circonstances où l'on n'y est parvenu que par cette voye, mais encore dans celles où cette connoissance n'a été acquise que par une longue suite de conséquences mathématiqves. Car j'ai trouvé des expériences qui nous conduisent pas à pas aux mêmes conclusions.

L'idée qu'on a eu qu'il faut necessairement entendre les Mathématiques pour être Physicien, a détourné bien des gens de la *Physique Newtonienne*. J'ai oui-dire à plusieurs *Cartésiens* que si la connoissance de la Géométrie étoit necessaire pour les convaincre, ils aimoient mieux perseverer dans leur maniere de philosopher, que de se jetter dans un si grand embarras : comme si l'on méritoit le nom de Philosophe, en raisonnant sur des principes qui paroissent faux ou arbitraires, & imaginés uniquement pour expliquer un phénomene. Celui qui explique par

une *hypothefe* comment les mouvemens celeftes ont pû s'executer, ne rend pas raifon du fyftême du monde ; c'eft celui qui en démontre les caufes réelles. Il en eft de même des autres phénomenes : car fi l'on ne peut pas démontrer ce que l'on veut expliquer, il vaut mieux avouer fon ignorance, que de donner de vaines conjectures pour de vrayes explications. Si l'on vient jamais à connoître la caufe des differentes operations du *Magnetifme*, on la trouvera dans la comparaifon des expériences & obfervations de *Norman*, *Pound*, *Paisley*, *Graham*, *Mufchembrock*, *Savery*, *Marcel* & autres (qui font profeffion d'ignorer la caufe de ces merveilleux effets) plûtôt que dans les differentes hypothefes de ces Philofophes, à qui la force de l'imagination fournit des conjectures qui font démenties par les obfervations journalieres & par les *Loix ordinaires du mouvement*.

Mais pour revenir à la *Philofophie Newtonienne*, quoiqu'elle foit démontrée par les principes des Mathématiques, on peut cependant la communiquer au Public fans le fecours de ces principes. L'illuftre M. *Locke* eft le premier qui a trouvé le moyen de devenir *Philofophe Newtonien* fans fe fervir de la Géométrie. Il demanda à M. *Huygens* fi toutes les *Propofitions mathématiques* du Livre des *Principes de Newton* étoient veritables, & M. *Huygens* lui ayant répondu qu'il pouvoit compter fur leur évidence, il les regarda comme des hypothefes inconteftables. Il examina avec foin les raifonnemens & les corollaires que l'on tire de ces principes, & il fut pleinement

convaincu des grandes découvertes qui ſont contenues dans ce Livre. Il lut de même avec plaiſir l'Optique de Newton, en s'attachant aux propoſitions qui n'étoient pas purement mathématiques *. Mais comme on a inventé pluſieurs machines pour expliquer & prouver par expérience, ce que *Newton* a démontré mathématiquement, & que pluſieurs de ſes propres *expériences* ont été repetées dans les *Cours de Phyſique*, il eſt arrivé qu'un grand nombre de perſonnes ont fait de grands progrès dans la Phyſique par voye d'amuſement, & que quelques uns y ont pris tant de goût, qu'ils ſe ſont enfin déterminés à étudier les Mathématiques, & ſont devenus de grands Philoſophes. Le Docteur Jean *Keill* eſt le premier qui ait donné des Leçons publiques de *Phyſique expérimentale*, à la maniere des Mathématiciens ; car il a donné des *Propoſitions* fort ſimples, qu'il a prouvées par des *Expériences*, & il en a conclu d'autres plus compoſées, qu'il a auſſi confirmé par des expériences ; de maniere qu'il a mis ſes Auditeurs parfaitement au fait des *Loix du mouvement*, des *Principes* de l'*Hydroſtatique* & de l'*Optique*, & de quelques-unes des principales propoſitions de Newton ſur la *Lumiere & les Couleurs*. Il commença ſes *Cours* de Phyſique à *Oxford*, vers l'an 1704 ou 1705, & il donna par ce moyen du goût au Public pour la *Philoſophie Newtonienne*. Il eſt vrai que vers ce tems-là M. *Hauksbée* fit en public à *Londres* des Experiences *électriques*, *hydroſtatiques* & *pneumatiques* : mais il ne les donna & ne les expliqua que

* C'eſt ce que *Newton* m'a dit pluſieurs fois lui-même.

comme autant de *phénomenes* curieux, ſans prétendre en faire uſage pour prouver une ſuite de propoſitions philoſophiques dans un ordre mathématique. De-là vient qu'elles ne ſont pas auſſi propres que les *Expériences du Docteur Keill* à établir les principes d'une vraye Phyſique, quoiqu'elles ayent été peut-être executées avec plus de dexterité & avec des attentions plus ſcrupuleuſes. Elles formoient un *Cours d'Expériences*, & les autres un *Cours de Phyſique Expérimentale.*

Lorſque le Docteur *Keill* ſe fut retiré, je me mis à enſeigner la *Phyſique Expérimentale* ſur les mêmes principes, & je joignis à mes *Cours de Phyſique* pluſieurs *Propoſitions d'Optique* & la *Méchanique* proprement dite, c'eſt-à-dire, l'explication des organes méchaniques & la raiſon de leurs effets. J'ai tâché depuis ce tems-là de faire de nouveaux progrès dans cette Science, en y joignant de nouvelles *Propoſitions* & de nouvelles *Expériences*, & en faiſant dans mes machines les changemens qui me paroiſſoient propres à me rendre plus intelligible à ceux de mes Auditeurs qui n'étoient pas au fait des *mathématiques*, ou à donner plus de ſatisfaction aux Mathématiciens. Ces changemens ſe rapportent principalement à tout ce qui concerne la cauſe du mouvement des corps celeſtes & les *phénomenes* de notre *ſyſtême.* Vers l'an 1713. je me rendis à *Londres*, où je vis avec plaiſir les grands progrès que la *Philoſophie Newtonienne* avoit fait parmi les perſonnes de tous rangs & de toutes les profeſſions, & même parmi les Dames, au moyen des

expériences. Quoique plusieurs Sçavans ayent enseigné depuis ce tems-là, & enseignent encore avec beaucoup de succès la *Physique Experimentale* à ma maniere (ou plûtôt à la maniere de M. Keill) j'ai fait autant de Cours que je pouvois en souhaiter, celui où je suis engagé à present étant le cent vingt-uniéme depuis que j'ai commencé à *Hart-Hall* à *Oxford* en 1710. La satisfaction que j'ai d'avoir occasionné les autres Cours est si grande, que je ne sçaurois m'empêcher de dire, que de onze ou douze Sçavans qui font à present les *Cours d'Expériences* en *Angleterre* & dans les autres parties du monde, j'ai eu l'honneur d'en avoir huit parmi mes Disciples, & que leurs nouvelles découvertes font un nouveau relief pour moi. Car ce qui pourroit donner de la jalousie dans toute autre profession que dans celle des Philosophes, n'est regardé que comme une nouvelle acquisition utile à ceux qui aiment la Physique, le profit leur étant commun, pendant que l'Auteur d'une découverte a seul la gloire de l'invention.

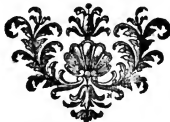
C'est pour cela que je n'ai jamais fait difficulté d'employer les *machines* & les *instrumens* que les autres ont imaginés, & que je n'ai jamais refusé de communiquer, ou même de prêter les miens, à ceux qui ont voulu en faire de semblables. Il suffit que l'on rende justice à l'Auteur d'une nouvelle découverte, comme je le fais ordinairement.

La plus grande partie de mes Auditeurs, qui ont souhaité que je fisse imprimer ce Cours, étant fort peu verfés

versés dans les Mathématiques, j'ai cru qu'il étoit à propos d'éviter dans mes Leçons les *Démonstrations géometriques* trop difficiles & les *Calculs algebriques ;* & j'ai souvent prouvé la même verité par plusieurs Expériences, afin que ceux qui ne trouveroient pas dans les unes une pleine conviction, pussent la trouver dans les autres. Je ne demande à mes Lecteurs qu'un peu d'attention & une legere teinture d'Arithmétique, pour les mettre à portée de comprendre ces *Leçons ;* pourvû qu'ils commencent par la premiere & qu'ils avancent par degrés, pour pouvoir passer des verités les plus simples à celles qui sont plus composées, & qui dérivent des premieres. Car autrement si l'on ouvroit ce Livre au hasard, on pourroit y trouver bien des choses difficiles, sur-tout dans la derniere *Leçon* de ce *Volume*, que l'on comprendra pourtant aisément, si l'on s'est rendu maître de tout ce qui précede. Peut-être que les *Mathématiciens* me trouveront trop diffus dans mes Leçons ; mais ceux qui en ont donné aux autres, sçavent fort bien qu'on ne sçauroit s'expliquer trop clairement, lorsqu'on parle à des gens qui n'ont pas un certain *genie* pour les *Mathematiques* (quelque bon esprit qu'ils ayent d'ailleurs.) On est même obligé quelquefois d'employer des manieres de démonstrations qui ne sont pas trop exactes, pour préparer les Auditeurs à des matieres plus abstraites. C'est à quoi j'ai été souvent forcé de recourir dans un grand Auditoire, où il n'est pas ordinaire de trouver beaucoup d'attention. Mais j'espere que les Philosophes les plus

rigides me le pardonneront, lorſqu'ils trouveront dans les Notes la démonſtration géometrique des mêmes verités; peut-être que les *Mathématiciens* même ne croiront pas perdre leur tems en les parcourant. Je ne prétends pas néanmoins interdire au commun des Lecteurs la lecture des Notes : car ceux qui auront bien lû & compris ce qui eſt contenu dans le corps de la Leçon, ſeront en état de comprendre ce qui eſt renfermé dans les *Notes*.

Je dois auſſi reconnoître ici que la plus grande partie de ce que j'ai dit de l'*Arc* & du *Reſſort* dans la derniere Leçon de ce Volume, & une partie de ce que j'ai dit du *Volan* & du *Belier* des Anciens, a été puiſé dans quelques papiers que *Guillaume Jones* Ecuyer m'a envoyé.



APPROBATION.

J'AY lû par ordre de Monseigneur le Chancelier un Manuscrit intitulé : *Cours de Physique Expérimentale, traduit de l'Anglois de Desaguliers, par le R. P. Pezenas de la Compagnie de Jesus*, dont on peut permettre l'impression. FAIT à Paris ce 25 Février 1750.

LE MONIER.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roy de France & de Navarre : A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, nos Justiciers qu'il appartiendra, SALUT. Notre bien amé CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire à Paris, & ordinaire pour notre Artillerie & pour le Génie, nous a fait exposer qu'il désiroit faire imprimer & donner au Public plusieurs Ouvrages, qui ont pour Titres : *Elemens de la Guerre des Sieges, &c. contenant l'Artillerie, l'Attaque & la Défense des Places par M.* LE BLOND ; *Principes du Systême de petits Tourbillons de Descartes par l'Abbé* DELAUNAY ; *Géographie Physique, ou Introduction à la Connoissance de l'Univers par* STRUYCK, *traduit en François ; les Elémens de la Physique-Mathématique par* s'GRAVESANDE, *traduit en François ; Dictionnaire de Mathématique de* WOLFIUS, *traduit en François ; Cours de Mathématique de* WOLFIUS, *traduit en François ; Maniere de graver en Taille-douce & à l'Eau Forte par Abraham* BOSSE ; *les Regles du Dessein & du Lavis* ; Cours de Physique Expérimentale, traduit de l'Anglois de DESAGULIERS, par le R. P. PEZENAS ; *Elémens Généraux des Parties de Mathematiques néceſſaires à l'Artillerie & au Génie, par M. l'Abbé* DEIDIER ; s'il Nous plaisoit lui accorder nos Lettres de Privilege pour ce nécessaires. A CES CAUSES, voulant favorablement traiter l'Exposant, Nous lui avons permis & permettons par ces presentes de faire imprimer lesdits Ouvrages ci-dessus spécifiés en un ou plusieurs volumes, & autant de fois que bon lui semblera, & de les vendre, faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems de *quinze années* consécutives, à compter du jour de la date desdites presentes : Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance ; comme aussi à tous Libraires, Imprimeurs & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre ni contrefaire lesdits Ouvrages, ni d'en faire aucuns Extraits sous quelque prétexte que ce soit, d'augmentation, correction, changemens ou autres, sans la permission expresse & par écrit dudit Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits & de trois mille livres d'amende contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris & l'autre tiers audit Exposant, & de tous dépens, dommages & interêts :

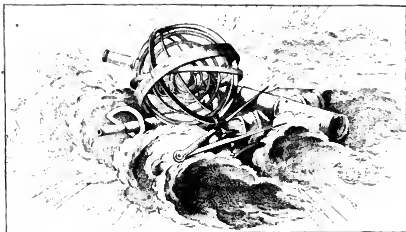
A la charge que ces presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, dans trois mois de de la date d'icelle ; que l'impression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, en bon papier & beaux caracteres, conformément à la feüille imprimée & atachée pour modele sous le contre-scel desdites presentes ; que l'Impetrant se conformera en tout aux Reglemens de la Libraire, & notamment à celui du dix Août 1725, & qu'avant que de les exposer en vente, le Manuscrit ou Imprimé qui aura servi de copie à l'impression desdits Livres, sera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée ès mains de notre très-cher & féal Chevalier le Sieur Daguesseau, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre très cher & féal Chevalier le Sieur Daguesseau, Chancelier de France, le tout à peine de nullité des présentes; du contenu desquels vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Exposant & ses ayans-cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la Copie desdites présentes qui sera imprimée tout au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenue pour dûement signifiée, & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secretaires, foy soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier, ou Sergent sur ce requis, de faire pour l'execution d'icelles, tous actes requis & nécessaires sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. DONNÉ à Versailles le vingt-sixiéme jour d'Avril, l'an de grace mil sept cens quarante-trois, & de notre Regne le vingt-huitiéme. Par le Roy en son Conseil,

SAINSON.

Registré sur le Registre XI. de la Chambre Royale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 185. fol. 155. conformément aux anciens Réglemens, confirmés par celui du 28 Février 1723. A Paris le 23 May 1743.

CAVELIER, *Syndic.*

COURS



COURS DE PHYSIQUE EXPÉRIMENTALE.

LEÇON I.



'ESPRIT de dispute, ou le désir ardent de remporter la victoire, plûtôt que de parvenir à la connoissance de la vérité, a été l'un des plus grands obstacles aux progrès de la Physique, & rien n'occasionne plus de contestations, que lorsque différentes personnes attachent différentes idées aux mêmes mots; car les hommes ne peuvent jamais bien s'entendre les uns les autres, tant qu'ils n'attachent pas les mêmes idées aux mêmes mots. Il n'y a point de dispute dans les Mathématiques pures, parce que l'on commence toujours par la définition des termes, & tous ceux qui lisent une proposition, ont la même idée de chacune de ses parties : de sorte que lorsqu'un homme a l'esprit assez foible pour vouloir opposer une démonstration à une autre, on le doit regarder avec mépris comme

LEÇON I.



un homme qui veut raisonner à la maniere des Philosophes : car on peut terminer immédiatement toutes les disputes mathématiques, en faisant voir ou que l'Adversaire ne s'est pas attaché à ses définitions, ou qu'il n'a pas commencé par établir de vrais principes, ou bien qu'il a tiré de fausses conclusions des principes qu'il avoit établis, ou enfin on doit avouer qu'on ne comprend pas une partie de sa démonstration, & le prier de se rendre plus intelligible. Et en effet, à moins qu'on ne puisse faire voir où se trouve l'erreur & le paralogisme, on ne doit pas le condamner, mais se rendre à ce qui a été démontré.

Il est vrai que dans les Mathématiques mixtes, où l'on raisonne mathématiquement sur des objets physiques, on ne sçauroit donner des définitions aussi justes que celles des Géometres ou des Logiciens : on doit se borner à des descriptions, & elles seront aussi utiles que les définitions, si l'on s'accorde toujours avec soi-même, & si l'on attache toujours les mêmes idées aux mêmes termes que l'on a une fois expliqués : car dire que les autres ont pris dans un autre sens les mots dont nous nous servons, ce n'est pas-là une objection raisonnable ; parce qu'on peut répondre qu'ils n'avoient pas alors les mêmes idées que nous avons. Ainsi lorsque dans ce Cours nous employerons des mots qui ont eu différens sens, nous marquerons toujours en quel sens nous les prenons : & lorsque nous serons obligés d'imaginer de nouveaux termes, comme il arrive souvent dans la description des Machines, nous les expliquerons toujours dès la premiere fois que nous les employerons.

1. Par le mot *Matiére*, on entend tout ce qui a étendue & résistance : & parce que tous les corps tant solides que fluides sont étendus & résistent, on dit que tous les corps sont composés de matiére.

2. Les *Cartesiens* font consister la matiére dans l'étendue seule ; mais l'étenduë sans résistance n'est qu'un pur *espace*. Car quoiqu'ils disent qu'on ne peut pas avoir l'idée de l'étendue sans avoir celle du corps, ils ne s'accordent pas avec l'expérience : puisque si l'on tire un cube d'une boëte cubique qui est remplie exactement, on conçoit aisément la longueur, la largeur & la profondeur de la boëte vuide, & l'on a besoin d'une seconde idée pour avoir la notion de quelque autre corps qui entre dans la boëte pour la remplir



ou pour imaginer que ses côtés s'approchent les uns des autres par la pression des corps environnans.

3. Il est évident par la définition de la matiére, qu'elle est de la même espéce dans tous les corps; quoique l'idée commune attachée à ce mot semble nous donner une autre notion; car nous disons dans le discours ordinaire *qu'un instrument est de* bois, *de* cuivre, *ou de* fer, *ou de quelque autre matiére;* comme si la différence des corps consistoit dans la différente espéce de matiére dont ils sont composés : au lieu que la matiére est *homogéne* ou de même nature dans tous les corps solides où fluides, durs ou mous, plus ou moins pesans; soit qu'ils appartiennent à la terre ou à quelque autre partie de l'univers : par exemple, la matiére du liége ne différe pas essentiellement de celle de la chair, ou de celle de l'or ou des diamans. Mais toute la varieté des corps, * & les divers changemens qui leur arrivent, dépendent entiérement de la situation, de la distance, de la grandeur, de la figure, de la structure, des forces & de la cohésion des parties qui les composent. * Note 1.

4. Si le mercure résiste plus que l'eau, * & l'eau plus que l'air, cela ne vient pas de ce que l'un est d'une matiére plus résistante que l'autre; mais de ce que le corps plus pesant contient un plus grand nombre de particules dans le même espace : cette résistance vient souvent de la plus forte cohésion des parties, & c'est pour cela qu'un corps plus leger résiste quelquefois plus qu'un corps plus pesant, contre une force qui tend à en séparer les parties; c'est ainsi que le bois résiste plus que l'eau, & le diamant plus que l'or. Mais lorsqu'il y a peu ou qu'il n'y a point de cohésion dans les parties, même dans les fluides les plus subtils, on y trouve toujours quelque résistance : car quoique la lumiére condensée par le moyen d'un miroir brûlant soit mille fois plus rare que l'air, elle ne laisse pas d'avoir une grande résistance, puisqu'elle sépare les parties des corps avec tant de violence & si promptement, lorsqu'on les place au foyer du miroir. Et même lorsque les rayons de lumiére sont aussi dispersés qu'ils le paroissent être sur la terre, en venant directement à nous du Soleil, ils ne laissent pas d'avoir une force sensible, comme on peut le remarquer, si l'on fait réfléxion que la vapeur qui s'exhale d'une Cométe, & qui forme sa queuë, est toujours poussée vers le côté de la Cométe qui est opposé au Soleil; * Note 2.

LEÇON I. & cela arrive soit que la Cométe soit portée vers le Soleil, ou qu'elle vienne du côté du Soleil, même à des distances aussi grandes & plus grandes que celles de la terre. Et s'il y a un milieu encore plus subtil que la lumiére * (comme on a lieu de le conclure de certains phénoménes) ce milieu même a de la résistance, puisqu'il brise, qu'il réfléchit, & qu'il plie les rayons de lumiére auprès de la surface & des côtés des corps.

* Note 3.

5. LES Mathématiciens ont démontré en différentes manieres que la quantité, & par conséquent la matiére est divisible à l'infini; * & l'on ne sçauroit concevoir une particule de matiére si petite, qu'elle ne soit encore divisible; car dès lors que c'est un corps, elle doit avoir un dessus, un dessous & un milieu, à moins qu'on ne veuille confondre le haut avec le bas, ce qui est absurde. On peut donc partager par le milieu cette petite particule. Mais il ne faut pas s'imaginer que par cette division les parties soient séparées les unes des autres; tout de même que lorsqu'on divise une espace cubique de deux pouces en huit espaces cubiques d'un pouce, on ne suppose pas que ces nouveaux cubes soient séparés les uns des autres, ou qu'ils soient tirés du cube de deux pouces qui les contient.

* Note 4.

* Note 5.

6. QUANT à la division actuelle de la matiére * qui se fait en séparant les parties les unes des autres, elle n'est pas possible au-delà d'un certain degré, parce qu'il y a des *atômes* ou des parties extrêmement petites, que l'on nomme parties constituantes ou composantes des corps naturels, & que l'Auteur de la Nature infiniment sage & tout-puissant, a créé dès le commencement pour être les particules primordiales de la matiére, d'où devoient résulter toutes les natures corporelles. Ces particules n'ont point de pores, sont solides, fermes, impénétrables, parfaitement passives & mobiles : En sorte que la plus grande division méchanique où l'on peut arriver, ne fait que séparer quelques-unes de ces premieres parties les unes des autres, & diminuer leur attouchement; car les corps mixtes & composés sont détruits par cette séparation, & l'on ne peut pas mettre en piéces leurs particules primitives. Ces premieres particules étant parfaitement solides, doivent être beaucoup plus dures & plus fermes qu'aucun corps qui puisse résulter de leur composition, & qui ait des pores ou des vuides cachés & répandus dans toute sa solidité : c'est-à-dire, qu'elles

ſont tellement dures & fermes, qu'on ne peut jamais ni les écorner, ni les diminuer. Car il n'eſt pas raiſonnable de ſuppoſer qu'il y ait aucune force ou puiſſance dans le cours ordinaire de la nature, qui puiſſe diviſer en pluſieurs parties ce que Dieu dans la premiere création a voulu être un & ſimple. Ainſi tant que ces particules primitives reſteront entiéres, il y aura toujours des corps qui en ſeront compoſés, & qui auront la même nature & compoſition : mais ſi elles pouvoient être *rompues, écornées ou diminuées*, la nature des êtres corporels, qui en dépend, ſeroit changée. La terre & l'eau qui ſeroient compoſées de ces particules ainſi rompues ou écornées, ou de leurs fragments, n'auroient plus dès-lors la même nature & combinaiſon, & ſeroient différentes de la terre & de l'eau primitive, qui ſont compoſées de ces particules entiéres. Ainſi afin que la nature des êtres créés puiſſe ſubſiſter, & que leur cours naturel ſoit toujours le même, il faut que tous les changemens qui arrivent dans les corps, ne procédent que des différentes ſéparations, réunions & mouvements de ces particules primitives.

7. On doit penſer que ces particules ſont d'une petiteſſe inconcevable ; * mais que par l'union de pluſieurs enſemble, il s'en fait des blocs ou parties de la premiere compoſition (ainſi qu'on les appelle), qui ont entr'elles des interſtices, parce que les premieres particules ne ſe touchent pas mutuellement dans toute leur ſurface, & ces interſtices ſe nomment les pores de la premiere compoſition. De même par la réunion de pluſieurs de ces blocs, il ſe forme des *molécules* ou des blocs de la ſeconde compoſition, plus gros que les premiers, & qui ont des pores de la ſeconde compoſition, plus grands que les premiers, & ainſi de ſuite pour les divers ordres de compoſitions, juſqu'aux corps d'une grandeur ſenſible. Delà il ſuit qu'il doit y avoir une grande quantité de vuides * répandus dans tous les corps, ſelon qu'ils ont plus ou moins de compoſitions, & que tous les eſpaces ne ſont pas également pleins de matiere. * C'eſt ce que l'on verra clairement dans une Expérience.

* Note 6.

* Note 7.

* Note 8.

Expérience I. *Planche* 1. *Figure* 1.

Placez ſur la platine de cuivre B de la pompe pneumatique (dont je donnerai dans la ſuite la deſcription) un grand réci-

Planche 1.
Figure 1.

LEÇON I.

Planche 1.

Figure 1.

pient cylindrique de verre A B, ouvert aux deux extrêmités d'environ cinq pouces de diametre, & de sept ou huit pieds de haut : qu'il devienne impénétrable à l'air par le moyen d'un cuir mouillé sur la platine B, & d'un autre sur l'ouverture A du récipient, & sous la platine D qui le couvre. Au-dessous de cette platine on attache avec des vis la machine P*sps* destinée à faire tomber des corps dans le vuide dans le même instant. Car lorsque l'on retire en haut le fil de fer W (qui glisse en montant & en descendant dans le collier de cuir huilé *c*, afin que l'air ne puisse pas trouver une issuë) & que l'on éleve le crocher *h*, la platine quarrée horizontale *p*, étant portée en haut vers la partie étroite des ressorts de cuivre *s*, *s*, les fait ouvrir de maniere que la platine P (qui se meut sur un gond) prend une situation verticale, & que les corps qui y étoient placés tombent dans le même moment.

Placez ensuite sur la platine P un duvet & une guinée qui soit exactement à côté du duvet. (Voyez la figure 2. où la platine P est dans une situation horizontale, comme elle l'est lorsque l'un des ressorts *s* revient, & où le collier *c* est séparé des ressorts & de la platine (qui couvre le récipient.) Il doit entrer à vis dans cette platine & dans ces ressorts, lorsque le tout est placé sur le récipient.) Ayant pompé l'air du récipient, si l'on retire en haut le fil de fer W, la guinée & le duvet tomberont avec la même vîtesse, (comme on voit en *c*) & arriveront au fond dans le même tems. Mais si l'air n'a pas été pompé, la guinée arrivera au fond avant que le duvet soit arrivé au quart de la hauteur du récipient.

9. Si le récipient avoit été parfaitement plein avant qu'on en eût tiré l'air, (quoiqu'alors il y eût beaucoup plus de vuide que de matiere *), il est évident qu'il doit s'y trouver une grande quantité de vuide après qu'on en a pompé l'air, parce que la résistance en a été diminuée jusqu'au point qu'un duvet y tombe au moins quatre fois plus vîte qu'il ne faisoit dans l'air commun. En effet, quelque subtil que soit l'air qui est resté dans le récipient, quoique les particules de la lumiere, & les écoulements des corps, pénétrent le verre, & entrent dans le récipient, toute la matiere qui y reste est beaucoup moindre en quantité, que l'air qui en a été tiré, puisque la résistance en est diminuée. Car il est aussi absurde de dire qu'après l'épuisement de l'air, le récipient est aussi plein qu'auparavant, que si l'on disoit qu'un gallon

* Note 9.

de bierre changé en écume (de maniere à remplir d'écume tout le récipient de haut en bas) le rempliroit autant que huit gallons de bierre sans écume, s'il étoit capable de les contenir.

Planche I. Figure I.

10. On doit regarder la pesanteur comme une proprieté de la matiere qui à la vérité ne lui est pas essentielle, mais qui étant universelle, en est dans un sens, inséparable. C'est-à-dire, que toutes les parties de la matiere, de quelque façon qu'elle soit modifiée (ou que tous les corps), ont une gravitation ou attraction les uns vers les autres, comme on le démontrera dans la suite à l'égard des corps tant céléstes que terrestres : la tendance des corps pesants vers le centre de la terre, vient de la même cause, qui fait que le soleil tend vers les planétes, & les planétes vers le soleil. N. B. *Lorsque nous nous servons des mots de* pesanteur, gravitation *ou* attraction, *nous n'avons pas égard à la cause, mais à l'effet, & surtout à cette force que les corps ont, lorsqu'ils sont portés les uns vers les autres, & qui (à distances égales) est toujours proportionnelle à leur quantité de matiere, soit que ce mouvement soit occasionné par l'impulsion de quelque fluide subtil, ou par une puissance inconnuë & non méchanique, qui accompagne toujours la matiére.*

11. Si toute la matiere qui est dans l'univers étoit renfermée dans deux balles ou sphéres égales, placées à quelque distance l'une de l'autre, ces sphéres seroient portées l'une vers l'autre avec une vîtesse égale, de maniere qu'elles se rencontreroient au milieu de leur premiere distance. Mais si ces sphéres étoient supposées avoir une proportion quelconque d'inégalité, elles se rencontreroient en un point qui seroit d'autant plus proche de la grande balle, que celle-ci seroit plus grande que l'autre.

12. La raison pour laquelle nous ne nous appercevons pas de cette mutuelle attraction des corps, qui sont tous les jours à notre portée, est que notre terre ayant infiniment plus de matiere que n'en ont ces corps, elle les attire avec tant de force, que leur tendance mutuelle les uns vers les autres devient insensible. C'est ce qui arrive à l'égard d'une pierre d'aiman & d'un morceau de fer. Lorsqu ils tombent à une petite distance l'un de l'autre, ils ne paroissent pas se mouvoir l'un vers l'autre ; mais leur effet devient sensible, lorsqu'on les approche l'un de l'autre.

L'expérience suivante éclaircira ceci.

LEÇON I.



Planche 1.
Figure 3.

EXPÉRIENCE II. *Planche* 1. *Figure* 3.

PLACEZ sur la table T A B deux bales A, B, égales en poids & en volume, (par exemple de deux onces chacune) éloignées de deux pieds l'une de l'autre, & que le trou C soit éloigné de chacune d'un pied. Si la terre étoit anéantie ou éloignée à une distance infinie, ensorte que la table n'en fût pas attirée, les deux bales s'approcheroient l'une de l'autre, & se rencontreroient en C; mais la pesanteur, ou l'attraction de la terre, les pressant contre la table, elles restent en repos : Or pour vaincre cette pression, & faire ensorte qu'elles agissent comme si la terre étoit détruite, soit un fil d'environ 30 pouces de long, attaché à la bale A, qui passe par un trou bien poli dans la table, C, qui entre ensuite dans la poulie D, & se termine enfin à la bale B, où il est attaché. Soit un poids P de quatre onces suspendu au centre de la poulie D. Si vous laissez aller les deux bales en même-tems, elles iront l'une vers l'autre avec une égale vîtesse, & se rencontreront précisément au-dessus du trou C.

13. SI au lieu de la bale A, on en substitue une autre, qui ne pese qu'une once, (soit qu'elle soit moindre que l'autre, ou aussi grande, mais creusée en dedans, ou d'un bois leger) & que cette bale A soit abandonnée à elle-même à la distance d'un pied, & la bale B plus pesante à la distance de six pouces du trou, (en suspendant trois onces à la poulie) elles se rencontreront encore au-dessus du trou, & la bale plus legere décrira un espace double de celui que l'autre parcourt.

14. DANS le premier cas, la quantité de matiere dans les deux bales, qui est de quatre onces, étant considerée comme divisée en deux, est cause que chaque bale de deux onces de chaque côté se meut vers le trou, & qu'elles parcourent par consequent un espace égal dans le même tems.

15. DANS le second cas, la quantité de matiere, qui est de trois onces, étant partagée en deux, est cause que d'un côté la bale de deux onces se meut vers le trou C, & de l'autre celle d'une once se meut vers la premiere, & qu'elle se meut deux fois aussi vîte, parce qu'elle n'a que la moitié de la quantité de matiere, puisqu'elle pese la moitié moins.

N.

Leçon I.

Planche 1. Figure 1.

N.B. *On peut suspendre à la poulie un poids quelconque, * pourvû qu'il ne soit pas trop leger, parce qu'il ne sert qu'à surmonter la pesanteur, qui pressant les balles contre la table, les empêche de se mouvoir l'une vers l'autre, comme elles feroient, si la terre n'existoit pas, ou si elle étoit écartée à une distance infinie.* * Note 10.

16. Si l'on supposoit que la balle B fût infiniment plus grande que la balle A, la vîtesse de la balle A deviendroit alors infiniment plus grande que celle de la balle B, de sorte que B resteroit immobile, & A décriroit tout l'espace entre A & B; car toute la quantité de matiére qui appartient aux deux balles, seroit alors attribuée à la seule balle B, & A seroit regardé comme un point sans aucune matiére sensible, & par conséquent incapable de mouvoir la balle B par son attraction. Cela peut s'appliquer à la terre & à tous les corps qui l'environnent, puisqu'à leur égard elle est comme immobile, pendant qu'ils se meuvent, comme autant de points physiques, dans des lignes décrites par leurs centres de gravité, lorsqu'ils tombent à terre, sans avoir aucun égard à la quantité de matiére qu'ils contiennent, & par où ils attirent la terre à eux. De même aussi comme le soleil contient presque 230000 fois plus de matiére que la terre, on doit regarder celle-ci comme un point qui décrit une éllipse autour du soleil, laquelle se nomme le *grand orbe*, pendant que le soleil qui attire la terre, est regardé comme immobile dans l'un des *foyers* de cette éllipse : ou plûtôt on doit regarder la lune & la terre ensemble comme réduites à un seul point, qui est leur centre commun de gravité, & qui décrit l'orbite dont on vient de parler.

17. La terre par rapport aux corps qui l'environnent, le soleil par rapport aux planétes & aux cométes, & toutes les planétes par rapport à leurs satellites & aux autres corps qui les environnent, les attirent avec plus ou moins de force, selon que ces corps sont plus proches ou plus éloignés; car la pesanteur étant une vertu * qui se répand depuis le corps attirant de tous les côtés en lignes droites, décroît de la même maniere que toutes les autres vertus qui viennent d'un centre, & qui s'étendent tout autour. Ainsi la lumiere & la chaleur deviennent plus foibles à mesure qu'on s'éloigne du corps lumineux ou du corps ardent. Cette diminution de vertu est en raison doublée réciproque de la distance ; c'est-à-dire, qu'à une distance double, la vertu est * Note 11.

LEÇON I. quatre fois plus foible, & à une distance triple, elle est neuf fois plus foible, &c. Ainsi par exemple si la terre étoit trois fois plus éloignée du soleil, elle en seroit neuf fois moins attirée, neuf fois moins éclairée, & neuf fois moins échauffée qu'elle ne l'est à present : De même si elle étoit quatre fois plus éloignée, elle seroit seize fois moins affectée de ces qualités. Et au contraire, si elle étoit trois ou quatre fois plus proche qu'elle ne l'est à present, elle en seroit neuf ou seize fois plus affectée.

CETTE proportion de l'augmentation ou diminution des qualités répandues de tous les côtés, peut s'éclaircir par l'Expérience suivante.

EXPÉRIENCE III. *Planche* I. *Figure* 4.

Planche 3. Figure 4. * Note 12.

18. PRENEZ une chandelle si petite, que ses rayons, qui se répandent de tous les côtés, puissent en venir comme si c'étoit d'un seul point (mais si la chandelle est grande, il faudra faire passer sa lumiere par un petit trou dans une planche :) si l'on place ensuite sur une aiguille un cube * d'un pouce, comme A, éloigné d'un pied de la chandelle, son ombre couvrira la surface d'un cube B de deux pouces, si l'on tient celui-ci à la distance de deux pieds de la chandelle ; or cette derniere surface est quatre fois plus grande que celle du premier cube, comme on le voit en appliquant le premier cube sur le second. On voit par-là évidemment, que si le premier cube étoit deux fois aussi loin de la chandelle, il ne recevroit que la quatriéme partie de la lumiere, & qu'il n'en recevroit que la neuviéme partie, s'il étoit trois fois aussi loin ; parce que lorsqu'on le tient à trois pieds de la chandelle, son ombre couvre un cube de trois pouces, qui est trois fois aussi loin. Il en est de même des sphéres. Celle d'un pouce de diametre étant placée à un pied de distance de la chandelle, intercepte toute la lumiere qui tomberoit sur une sphére de deux pouces à deux pieds de distance, ou de trois pouces à trois pieds de distance de la chandelle, leurs surfaces étant comme 1, 4 & 9 en raison des quarrés de leurs diametres.

19. COMME il est plus aisé de lever de terre la plû-part des corps, que de les mettre en pieces, la force qui lie leurs parties est plus grande que celle de leur pesanteur. Nous appellerons cette force, *Attraction de cohésion*, sans en examiner la cause. Cette

attraction est plus forte, lorsque les parties des corps se touchent mutuellement; mais elle diminue plus vîte que la pesanteur, dès que les parties des corps ne se touchent plus, & lorsqu'elles sont à une distance sensible les unes des autres, cette attraction de cohésion devient presqu'insensible. Planche 1. Figure 2.

CETTE attraction est toujours plus forte, lorsque l'attouchement est plus grand. Par exemple, si deux planches de sapin ou de chêne sont colées ensemble dans le milieu le long de la veine du bois, on les rompra plus aisément partout ailleurs que dans l'endroit où elles sont ainsi colées; parce qu'il y a plus de pores, & par conséquent moins de parties qui se touchent dans toutes les autres parties du bois que dans l'endroit où les deux planches sont colées ensemble; car lorsque le bord d'une planche est bien raboté, ou que les deux pieces de bois sont bien polies, la cole remplit tous les vuides, & il arrive que les deux planches se touchent non-seulement dans les endroits où elles se touchoient auparavant, mais encore dans les interstices où elles ne pouvoient pas se toucher; parce que la cole qui remplit ces petits espaces, tient la place du bois. Au contraire, lorsque le bois est plus solide, * ou qu'il a moins de pores que la cole, il n'est pas aussi ferme dans l'endroit où il est colé, que dans les autres endroits; comme on le peut voir dans le bois de brésil, dans l'ébéne ou *lignum vitæ*, & dans les métaux. Les parties du verre, qui sont presque rondes, ne se touchant que dans un petit nombre de points, se séparent aisément les unes des autres, & par conséquent se brisent aisément. Les fluides (dont les parties paroissent être sphériques) n'ont presque aucune cohésion, excepté celle qui est nécessaire pour former les goutes, dont la rondeur prouve clairement l'attraction de cohésion: car si cette rondeur dépendoit de la pression de l'air, les goutes ne seroient pas rondes dans le vuide, & si elles dépendoient de la pression extérieure d'un autre fluide quelconque, deux goutes ne pourroient jamais se réunir, & en former une seule, parce que la figure d'une portion d'un fluide, * pressée de tous côtés par le même fluide, ou par un autre, ne sçauroit être alterée par cette pression; au lieu que par l'attraction mutuelle des petits globules * qui composent la goute, elle doit devenir ronde, & elle doit persévérer dans cet état, parce que toutes ses parties sont alors dans l'attouchement le plus intime qu'elles puissent avoir. Il est vrai qu'une goute d'eau, ou de toute autre liqueur, s'aplatit dès qu'elle touche une table ou toute autre surface plane,

* Note 13.

* Note 14.

* Note 15.

LEÇON I.


qui ne la repousse pas ; ce qui vient de l'attraction de la table, & de la pesanteur de la goute, si la table est horizontale.

On verra plus clairement par l'Expérience suivante, combien un attouchement plus intime augmente cette attraction.

Expérience IV. *Planche 1. Figure 5.*

Planche 1. Figure 5. * Note 16.

20. Ayant mouillé ou barbouillé légérement avec de l'huile d'oranges * deux verres plans ABCD (de 18 pouces de long & de trois ou quatre pouces de large) on les placera l'un sur l'autre horizontalement dans le chassis de bois HJLM, & l'on mettra auparavant une goute de la même huile sur le plan inférieur en G, avec une piece mince ou une monnoye sur le même plan entre D & C, afin que le plan supérieur ne le touche pas dans cette extrémité, pendant que les autres extrémités AB se touchent parfaitement. La goute étant assez grande pour toucher le plan supérieur, s'applatira d'abord, & s'approchera des extrémités qui se touchent; son diametre augmentera continuellement, comme en Q & R, & elle ira plus vite à mesure qu'elle s'étendra. Lors même qu'on éleve les plans dans l'endroit où ils se touchent par le moyen du soutien ON, la goute continue de s'avancer vers les extrémités qui se touchent, mais non pas aussi vîte : Lorsque la goute est en G, la moindre élevation des plans la retarde ; si on les éleve un peu plus, elle s'arrête ; si on les éleve encore plus, la pesanteur de la goute agit plus fortement que l'attraction des plans, & fait descendre la goute en bas vers CD. Lorsque la goute est en Q, il faut pour l'arrêter, donner au plan beaucoup plus d'élevation, & à plus forte raison pour la faire descendre. Il faut encore plus d'élevation, lorsqu'elle est en R. Lorsque les plans sont assez élevés pour faire tomber la goute, si l'on presse avec le doigt le plan supérieur un peu au-dessus de cette goute, pour le faire approcher du plan inférieur, non-seulemenr la goute s'arrête, & ne tombe plus, mais elle se meut vers le haut ; parce qu'elle s'étend davantage par cette pression, & qu'elle touche un si grand nombre de parties des verres, que même dans cette élevation des plans, leur attraction surmonte la pesanteur de la goute. Ce qui la fait mouvoir au commencement vers AB, c'est la plus grande attraction des plans en *e* où ils sont plus près l'un de l'autre, qu'ils ne le sont en *f*. La vîtesse de la goute augmente, pendant qu'elle s'approche de AB, parce que * l'attraction devient toujours plus grande à mesure que les plans sont plus proches l'un de l'autre.

* Note 17.

ON verra dans les expériences suivantes plusieurs autres circonstances de l'attraction de cohésion. LEÇON I.



EXPÉRIENCE V. *Planche 1. Figure 6.*

21. SI l'on arrête dans un morceau de bois ou de liége CC, plusieurs petits tuyaux de verre, dont les diametres différent tous les uns des autres, (le plus grand n'étant que d'environ $\frac{1}{5}$ d'un pouce) & si l'on plonge les extrêmités de ces tuyaux dans quelque liqueur teinte, qui s'attache au verre, comme dans de l'eau rouge, la liqueur s'élevera d'elle-même dans tous ces tuyaux, mais toujours plus haut dans ceux qui ont moins de diametre; comme on verra dans les tuyaux 1, 2, 3, 4, 5, lorsqu'on les aura plongés dans l'eau rouge du vaisseau AB. Planche 1. Figure 6.

DANS les tuyaux capillaires très-petits, la liqueur s'éleve fort haut, mais alors la couleur devient imperceptible. Pour rendre visible la liqueur dans un pareil cas, il faut se piquer le doigt pour en faire sortir une goute de sang, & appliquer le doigt au petit tuyau; le sang montera fort vîte, & il sera visible dans le tuyau, quoiqu'il soit aussi petit qu'un cheveu. *Voyez Planche 2. Figure 1.*

TOUT corps poreux produit le même effet que les tuyaux capillaires; c'est ainsi que l'eau monte dans un morceau de pain ou de sucre, dont le bas est plongé dans une liqueur. Elle monte cependant plus haut dans le sucre, parce que ses interstices sont plus petits que ceux du pain.

EXPÉRIENCE VI. *Planche 2. Figure 2.*

22. PRENEZ deux plans quarrés de verre ABCD, & les ayant mouillés avec de l'eau, vous les placerez perpendiculairement dans un vaisseau plein de la même eau, en pressant les côtés AB l'un contre l'autre, & laissant les deux opposés CD entr'ouverts, par le moyen d'une platine mince que vous mettrez entre deux. L'eau s'élevera entre les deux plans, & prendra la courbure *efg*. Vous verrez que le fluide monte toujours plus dans les endroits où les plans sont plus proches, surtout vers AB, précisément de la même maniére que dans les plus petits tuyaux de verre. Planche 2. Figure 2.

SI l'on fait ces expériences dans le vuide, on verra qu'aucun de ces phénoménes ne vient de la pression de l'air. On peut aisé-

LEÇON I. ment les faire dans le vuide par le moyen du fil de fer W (*Planche* 1. *Figure* 2.) qui peut monter & descendre dans le collier de cuir, sans introduire l'air extérieur dans le récipient, & faire monter ou descendre les plans ou les tuyaux qui sont attachés à ce fil de fer. *On donnera dans la suite la maniére de faire cette expérience.*

Planche 1. Figure 2.

EXPÉRIENCE VII. *Planche* 2. *Figure* 3.

Planche 2. Figure 3.

23. DANS un verre bien net qui n'est pas plein, l'eau & les différentes liqueurs seront plus élevées en A & B où elles touchent le verre, que dans le milieu ; mais cette élevation n'est guéres sensible que vers les côtés, parce que l'attraction de cohésion ne s'étend qu'à une petite distance. L'argent vif fait tout le contraire en pareil cas, & dans les petits tuyaux, il ne s'éleve pas autant que le reste de l'argent vif qui est dans le vaisseau où les tuyaux sont plongés. La raison de ces phénoménes * est, que l'eau & les autres liqueurs sont attirées par le verre plus qu'elles ne le sont par elles-mêmes ; au lieu que l'argent vif attire plus fortement l'argent vif, que le verre ne l'attire. *

* Note 18. * Note 19.

EXPÉRIENCE VIII. *Planche* 2. *Figure* 4.

Planche 2. Figure 4.

SOIT AB un vaisseau de verre cylindrique plein d'argent vif jusqu'à la ligne AB, la surface de l'argent vif sera plus basse en A & B, côtés du verre, qu'au milieu où elle est convexe. Si l'on presse contre le fond du verre un tuyau d'un petit diametre DE (pour rendre l'expérience sensible) ; lorsque son ouverture inférieure sera presqu'au fond du verre, le mercure ne s'élevera pas dans ce tuyau plus haut que F au-dessous de la surface AB du mercure qui est dans le vaisseau. Mais pour éviter toutes les chicanes que l'on peut faire, en supposant qu'il y a dans le tube quelque chose qui arrête le mercure, on fera l'expérience en cette maniére.

SOIT le tube entiérement plein de mercure (& qu'on le conserve plein en fermant avec le doigt l'ouverture supérieure D.) Plongez-le dans un vaisseau dont le fond est un peu convexe aussi bas que le point E. Si vous retirez le doigt de l'ouverture supérieure, le mercure descendra dans le tube au-dessous de la surface F, ensuite il s'élevera au-dessus, & après quelques vibrations, il se fixera en F, qui est le point où il s'étoit élevé la premiére fois.

EXPÉRIENCE IX. *Planche* 2. *Figure* 5.

24. VERSEZ doucement environ une livre d'argent vif dans la jarre cylindrique A B, d'environ 5 pouces de diametre, & de $1\frac{1}{2}$ de profondeur, il restera au fond une partie circulaire comme C C, qui ne sera pas couverte. Si l'on secoüe ensuite la jarre, pour réunir tout l'argent vif, tout le fond en sera couvert. Mais si sans aucune secousse, on continue d'y verser une plus grande quantité de mercure, on pourra y en faire entrer encore une ou deux livres, avant que le fond soit entierement couvert, le creux C C devenant toujours plus petit, mais plus profond. Et si alors on agite le mercure afin qu'il couvre tout le fond, & que le creux disparoisse, on n'aura qu'à presser le fond avec le doigt à travers le mercure, & en le retirant il y restera un creux comme auparavant. Le mercure restera convexe tout autour de ce creux, comme on le voit dans la section verticale du verre & de l'argent vif, de la figure 5 inférieure, *Planche* 2. Planche 2. Figure 5.

EXPÉRIENCE X. *Planche* 2. *Figure* 6.

25. AYANT versé dans ce verre encore plus de mercure jusqu'à ce qu'il ne reste point de creux, on y fera nager sur la surface du mercure un morceau de fil de fer C C d'environ deux ou trois pouces de long, & de $\frac{1}{20}$ d'un pouce d'épaisseur. Planche 2. Figure 6.

CE fil surnagera & formera une dent comme en D; ce qui vient de ce que le mercure s'attire lui-même plus fortement qu'il n'attire le fer. Ainsi dans le cas de la *Figure* 5, il est moins attiré par le verre que par lui-même, & delà vient qu'il forme un creux: mais lorsqu'une fois les côtés du creux de mercure C C sont parvenus à se toucher, ils ne se séparent plus de nouveau.

EXPÉRIENCE XI. *Planche* 2. *Figure* 7.

26. SI *mm* représente la surface du mercure, & que le fil de fer qui nage au-dessus soit pressé jusqu'au fond (où sa coupe est représentée par D) les côtés du mercure *b c a* qui vont sous le fil de fer & le touchent de fort près en *c*, ne resteront plus dans la même place, mais ils seront attirés vers *d d* par le reste du mercure, de maniére qu'ils laisseront les espaces *b c a* sans aucun mercure; Planche 2. Figure 7.

LEÇON I.



Planche 2. Figure 8.

comme on le voit dans la section du verre, du fil & du mercure, (*Figure* 8.) La vérité de ce fait paroît évidemment lorsqu'on regarde de bas en haut en-dessous du verre, *Figure* 8. Car le fil ou les fils de fer (s'il y en a plusieurs), deviennent visibles à travers le fond du verre, ce qui n'arriveroit pas si le mercure étoit au-dessous ; parce qu'un cylindre ne peut toucher un plan que dans une ligne invisible. Et une nouvelle preuve de ceci, c'est que les fils de fer, quoique spécifiquement plus légers que le mercure, restent au fond, n'étant pressés que vers le bas par la colonne de mercure qui est au-dessus ; ce qui n'arriveroit pas si le mercure pouvoit s'insinuer en-dessous.

27. Si l'on fait cette expérience avec un fil d'argent de la même grosseur que le fil de fer, lorsqu'on le fera surnager, le mercure s'élevera tout-autour comme en *a a*, *Figure* 9, & ce fil ne restera pas au fond du verre, quoiqu'on le pousse en bas, mais il remontera toujours. Il ne devient aussi jamais visible au fond du verre, quoiqu'on le presse en bas avec le doigt; pas même lorsqu'on voit le doigt des deux côtés du fil. Cela vient de ce que l'argent attire plus le mercure, que le mercure ne s'attire lui-même ; mais pour faire voir que cette attraction n'est forte que dans le contact ou dans une grande proximité, faites ensorte que le fil d'argent se salisse un peu en le jettant dans le feu, & alors il en sera de ce fil comme du fil de fer ; parce que l'attraction de cohésion est insensible à la distance de l'épaisseur de cette petite peau qui couvre alors l'argent.

28. Il est évident par la soudure du plomb ou du cuivre qui se fait avec un mélange de plomb & d'étain, & qu'on nomme soudure douce, qu'il faut un grand attouchement pour bien lier les corps les uns avec les autres. Car si ces métaux ne sont pas bien nétoyés, ils ne peuvent jamais se souder parfaitement. Et dans le plomb, lorsque les parties qui doivent être jointes ensemble se sont salies, en les frottant avec de la craye, & ensuite avec de la mauve ou avec quelqu'autre herbe, ce qui leur donne une peau mince, l'Ouvrier ratisse & nétoye les deux côtés qui doivent être joints ensemble, afin que la soudure puisse mieux se joindre au métal ; & lorsqu'il a versé sa soudure brulante avec sa cuillere, il l'étend avec son fer, & elle tient fortement dans tous les endroits où le métal a été bien nettoyé ; mais elle ne tient nullement dans les

les endroits où il reste encore une peau formée par la craye & par le suc de mauve. On a observé que l'air seul est capable de ternir le métal, ou de former une peau sur la partie du plomb qui a été ratissée, & c'est pour cela qu'on la frotte communément avec de la graisse ou du suif après qu'on l'a ratissée. Car les parties de toutes les substances grasses ou inflammables étant beaucoup plus fines que celles de l'air, font cause que la soudure s'attache plus fortement au plomb que ne feroit la pellicule d'air, ou ce qui se sépare de l'air pour couvrir le plomb. Planche 2. Figure 7.

Si l'on coupe avec un couteau deux balles de plomb d'environ un pouce de diametre, de maniére qu'on en sépare un segment d'environ ¼ de pouce de hauteur, & qu'on les presse ensemble fortement (en leur donnant un peu d'entortillement) ces deux segmens s'attacheront avec une grande force, jusqu'à soutenir quelquefois au-dessus de 100 livres. Voyez le 6[e] volume de l'Abregé des *Transactions Philosophiques*, par M[rs] *Reid* & *Gray*, Partie 2, pages 2 & 3.

29. On ne sçait pas encore bien en quelle proportion de distance cette attraction de cohésion croît ou décroît; mais on a lieu de conclure de certains phénoménes, qu'elle décroît en raison biquadratique de la distance; c'est-à-dire, qu'à une distance double, elle agit 16 fois plus foiblement, & à une distance triple 81 fois, &c. car elle devient insensible à la moindre distance sensible.

30. Il y a dans la nature une autre sorte d'attraction, qui n'est pas aussi forte que celle de cohésion, mais qui est plus forte que la pesanteur. Elle décroît à fort peu près comme le cube & un quart de la distance.* Et c'est l'attraction magnétique. Par exemple, si une pierre d'aiman attire un morceau de fer à une certaine distance, l'attraction sera 10 fois plus foible au double de cette distance, & 33 ¼ fois plus foible au triple de la même distance. Mais comme le magnétisme est une vertu particuliére qui n'affecte que les pierres d'aiman, le fer & l'acier, nous en parlerons plus au long dans une autre occasion; parce que nous n'examinons ici que les proprietés générales des corps. Nous remarquerons seulement que la pierre d'aiman repousse autant qu'elle attire : car le pole d'une pierre qui attire une extrémité d'une aiguille aimantée, repousse l'autre extrémité. * Note 10.

LEÇON I.

Planche 1. Figure 7. * Note 11.

31. Il y a dans la nature plusieurs autres exemples d'une puissance répulsive dans les corps *, & très-souvent les mêmes corps qui s'attirent mutuellement à certaines distances & dans certaines circonstances, se repoussent mutuellement à différentes distances & dans d'autres circonstances.

On peut voir cela dans la dissolution qui se fait des sels dans l'eau. Il paroît que les parties des sels s'attirent mutuellement, puisqu'il s'en fait des blocs assez durs, lorsque l'eau s'est évaporée, en sorte que leurs particules s'approchent assez les unes des autres pour être entraînées par la force de l'attraction. Il paroît aussi qu'elles se repoussent mutuellement à de plus grandes distances, puisqu'elles forment des figures régulieres, lorsque par l'évaporation d'une partie du fluide où elles flottent, elles se trouvent dans la sphére d'attraction mutuelle ; car ces figures réguliéres dépendent entiérement de l'égalité de leurs distances les unes des autres avant cette évaporation, & cette égalité de distance vient d'une égalité de force répulsive.

32. La force répulsive se prouve aussi par la production de l'air & des vapeurs ; car on voit que les particules qui sont forcées par la chaleur & la fermentation à sortir des corps, s'en écartent d'abord après qu'elles sont sorties de la sphére d'attraction de ces corps, & qu'elles se séparent les unes des autres avec une grande force, évitant de se réunir, jusqu'à occuper quelquefois un espace qui est un million de fois plus grand que celui qu'elles occupoient auparavant dans un corps dense.

33. On voit évidemment dans plusieurs expériences électriques l'attraction & la répulsion dans le même corps à des distances considérables.

Si l'on frotte un morceau d'ambre avec une main séche ou avec du drap, il mettra en mouvement les fils, les plumes & les corps legers à certaine distance, & c'est pour cela qu'on a donné le nom d'*Electricité*, à cette force attractive & répulsive qui est excitée dans tout autre corps par le même frottement qui la produit dans l'ambre. La cire, la résine, le soufre, la soye, le papier, les rubans, les cheveux, les plumes & plusieurs autres corps ont cette proprieté : mais le verre a plus d'électricité qu'aucun autre corps.

EXPÉRIENCE XII. *Planche 2. Figure 10.*

34. PRENEZ un tuyau de verre d'environ 1 ½ pouce de diamétre, & le frottant d'un bout à l'autre avec la main bien séche très-fortement, il attirera une plume, ou tout autre corps leger à une distance considérable de huit à dix pieds. Après que la plume a été attirée & attachée au tuyau pendant quelque-tems, elle s'en détache d'elle-même, & ne revient plus au tuyau (qui repousse constamment la plume dans l'air, quelque proche qu'elle soit) jusqu'à ce qu'elle ait touché quelque autre corps, comme le doigt ou un bâton. Et si l'on tient le doigt fort près du tube, la plume ira alternativement du doigt au tube & du tube au doigt, étendant toujours ses fibres du côté où elle va. *En conduisant la plume avec le tube autour de la chambre, on doit frotter le tube de tems en tems pour exciter de nouveau l'Electricité, qui devient toujours plus foible, après le frottement.* Planche 2. Figure 10.

EXPÉRIENCE XIII. *Planche 2. Figure 11.*

35. SI l'on met plusieurs petits morceaux de feuilles d'or ou de cuivre sur un guéridon ou sur une petite table, & qu'on leur presente le tube frotté à la distance en dessus d'un ou deux pieds, les morceaux de feuilles d'or s'éleveront de la table au tube avec beaucoup de vîtesse, & souvent par l'attraction & la répulsion, ils iront en avant & en arriére sans toucher le tube ni la table. Mais si l'on place deux livres où deux morceaux de bois de la même grandeur sur la table de chaque côté de la feüille d'or, comme en A & B, (*Planche 2. Figure 12.*) en sorte que leur distance A B soit égale à la hauteur de l'un des deux, alors le tube étant placé entre leurs deux sommets, comme en D, n'aura aucune force pour mouvoir la feüille d'or, quoiqu'elle ne soit qu'à six pouces de distance, & quoiqu'il l'eût attirée auparavant à la distance d'un ou deux pieds; mais si l'on éloigne les piéces de bois sans donner un nouveau frottement au tube, il attirera & repoussera la feüille d'or comme auparavant. Lorsque les morceaux de bois restent en place, le tube ne peut pas mettre la feüille d'or en mouvement, tant que la distance D C du tube à la feüille d'or, est moindre que la moitié de la distance A B des piéces de bois; comme si cet effet ne pouvoit pas être produit pendant que la Planche 2. Figure 11.

LEÇON I.



Planche 2. Figure 12.

sphére d'attraction réprésentée par le cercle ECF (dont le centre est au milieu de la coupe du tube en D) est détournée par les piéces A & B.

EXPÉRIENCE XIV. *Planche* 2. *Figure* 13.

Planche 2. Figure 13.

36. ON peut connoître si le tube a été assez frotté pour réussir dans l'expérience ; il faut pour cela mouvoir promptement vos doigts contre le tube, comme si vous vouliez le frapper dans une direction perpendiculaire à son axe, mais il faut qu'ils ne s'approchent du tube que d'un quart de pouce : alors les écoulemens ou parties subtiles qui sortent du tube viendront frapper le doigt, ou en revenant du doigt au tube, ils le frapperont par derriére, de maniere que vous entendrez un bruit semblable au pétillement d'une feüille verte que l'on jette au feu, mais non pas aussi fort. Il faut plus ou moins frotter le tube, selon la disposition de l'air. Lorsque le tems est chaud & humide, il faut beaucoup frotter le tube, avant qu'il s'électrise, qu'il attire & qu'il repousse avec beaucoup de force, & alors sa vertu ne s'étend pas fort loin : de sorte que le même tube, qui dans un tems froid & sec donne du mouvement aux fibres d'une plume à la distance de huit ou dix pieds, n'aura que très-peu d'action à la distance de deux pieds lorsqu'il pleut en hyver. Si l'on fait chauffer au feu le tube sans le frotter, il n'aura point d'effet; il aura aussi moins d'électricité si on le frotte assez long-tems pour le rendre trop chaud, & alors il faut le laisser refroidir avant que de s'en servir.

Il ne faut pas oublier de présenter au feu le tube ou le verre avant que de s'en servir, sur-tout s'il est fort épais, pourvû qu'on ne l'échauffe pas trop.

37. IL est à remarquer, que si l'on frotte le tube dans l'obscurité, ses écoulemens paroîtront lumineux, & si on le fait pétiller (comme dans la Figure 13. de la *Planche* 2.) il paroîtra une lumiére à l'extrémité des doigts comme en A. Si l'on tient une petite brosse auprès du tube, comme en B, ou si on la conduit le long du tube sans le toucher, d'abord qu'il a été frotté, il paroitra sur chaque poil de la brosse des bluettes de lumiére comme des étoiles : mais la même partie du tube ne donnera pas deux fois du bruit ou de la lumiére dans le même endroit, * sans un nouveau frottement.

* Note 22.

EXPÉRIENCE XV. *Planche 2. Figure 14.*

38. Si l'on présente le tube frotté à une petite distance d'un duvet attaché à la partie supérieure d'un petit bâton placé sur un pied, le duvet étendra ses fibres vers le tube; mais si l'on en approche le doigt entre le tube & le duvet, les fibres seront repoussées par le doigt, & elles en seront de nouveau attirées lorsqu'on aura éloigné le tube. Ensuite ces fibres retomberont en arriére vers le bâton, & en seront attirées, lorsqu'on aura retiré le doigt. Planche 2. Figure 14.

EXPERIENCE XVI. *Planche 2. Figure 15.*

39. Si l'on place un récipient de verre, d'environ cinq pouces de large & de vingt pouces de hauteur, au-dessus du bâton & du duvet, ayant auparavant fait sécher le récipient au feu ou au soleil : si l'on frotte ce verre de haut en bas avec une main ou avec les deux mains, le duvet étendra ses fibres de tous les côtés comme les rayons d'une sphére, lorsqu'on retirera la main du récipient. Mais si pendant que l'on frotte le récipient, ou après l'avoir frotté, on fait seulement mouvoir la main en haut & en bas, les fibres du duvet (malgré l'interposition du verre) suivront le mouvement de la main. Et si l'on frotte le tube à un ou deux pieds, le duvet qui est dans le récipient suivra de même le mouvement de la main qui frotte le tube. Lorsque l'Electricité du tube a été excitée par le frottement, si on le porte auprès du recipient en-dehors, le duvet étendra ses fibres vers le tube, & lorsqu'on éloignera le tube, le duvet retombera sur le bâton ; ce dernier phénoméne arrive pourtant quelquefois à l'approche du tube, & les fibres s'étendent de nouveau, lorsqu'on a retiré le tube. Il paroît même quelquefois qu'il y a des accès d'attraction & de répulsion ; car pendant qu'on tient le tube auprès du récipient en dedans, les fibres du duvet s'étendent & se resserrent alternativement sans aucun nouveau frottement de part ni d'autre. Planche 2. Figure 15.

40. Si d'abord après que le récipient a été frotté, on souffle vers le duvet (Voyez la *Figure* 15. *Planche* 2.) ses fibres suivront le mouvement du souffle, & elles s'écarteront aussi de la main poussée avec vîtesse vers le verre, même sans qu'elle le touche ;

LEÇON I. mais l'expérience ne réussira pas une seconde fois si l'on ne frotte pas de nouveau le récipient.

Planche 2.

Figure 15.

41. La plûpart de ces expériences & peut-être toutes, réussissent également lorsqu'on a pompé l'air du récipient : il y a seulement cette différence, qu'en le frottant dans le vuide, il se forme une lumiére de couleur de pourpre, qui est beaucoup plus abondante, & qui est toute renfermée dans le verre : & au lieu que les corps étoient auparavant attirés, lorsqu'on les tenoit en-dehors auprès du verre, cette attraction ne paroit plus, & elle n'agit qu'en dedans. Il en est de même du tube lorsqu'on en a tiré l'air, aussibien que d'un globe de verre que l'on fait tourner par le moyen d'une roue, * & que l'on frotte ainsi avec la main, tel qu'il est décrit plus au long par feu M. *Hawksbée* dans son Livre d'Expériences, où il a donné un grand détail d'un grand nombre d'Expériences électriques qu'il a faites.

* Note 23.

42. Je ne m'étendrai pas davantage sur ce sujet quant à present, parce que j'aurai occasion de le traiter plus à fond dans un autre endroit de ce Cours, & que le but de cette Leçon, n'est que de faire voir, que les proprietés des corps, comme la pesanteur, les attractions & les répulsions, qui seront dans la suite employées à expliquer différens phénoménes, ne sont pas des qualités occultes ou des vertus supposées, mais qu'elles existent réellement, & que les Expériences & Observations les rendent sensibles à nos sens. Ces proprietés produisent des effets, & suivent des Loix fixes, agissant toujours de la même maniére dans les mêmes circonstances ; & quoique les causes de ces principes * ne soient pas connuës, puisque nous ne prétendons pas donner aucune raison de ces causes secretes, il est clair que nous rejettons les qualités occultes, bien-loin de les admettre dans notre Philosophie, comme les Cartésiens nous le reprochent sans cesse.

* Note 24.

NOTES SUR LA PREMIERE LEÇON.

1. [Art. 3 — *Mais toute la varieté, &c.*]

SI l'on regarde les briques qui composent un bâtiment, comme en étant les parties les plus petites, on trouvera que quelque semblables qu'elles soient entr'elles, leur différente disposition doit produire dans l'édifice, des parties très-différentes : Une voûte, une muraille, une cheminée, un trumeau, une colonne quarrée ou ronde, un globe ou un cube sont composés de la même espèce de briques ; & celles qui servent à une partie, pourront aisément servir à une autre. Ainsi dans le merveilleux édifice de l'univers, il n'est pas nécessaire qu'il y ait quelque différence entre les atômes ou particules primitives qui en composent les parties différentes ; les mêmes atômes étant aussi propres à produire la terre que la mer, à former de l'or qu'à former de l'argile : & lorsqu'on ne fait pas attention à l'ame qui est unie à la matiere, on voit que la disposition particuliére des premiers atômes fait toute la différence qui se trouve entre un bloc inanimé & le corps de l'animal le mieux organisé. NOTES sur la Ire. Leçon.

On peut apporter un grand nombre d'exemples de la matiére de différens corps, dont la varieté ne dépend que de l'arrangement différent & de la position de leurs parties.

Lorsque l'eau des rivieres, de la mer & des lacs, est rarefiée par la chaleur du soleil jusqu'à devenir spécifiquement plus légere que l'air (ce qui arrive, lorsqu'elle occupe environ 900 fois autant d'espace dans la vapeur qu'elle en occupoit dans l'eau) elle s'éleve assez haut pour former des nuages de différentes couleurs, qui flottent à la hauteur à peu près, où l'air est de la même pésanteur spécifique que les nuages.

Lorsque les vents en entraînant une partie de l'air supérieur, sont cause que celui qui est en-dessous s'étend & devient plus leger, les nuages conservant la même pésanteur spécifique qu'ils avoient auparavant, sont forcés de descendre ; & la résistance qu'ils trouvent dans leur chûte les fait changer en pluye : cette pluye tombant sur la terre, se précipite presque toute dans les rivieres & dans la mer, & le reste entre dans la terre, & est imbibé par la semence des plantes. Si l'on considére l'eau de pluye qui entre dans les grains de bled qui ont été semés, on voit qu'elle se change en feüilles vertes, en pailles, en épis & ensuite en grains. Le grain étant moulu devient farine ; la farine devient pâte, ensuite étant cuite au four, elle prend de la croûte & se change en pain. La partie nourrissante du pain (après que l'homme l'a mangée, & qu'elle a passé dans l'estomach) sort des intestins pour entrer par les veines lactées dans le receptable du chyle, & de-là par le conduit thorachique dans la veine sousclavaire gauche, ou (comme un Anatomiste * ingénieux l'a découvert depuis peu) dans la veine jugulaire gauche intérieure. Là se mêlant avec le sang, elle se porte dans le cœur & dans les poûmons, où l'air lui communique ses particules vivifiantes, & revenant au

* M. de Saint-André.

NOTES sur la Ire. Leçon.

cœur, elle est portée aux extrémités du corps par l'action du ventricule gauche du cœur & par celle des artéres. Une partie de ce nouveau sang continuë à circuler, & une autre se change en la substance des os, une autre en membranes, une autre en poils, en cheveux & en ongles ; & le reste traversant les glandes, se change en sueur, & redevient eau comme auparavant.

Si l'on considére les goutes d'eau qui s'imbibent dans la semence du lin, on les verra devenir la tige de la plante ; de-là se forme la filasse, de la filasse on fait le fil, du fil on forme le linge ; les chiffons du linge battus par l'action de l'eau dans les Papeteries forment une pâte blanche, d'où l'on tire le papier que l'on étend sur des reseaux de fil de fer ; & enfin la fumée qui s'exhale du papier brûlé, se réduit aisement en eau, & reprend sa premiere forme.

Les solides deviennent fluides, comme les métaux par l'action du feu ou par leurs dissolutions dans des menstrues acides ; & les fluides deviennent solides, comme le mercure qui se durcit par les vapeurs du plomb : & deux liqueurs chymiques en se mêlant ensemble, forment subitement un corps solide.

Les avantages que l'on tire des machines & des instrumens, ne viennent que de leur figure particuliére. Les horloges, les moulins & autres machines n'ont de valeur qu'autant que leurs parties destinées à communiquer le mouvement ont la configuration qui leur est propre.

La même espéce de verre produit une grande variété d'effets, selon la différente figure que l'on donne à sa surface, comme le sçavent fort bien tous ceux qui ont vû des verres & miroirs d'optique.

La différence des saisons qui fait tant de changemens sur la surface de la terre, & même dans les corps des animaux, ne vient uniquement que de la situation différente des parties de la terre par rapport au soleil.

Ceux qui veulent avoir de plus grands éclaircissemens sur cette matiére, peuvent consulter l'*Introduction à la vraye Physique* du Docteur *Jean Keill*, Edition 3. Leçon 7.

Note 2. [4 — *Si le mercure résiste*, &c.] Le mercure pese 13 $\frac{1}{2}$ fois plus que l'eau, & l'on trouve qu'il résiste précisément 13 $\frac{1}{2}$ fois plus. On trouve aussi que l'eau qui pese 8 & 9 cent fois plus que l'air, résiste précisément autant, C'est ce que *Newton* a trouvé par les Expériences qu'il a faites avec un pendule de bois & de plomb dans l'air, un pendule de plomb dans l'eau & de fer dans le mercure. Voyez ses *Principes*, Edition 2. *Livre* 2. *Prop.* 31. & *Prop.* 40. où il démontre que la résistance des fluides est en raison de leur quantité de matiére.

J'ai fait, il y a environ deux ans, une expérience en présence de la *Societé Royale* sur une balle d'or d'un pouce de diamétre, laquelle étant suspendue par un fil, fut mise en mouvement dans l'eau, & ensuite dans le mercure : on trouva que 42 vibrations dans l'eau détruisoient autant de parties du mouvement du pendule d'or que trois vibrations dans l'argent vif. Faisant ensuite tomber la balle d'or dans un tuyau de cuivre de quatre pieds de longueur & de 4 $\frac{1}{2}$ pouces de diamétre, plein de mercure (de la hauteur de trois pieds dix pouces) & ayant bien observé le tems de sa chûte, nous trouvâmes

trouvâmes par la comparaison de plusieurs expériences, que la résistance du milieu (trouvée par la méthode prescrite dans la *Prop.* 40. des *Principes*) s'accordoit tellement avec la Théorie de *Newton*, qu'elle ne différoit que de la dixiéme partie d'un pouce dans l'espace parcouru par la balle, qui étoit de 3 pieds 10 pouces.

NOTES sur la Ire. Leçon.

N. 3. [4 — *Et s'il y a un milieu encore plus subtil que la lumiere, &c.*] Voyez l'Optique de *Newton*, 2e Edition, Livre 3e, Questions 18, 19, 20 & 21.

N. 4. [5 — *Que la quantité, &c. est divisible* à l'infini, &c.] PARMI les différentes démonstrations que l'on a données pour prouver cette assertion, je ne choisirai que les deux suivantes qui sont fort claires & fort simples. La premiere est tirée de l'Introduction à la Philosophie de *Newton* par le Docteur *s'Gravesande*, Partie Ire, n°. 18.

Planche 3. Figure 1.

Planche 3. Figure 1.

Soit une ligne AB perpendiculaire à BF, & une autre GH à une petite distance de A, qui soit aussi perpendiculaire à la même ligne. Des différens centres C, C, C, &c. avec les distancees CA, CA, &c. décrivez des cercles qui coupent la ligne GH aux points *e*, *e*, &c. plus le rayon AC sera grand, & plus la partie *e* G sera petite, & puisqu'on peut augmenter à l'infini le rayon AC, on peut le réduire à rien, parce que le cercle ne sçauroit se confondre avec la ligne droite BF.

La démonstration suivante est tirée de l'*Introduction à la vraye Physique* du Docteur Jean Keill, Leçon 3. *De magnitudinum divisibilitate.*

Soit AB (*Planche* 3. *Figure* 2.) une perpendiculaire entre les paralléles CD, EF du point C pris sur l'une des paralléles : menez la ligne CG à un autre point G sur l'autre paralléle, de l'autre côté de la perpendiculaire AB; elle divisera cette perpendiculaire en deux parties en K. une autre ligne menée de C en H divisera la partie KA (de AB) en deux parties; & puisque sur la ligne EF que l'on peut prolonger à l'infini, on peut prendre d'autres points comme J, &c. on peut toujours mener de nouvelles lignes qui diviseront ce qui reste de AB; car quelque ligne que l'on tire de C à un point de la ligne EF, quelque éloigné qu'il soit, elle ne sçauroit se confondre avec la ligne CD, & par conséquent elle divisera toujours la partie de AB qui reste après la division précedente.

Si vous voulez avoir d'autres démonstrations, & qui soient plus étenduës, voyez la même *Leçon* 3e, où l'Auteur fait encore sentir l'absurdité de l'opinion contraire. Il répond dans la *Leçon* suivante aux objections que l'on oppose à la divisibilité de la quantité, en démontrant que ce que l'on regarde comme des conséquences absurdes de la divisibilité de la matiére à l'*infini*, ne sont que des assertions véritables.

Par exemple, 1°. *Qu'une quantité finie peut avoir un nombre infini de parties.* Car si la ligne AB * est divisée en cent parties, toutes ces parties prises ensemble égaleront AB; & si on la divise en mille parties, toutes ces parties

* Planche 3. Figure 3.

NOTES sur la Ire. Leçon.

prises ensemble égaleront encore A B. Or on peut augmenter ce nombre, tant que l'on veut, & même par l'addition infinie des nombres ; & puisque de quelque façon que le nombre des parties soit augmenté, leur somme ne sçauroit surpasser la ligne A B, on peut donc dire sans absurdité, que cette ligne contient un nombre infini de parties.

2°. *Qu'il n'y a point de contradiction, mais que c'est un principe qui s'accorde avec la géométrie, qu'une quantité finie est égale à une quantité infinie ;* puisqu'on fait voir qu'un espace fini est égal à un espace infini, & un solide infini à un solide fini.

3°. *Qu'il y a des infinis dont les grandeurs ont de certaines proportions entr'elles ;* & que quelques-uns sont plus grands, (& même infiniment plus grands) que les autres.

* Planche 3. Figure 4.

Dans le cercle A B F * prenez un arc B F infiniment petit, la corde B F sera infiniment plus petite que le diametre A B, & elle sera cependant infiniment plus grande que le sinus verse B G que l'on trouve en menant F G perpendiculaire à B A. De même dans le cercle B F A *, si l'on prend l'arc B F infiniment petit, B E sera sa tangente, F G son sinus droit, B G le sinus verse ; on peut démontrer que C B est infiniment plus grand que B E, B E infiniment plus grand que B G, & B G infiniment plus grand que H E.

* Planche 3. Figure 5.

Mais ce qu'il y a de plus surprenant en cette matiere, c'est que si l'on mene A E & A B * à angles droits, & que l'on fasse passer par le point A des courbes paraboliques de différente espéce, C, D, G, H, l'angle d'attouchement F A C qui est infiniment plus petit que tout angle rectiligne, sera infiniment plus grand que l'angle F A D, & celui-ci infiniment plus petit que F A G : & ainsi il y aura une suite infinie d'angles d'attouchement dont chacun est infiniment plus grand que celui qui le précéde : & même, entre deux angles quelconques, on peut en concevoir une infinité d'autres qui sont infiniment plus grands les uns que les autres. On peut encore entre deux de ceux-ci, imaginer une suite d'angles intermédiaires qui s'étend à *l'infini*, & dont chacun est infiniment plus grand que celui qui le précéde. Et c'est ainsi que la nature ne connoît point de bornes. Voyez *la démonstration de ces propositions dans le même Livre*, Leçon 4.

* Planche 3. Figure 6.

N. 5. [6. — *Quant à la division actuelle de la matiére*, &c.] Le Docteur *Keil* dans son Introduction, *Leçon* 51, déduit les deux théorémes suivans de la divisibilite infinie de la matiére.

THÉORÉME I.

» Une quantité quelconque de matiére, quelque petite qu'elle soit, & un
» espace fini quelconque, quelque grand qu'il soit, étant donnés, (comme
» par exemple, un cube circonscrit autour de la sphére de *saturne*) il peut se
» faire que la matiére de ce petit grain de sable soit répanduë dans tout cet
» espace, & qu'elle le remplisse de maniére, qu'il n'y ait aucun pore ou in-
» terstice, dont le diametre surpasse une ligne donnée.

De la démonstration de ce *Théoréme*, il tire le corollaire suivant, qui sert à démontrer le second *Théoréme*.

Cor. » Il peut donc se trouver un corps, dont la matiére étant réduite à un » espace entiérement plein, cet espace soit une partie donnée de la premiere » grandeur de ce corps.

THÉORÉME II.

» Il peut y avoir deux corps d'un égal volume, dont les quantités de » matiére étant inégales en proportion quelconque, la somme de leurs pores, » ou des espaces vuides dans les deux corps, soit cependant presque la » même.

Le Docteur applique sa démonstration à un pouce cubique d'or, & à un pouce d'air. La voici en substance.

Le pouce cubique d'or A * contient environ 20000 fois plus de matiére que le pouce cubique d'air B; supposons néanmoins qu'il n'en contienne que 10000 fois plus. Soit la matiére en A réduite à un espace entiérement plein, que nous supposerons égal à $\frac{1}{100\ 000}$ d'un pouce cubique; (ce qui peut se faire par le *Cor.* du premier *Théoréme.*) Si la matiére contenuë en B est aussi réduite à un espace entiérement plein, elle n'occupera que $\frac{1}{1\ 000\ 000\ 000}$ d'un pouce cubique, parce que B contient 10000 fois moins de matiére que A. Pour comparer ces deux espaces pleins, il faut réduire les deux fractions à la même dénomination, & $\frac{10000}{1\ 000\ 000\ 000}$ exprimera l'espace solide dans le pouce cubique d'or. Donc les $\frac{999\ 990\ 000}{1000\ 000\ 000}$ parties restantes de ce pouce cubique, seront des espaces vuides: Tandis que les espaces vuides du pouce d'air (après que sa matiére aura été réduite à un solide) seront exprimés par la fraction $\frac{999999999}{1000000000}$: & par conséquent puisque les nombres 999990000 & 999999999 sont presque en raison d'égalité; les espaces vuides dans les deux corps seront presque égaux.

* Planche 3. Figure 7.

Quoique ces théorémes paroissent incompatibles avec la Théorie des atomes, ils ne la détruisent pas; parce que, comme ils sont tirés de la divisibilité des quantités, ils sont plus mathématiques que physiques. Car quoiqu'on puisse concevoir un atome d'une petitesse excessive, son diametre sera pourtant d'une longueur déterminée, & par conséquent il sera trop grand pour répondre aux conditions du premier *Théoréme*, qui suppose qu'il n'y a point de parties primitives. Mais alors même dans un atome (ou partie primitive physique) les Mathématiciens peuvent déterminer des parties plus petites en proportion quelconque, de maniere que les précédents *Théorémes* subsisteront: Car ces particules des corps naturels, que les opérations de la nature ne sçauroient diviser, peuvent cependant être divisées virtuellement en un nombre infini de parties, qui ne seront pourtant jamais séparées les unes des autres.

Quoique les atomes donnés, & d'une grandeur déterminée, limitent les *Théorémes* du Docteur *Keil* dans le sens physique, on voit cependant par les

NOTES sur la Ire. Leçon.

phénoménes, qu'il y a actuellement des particules assez petites pour convenir avec le premier *Théoréme*, si l'on veut employer un grain de sable pour remplir la sphére de *saturne*; & avec le second *Théoréme*, si l'on veut comparer un pouce d'or avec un pouce d'air; en supposant seulement (ce qui est plus que probable) qu'un corps parfaitement solide surpasse l'or en densité, autant que l'or surpasse la lumiére, ou qu'il surpasse l'éther, qui est encore plus rare que la lumiére.

Et si l'on suppose un grain de sable divisé en autant de parties qu'il en faut pour remplir la sphére de *saturne*, sans avoir aucun pore plus grand en diametre que celui d'un cheveu, ces particules seront encore plus grandes que celle de l'éther, si elles ne sont pas plus grandes que celles de la lumiére.

N. 6. [7. *On doit penser que ces particules sont d'une petitesse inconcevable.*] Quoiqu'il soit bien surprenant qu'on puisse diviser actuellement la matiére en parties aussi petites que celles dont nous avons parlé dans la Note précédente; cependant quelques exemples de la division en petites parties, qui se fait par le secours de l'art, ou qui est l'ouvrage de la main des hommes, & quelques preuves de la subtilité de cette matiére, qui est naturellement dispersée dans tout l'univers, rendront cette assertion évidente à ceux qui y apporteront la moindre attention.

Les Batteurs d'Or, même avec des instrumens grossiers, réduisent ce métal à une telle subtilité, que cinquante pouces quarrés de feuille d'or ne pesent qu'un grain : or la longeur d'un pouce peut se diviser en 200 parties visibles, comme on le voit dans la *Planche* 3. *Figure* 8. où la vingtiéme partie d'un pouce est divisée en dix parties visibles par le moyen de six hachures noires, & de cinq interstices blancs. * Multipliant donc 200 par 200, nous avons 40000 parties visibles dans un pouce quarré, lesquelles sont contenues 50 fois dans un grain d'or; & par conséquent il se trouve par ce moyen divisé en 2000000 parties visibles.

* Planche 3. Figure 8.

Si l'on considére l'art de dorer l'argent, on trouvera que l'or en ce cas contient des parties visibles, même après qu'il a été divisé plus de dix fois autant: Car huit grains d'or peuvent dorer une once entiére d'argent, laquelle est ensuite tirée pour former un fil de 13000 pieds de longueur; ainsi un grain peut dorer un fil de 1625 pieds. Et comme chaque pied (selon ce qu'on a dit ci-devant) doit contenir 2400 parties visibles, toute la longueur du fil contiendra 3900000 petits cylindres, qui étant réduits en cubes, auront chacun six côtés visibles; & ainsi par cette derniére opération, un grain d'or au lieu d'être divisé en deux millions de parties visibles, sera divisé en 23400000, ce qui est presque douze fois autant. *Il paroît qu'on peut raisonnablement prendre pour cubes ces petits cylindres, si l'on fait attention que tout ce fil étant battu & applati pour pouvoir l'entortiller autour de la soye, & en faire des filets d'or, & même aprés qu'il a été applati, les meilleurs microscopes ne sçauroient faire découvrir l'argent à travers la dorure.* Cela fait voir que dans cette pellicule mince, il reste encore plusieurs parties d'or les unes sur les autres; quoique son épaisseur (comme le Docteur *Halley* l'a prouvé dans les *Trans. philos.* nomb. 194.) ne soit que $\frac{1}{134190}$ d'un pouce, ou 62, 25 fois

NOTES sur la Ire. Leçon.

moindre que la 200e. partie d'un pouce, que nous avons regardée comme la moindre partie visible de la longueur d'un pouce. M. *Boyle* dans son Livre *sur la nature & la subtilité des écoulements*, dit qu'un grain de cuivre dissous dans l'esprit de *sel armoniac*, donne une forte teinture bleue à 105, 157 pouces cubiques, qui font presque deux quartes d'eau. Or si l'on suppose que de cette eau teinte, on peut voir au moins un cube dont le côté est égal à la 100e. partie d'un pouce, (en prenant huit fois plus que nous n'avons fait par rapport à l'or) on verra par le calcul qu'un grain de sable assez petit pour qu'un pouce cubique en contienne un million, contiendra cependant deux millions cent onze mille & quatre cent (ou 2 111 400) parties égales à celles qui résultent de la division actuelle d'un seul grain de cuivre.

Le même Sçavant ayant exposé au grand air une certaine quantité d'*assa fœtida*, trouva son poids diminué en six jours de la huitiéme partie d'un grain seulement : Or si l'on suppose que durant tout ce tems un homme peut recevoir par l'odorat l'*Assa fœtida* à la distance de cinq pieds, on verra que les particules qui viennent de la division de l'*assa fœtida*, ne sont pas plus grandes que $\frac{1}{26\ 250\ 000\ 000\ 000\ 000}$ d'un pouce.

Feu M. *Lewenhoek*, ce Naturaliste curieux & ingénieux, nous fait voir que dans la laite d'un seul merlus il y a plus de petits animaux qu'il n'y a d'habitants sur toute la surface de la terre. Or si l'on connoît seulement la longueur du foyer de la lentille, ou du verre du microscope, on peut par les regles de l'optique trouver la grandeur de ces petits animaux, qui ne peuvent pas excéder $\frac{1}{26\ 000\ 000\ 000\ 000}$ d'un pouce cubique : & par conséquent la pointe d'une aiguille en contiendroit plusieurs mille. On voit aussi que si l'on compare ces animaux à une baleine, ils se trouvent beaucoup plus petits que la baleine à proportion que celle-ci est plus petite que tout le globe de la terre. Comme chaque animal est un corps organisé, il faut que les parties qui composent un de ces animaux, soient prodigieusement fines, subtiles & délicates. Combien petit doit être le cœur de cet animal, ses veines & ses artéres ? Et combien petits doivent être les globules de ce fluide qui lui tiennent lieu de sang, & qui nagent dans un fluide encore plus subtil. Il est à propos de considérer ici la petitesse de ces globules ; ce qui peut se faire en faisant attention que les particules du sang de ces animaux doivent être par rapport à leur corps comme les globules du sang humain par rapport au corps de l'homme.

Le corps d'un homme est à celui de l'un de ces petits animaux, comme 17 à $\frac{3}{100\ 000}$, & le diametre des globules du sang d'un homme ne surpasse pas $\frac{1}{79\ 200}$ d'un pouce, † (parce que Lewenhoek a trouvé que le diametre des

† *Le sçavant & ingénieux Docteur Jurin, Secretaire de la Société Royale, a depuis peu trouvé que les globules du sang humain sont plus grands qu'on ne dit ici; & ayant communiqué ses remarques à M.* Lewenhoek, *il en fut confirmé dans son sentiment ; mais je n'ai pas jugé à propos de changer ce calcul, parce que je traiterai ce sujet plus au long dans un autre endroit de ce Cours.*

NOTES sur la Ire. Leçon.

vaisseaux par où ils passent n'est pas plus grand.) Donc comme 17 est à $\frac{3}{100000}$, ainsi $\frac{1}{79\ 200}$ est à $\frac{3}{134\ 640\ 000\ 000}$ ou en décimales $\frac{22}{1\ 000\ 000\ 000\ 000}$; donc les globules du sang de ces petits animaux ne peuvent pas être aussi grands que le cube de ce nombre, ou que $\frac{8}{1\ 000\ 000000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}$ d'un pouce.

Mais comme ces nombres exprimés par les Figures de l'Arithmétique, ne donnent pas immédiatement une idée de la petitesse de ces globules; le Docteur *Keil* (qui dans sa *cinquième Leçon* donne toutes les démonstrations qui prouvent nos deux derniers paragraphes) a fait voir que le plus petit grain de sable visible contiendroit plus de ces globules que dix mille deux cent-cinquante-six des plus hautes montagnes du monde ne contiendroient de grains de sable.

Ce que nous avons dit jusqu'ici fait voir combien sont petites les parties innombrables de la division actuelle des corps; mais il y a des particules de matiére qui sont plus petites que les globules dont on vient de parler, en telle proportion que ces globules leur étant comparés, seroient non-seulement des montagnes, mais aussi grands que la terre. Je parle des particules de la lumiere dont la finesse inconcevable surpasse toutes nos idées. Combien petites doivent être les particules qui sortent d'un flambeau, dont on voit la lumiere à deux milles de distance! Puisqu'à chaque instant de tems il en doit émaner des particules qui remplissent une sphére de quatre milles en diametre, de sorte qu'on ne sçauroit placer en aucun endroit de cette sphére la tête d'une épingle, sans qu'elle reçoive quelques particules de la lumiere. Le Docteur *Newentiit* fait voir que la quatorziéme partie d'un grain de cire ou de suif (qui se consume en une seconde de tems dans une chandelle de six à la livre), produit un plus grand nombre de particules de lumiere, que mille fois mille millions de terres (égales à la nôtre) ne seroient capables de contenir de grains de sable. Voyez le *Philosophe Religieux*, volume 3. *contemplation* 25, *section* 15, 16, 17.

7. [7. *Il doit y avoir une grande quantité de vuide*, &c.] La différente gravité spécifique des corps démontre clairement cette assertion, comme on le fera voir plus au long dans la seconde Leçon. Et cela est évident dans les fluides par leur différente résistance, qui, comme nous l'avons déja prouvé, est proportionnelle à la quantité de matiére des corps.

8. [7. — *Tous les espaces ne sont pas également pleins de matiére.*] S'il y avoit quelque chose de semblable à la *matiére subtile*, qui dût remplir tous les vuides des corps, & tout l'espace céleste où les planétes se meuvent, sa résistance seroit plus grande que celle de l'argent vif. Dans un milieu tel que celui-là, un globe même parfaitement solide perdroit la moitié de son mouvement avant que d'avoir parcouru trois fois la longueur de son diametre; & des globes tels que les planétes, seroient arrêtés beaucoup plûtôt: Ainsi il est absolument nécessaire pour la continuation du mouvement des planétes

& des cométes, que les milieux où elles se meuvent, soient presque entiérement vuides de matiére. On en peut juger par le mouvement prompt de la queue d'une cométe, qui paroit ne trouver aucune résistance sensible dans le *milieu* où elle se meut, quoiqu'elle ait tant d'étendue, & qu'elle soit composée d'une vapeur si subtile.

NOTES sur la Ire. Leçon.

9. [9. — *Beaucoup plus de vuide que de matiére*, &c.] On peut prouver clairement par la proprieté des corps transparents, qu'il y a plus de vuide dans les corps que de matiére ; car les rayons de lumiére se répandent de tous les côtés en lignes droites à travers l'eau, le verre ou le diamant, avec autant de facilité (& même avec plus de vitesse) que dans l'air, de quelque côté que le corps transparent soit exposé à la lumiere : il y a donc toujours un passage rectiligne pour la lumiére, depuis la moindre partie déterminable du corps transparent, jusqu'à toute autre partie du même corps : & cela ne sçauroit arriver, à moins que la quantité de matiére dans un tel corps ne soit extrêmement petite par rapport à son volume. Peut-être que dans un diamant la matiére solide comparée à son volume, a moins de proportion que le diamant n'en a étant comparé à tout le globe de la terre : ce qui ne paroîtra pas impossible, si l'on fait attention à ce qui a été dit ci-devant sur cette matiére. Maintenant puisque l'or est tout au plus six fois plus dense que le diamant, combien ne doit-il pas avoir plus de vuide que de matiére ? Delà vient que les écoulements de la pierre d'aimant passent aussi aisément au travers de l'or qu'au travers de l'air ; car si l'on met une piéce d'or ou de quelque autre métal (excepté le fer) entre une pierre d'aimant & une éguille aimantée, qui a été tirée de sa position naturelle par la vertu de la pierre, cette aiguille restera dans la même situation qu'auparavant. Et même ces écoulements peuvent traverser pendant tout un jour le cerveau, qui est un corps si tendre & d'un tissu si delicat, sans affecter les nerfs par aucune sensation, ou sans détourner la moindre idée.

La vapeur de l'aurore boréale (que quelques-uns croyent être composée principalement des écoulemens magnétiques de la terre) passe librement à travers les maisons & les arbres, & traverse les corps des animaux sans qu'ils s'en apperçoivent ; comme on le voit par les observations qui ont été faites sur ce *phénoméne*, lorsqu'on l'a aperçu de différents endroits dans le même tems.

10. [15. — *On peut suspendre à la poulie un poids*, &c.] On peut faire la même expérience, avec un ressort spiral enfermé dans l'une des balles, & un tambour en-dedans, sur lequel le ressort est entortillé. Car l'extrémité du ressort étant attachée à une autre balle égale (ou double ou triple), lorsqu'on séparera les deux balles, elles se réuniront avec des vitesses réciproquement proportionnelles à leurs masses. Voyez *Planche* 3. *Figure* 9. A * répréſente la ſection d'une balle creuse de cuivre, avec un ressort spiral S, & un tambour en-dedans, de maniere que tout le ressort A B rentrera dans la balle lorsqu'il en aura été tiré par l'extrémité B. La balle B est solide & d'yvoire, mais de même pesanteur que la balle creuse A. Si cette balle B est tirée de A à la distance A B, & qu'ensuite on les abandonne toutes les deux, elles viendront se rencontrer en C, milieu de leur distance ; mais si

* Planche 3. Figure 9.

NOTES sur la Ire. Leçon.

B est une balle deux fois aussi pesante que A, lorsqu'on les abandonnera toutes les deux, elles viendront se rencontrer en D, supposé que D B ne soit que la moitié de la distance A D.



N. 11. [17 — *Car la pésanteur étant une vertu, &c.*] LORSQUE nous comparons la pésanteur avec la lumiére & avec la chaleur, nous ne prétendons pas dériver leurs effets de la même cause; ou assurer que toutes les espéces d'attractions dans les corps ont les mêmes loix, puisque l'attraction de cohésion, * & celle de la pierre d'aiman * n'agissent pas de la même maniere : mais nous ne parlons ici que de l'attraction de pésanteur, par laquelle les corps qui nous environnent sont portés vers la terre, & par laquelle la terre & les planétes sont portées vers le soleil; cette attraction se nomme aussi *force centripéte* : & quoiqu'on en ignore la cause, on en a découvert les loix par observations & par expériences, & ces expériences ont toujours concouru à confirmer la théorie de la pésanteur.

* Leçon 1. n°. 19, 20. &c.
* Leçon 1. n°. 29.

Pour avoir une claire notion des effets de la pésanteur, ou de la force centripéte, il faut la considérer sous trois rapports differens : 1°. A l'égard de la quantité de force du corps central qui attire les autres (ou vers lequel tendent tous les corps qui l'environnent) & cette force se nomme *force absoluë*; ou à l'égard de la vitesse avec laquelle les autres corps se meuvent vers le corps central, & cette force se nomme *force accélératrice*, ou enfin à l'égard de la quantité de mouvement qui est dans tous ces corps, lorsqu'on les compare les uns avec les autres, & qui est proportionnelle à l'obstacle qu'ils sont capables d'écarter, & c'est ce qu'on nomme *force mouvante*.

La *force absoluë* est proportionnelle à l'efficacité de la cause qui répand sa vertu tout autour depuis le centre. Ainsi supposé que la terre eût deux fois autant de matiére qu'elle en a à present (soit qu'elle fût deux fois aussi grande, ou seulement deux fois aussi dense) elle auroit une force absoluë double. Ainsi la lune a presque quarante fois moins de force absoluë que la terre, parce qu'elle a presque quarante fois moins de matiére. Il est vrai que son volume (qui est comme le cube du diamétre) est presque cinquante fois moindre que celui de la terre; mais il est plus dense en raison de 21 à 17. Voyez les *Principes de Newton*, L. 3. *Pr.* 37. *Cor.* 3.

On exprime la *force accélératrice* par la vitesse qui seroit produite dans un tems donné, & avec laquelle les corps (considérés comme des points physiques) se meuvent vers le corps central qui les attire par sa force absoluë. Cette force accélératrice est plus grande ou plus petite selon la distance à son centre, en raison doublée réciproque, comme on l'a dit ci-devant. * Telle est la pésanteur, qui pousse les corps vers le centre de la terre, & qui est plus grande dans les vallées qu'au sommet des hautes montagnes; plus grandes aux poles qu'à l'Equateur qui est plus élevé de dix-sept milles; & plus grande à l'Equateur qu'à de plus grandes distances du globe de la terre : car le même corps, qui auprès de la surface de la terre, parcourt seize pieds dans la premiere seconde de sa chûte, ne décriroit que quatre pieds dans le même tems, s'il commençoit à tomber à la hauteur de 4000 milles au-dessus de la surface de la terre ou à deux demi-diamétres de distance

* Leçon 1. n°. 37.

à

à son centre. A égales distances la force accélératrice est la même de tous les côtés; parce que tous les corps grands ou petits, pesans ou legers, (faisant abstraction de la résistance de l'air) sont également accélérés dans leur chûte. *

NOTES sur la Ire. Leçon.

* Leçon 1. n°. 8. Exp. 1.

La *force mouvante* est proportionnelle à la quantité de mouvement, que la force absoluë du corps central produit en un tems donné dans les corps sur lesquels elle agit. Quoiqu"à l'égard de la terre, on considére les plus grands corps qui en sont attirés (& la Lune même) comme des points physiques; cependant lorsqu'on les compare entr'eux, on doit avoir égard à leur quantité respective de matiére : car les corps qui ont la même force accélératrice, ou qui se meuvent avec la même vîtesse, ont leurs quantités de mouvement plus ou moins grandes, selon qu'ils ont plus ou moins de matiére, ou qu'ils sont plus ou moins pesans : parce que la force mouvante d'un corps n'est que la somme des actions de la force acceleratrice sur toutes ses parties; & par conséquent on la trouve en multipliant la quantité de matiére par la force accélératrice, comme on trouve la quantité de mouvement des corps, en multiplant leur matiére ou leur masse, par leur vîtesse.

Ainsi auprès de la surface de la terre, où *la force accélératrice* de la pesanteur est la même sur tous les corps, la *force mouvante* ou le poids est comme le corps : mais si l'on s'éleve à des endroits où la pésanteur accélératrice est moindre, le poids sera aussi diminué, & deviendra comme la masse du corps multipliée par *la force accélératrice*. Par exemple, si un poids d'une livre & un poids de quatre livres commencent à tomber auprès de la surface de la terre, leurs *forces mouvantes* seront comme 4 & 1; car si l'on prend 16 pour la *force accélératrice* commune aux deux, 16 fois 4 (ou 64) seront précisément 4 fois autant que 16 (ou 16 fois 1) mais si le poids de quatre livres étoit porté à la hauteur de 4000 milles ou de deux demi-diamétres de distance au centre de la terre, sa *force mouvante* seroit alors précisément égale à celle d'une livre à la surface de la terre; parce que la *force accélératrice* étant quatre fois moindre à une double distance du centre, 4 fois 4 ou 16 exprimeroit la *force mouvante* du corps plus pesant.

Si le poids d'une livre étoit placé à la distance de deux demi-diamétres, sa force mouvante seroit 16 fois moindre que celle de 4 livres à la surface de la terre.

L'idée claire de ces trois forces fournit la raison de quelques *Phénoménes*, qu'il seroit difficile d'expliquer sans leur secours. Par exemple, nous avons déja dit que la terre a près de quarante fois plus de matiére que la lune; & cependant les corps qui sont sur la surface de la lune ne pesent que trois fois moins qu'ils péseroient sur la surface de la terre, quoique la *force absoluë* de la lune soit quarante fois moindre. Mais pour faire voir que c'est-là une conséquence nécessaire de ce que nous avons dit, il faut examiner cette matiére par les nombres.

Soit TAB * la Terre, L la Lune, AB un diamétre de la terre, & *bd* un diamétre de la lune (qui sont entr'eux comme 365 & 100) & que les lignes CE & *ce* soient chacune égale à un diamétre de la terre; si l'on suppose un corps placé en E dont le poids ou la pesanteur vers la terre y soit égal à 9, 8427 livres; le même corps placé en *e*, précisément à la

* Planche 3. Figure 10.

NOTES sur la Ire. Leçon.



même distance du centre de la lune, où il étoit par rapport au centre de la terre, ne pésera vers la lune L, que 0, 25 livres ou le quart d'une livre; parce que les masses ou quantités de matiére dans ces deux corps, & par conséquent leurs *forces absoluës*, sont entr'elles comme ces nombres, ou comme 39, 721 & 1, qui sont en même proportion. *Newton*, *Princ. Lib.* 3. *Prop.* 37. *Corol.* 4.

Si ensuite le même corps est placé en A, à la distance d'un demi-diamétre du centre de la terre, il pésera vers la terre * quatre fois plus qu'il ne faisoit en E, ou 39, 371 *livres*, & en *a* il pesera vers la lune 1, livre ou 4 fois plus qu'il ne pésoit auparavant par la même raison. Maintenant si la lune sans aucune nouvelle matiére, étoit raréfiée jusqu'au point de remplir la sphére *ma*, qui est égale au globe de la terre, le point *a* seroit sur la surface de la lune, comme le point A est sur la surface de la terre; & en ce cas le poids des corps sur la surface de la terre seroit au poids des corps sur la surface de la lune, précisément comme la quantité de matiére dans la terre, à la quantité de matiére dans la lune, & par conséquent comme leurs *forces absoluës*. Mais la lune étant moindre en diamétre que la terre, lorsque le corps qui pesoit 1 *livre* en *a*, vient à être placé sur la surface en *d*, il est plus près du centre de la lune qu'il ne l'étoit, en raison de 182, 5 à 50, ou de 365 à 100, & par conséquent * il pése alors 13, 3225 *livres*; car comme le quarré de *cd*, (100 × 100 = 10000) est au quarré de *ca* (365 × 365 = 133225) ainsi 1 ou le poids du corps placé en *a*, est à 13, 3225, poids du même corps sur la surface de la lune; lequel nombre étant à fort peu près le tiers de 39, 371, démontre que les corps à la surface de la lune pésent environ un tiers de ce qu'ils auroient pésé à la surface de la terre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

* Leçon 1. nº. 17.

* Leçon 1. nº. 17.

De-là il suit, que les corps pésent plus sur la surface des petites planétes, à proportion de leur quantité de matiére, que sur la surface de celles qui sont plus grandes. Ainsi sur le vaste globe de *Jupiter* dont la quantité de matiére, ou dont la *force absoluë* est 200 fois plus grande que celle de la terre, les corps ne pésent que deux fois autant qu'ils l'auroient fait à la surface de la terre; & sur le corps immense du soleil, dont la quantité de matiére est 227512 fois plus grande que celle de la terre, les corps ne pésent que 24, 4 fois plus que sur la surface de la terre.

De-là il suit aussi que par rapport à une planéte ou corps central, comme par exemple, la terre, le poids des corps qui gravitent vers son centre, est plus grand à la surface qu'à aucune distance en-dehors ou en-dedans, quoique plus près du centre. Car si le même corps qui en A pése 39, 371 *livres*, est porté en D, qui est un point en-dedans de la terre aussi près de C centre de la terre T A B, que *d* l'est de *c* centre de la lune L, son poids n'augmentera pas vers C 13, 3225 fois, comme il l'avoit fait, lorsqu'on l'avoit porté de *a* en *d*; mais il diminuera en raison de 365 à 100; parce que la partie de la terre vers sa surface entre D & A, attire en arriére le corps vers A. Newton, *Lib.* 3. *Prop.* 9. a déterminé la proportion exacte de cette diminution de pésanteur, & a trouvé qu'elle étoit toujours en raison de la distance au centre, en descendant de la surface en bas: & comme



les principes d'où il a tiré cette vérité sont très-évidens, je vais les répéter ici.

S'il y a une surface sphérique concave, dont les particules attirent, selon les loix précedentes de la pésanteur, comme JHLK, * tout petit corps en-dedans de cette surface restera en repos en quelque endroit qu'il soit placé, parce que les attractions qui l'environnent se détruisent mutuellement. Cela est évident, si le corps est placé en C au centre. Et s'il est placé en P deux fois aussi près de HJ que de KL, on trouvera la même chose : car soient menées les lignes JL & KH, il est évident que le segment sphérique entre K & L sera quatre fois plus grand que celui entre H & J, parce que KL vaut deux fois HJ ; il y a donc quatre fois plus de particules attractives en KL qu'en HJ ; mais HJ étant deux fois plus proches du corps P, l'attire quatre fois autant ; ce qui compense le moindre nombre de particules comprises dans le moindre segment ; car le produit de la *force absoluë* de HJ (1) multipliée par sa *force accélératrice*, (qui est ici 4) est égal au produit de la *force absoluë* de KL (4) multipliée par sa *force accélératrice*, qui n'est que 1. *Cela convient également à tout autre point de la surface, ou à toute autre position du corpuscule : & s'il étoit mis en mouvement, il iroit uniformément dans la sphére concave, comme s'il n'étoit point attiré.* Si au lieu d'une surface, il y avoit une écorce d'une épaisseur quelconque, comme ABH, JKL, * la même chose subsisteroit, pourvû que cette écorce fût par tout de même épaisseur & de meme densité.

* Planche 3. Figure 11.

* Planche 3. Figure 12.

Si le creux HJKL étoit rempli par une sphére solide, & que le corpuscule fût placé en P, il ne seroit attiré vers le centre C que par la force de la sphére intérieure HJKL ; car les forces attractives de différentes parties de l'écorce se détruiroient mutuellement, comme on vient de le démontrer. Si le corpuscule étoit porté en Q, il ne seroit attiré que par la sphére QR. Supposons la *force absoluë* de toute la sphére AB = 64, les lignes BC, PC & QC, comme 4, 2 & 1, & la *force accélératrice* du corpuscule en B = 1 ; sa *force mouvante* sera par conséquent 64. Si le corpuscule est porté en P (la moitié plus près du centre des forces) sa *force accélératrice* sera 4, mais alors il ne faudra multiplier ce nombre que par la *force absoluë* de la sphére HJKL, qui étant deux fois moindre en diamétre que la sphére AB est huit fois moindre en solidité, & par conséquent sa *force absoluë* n'est que 8 ; ce qui étant multiplié par la *force accélératrice* 4, ne donne que 32 pour la *force mouvante* du corpuscule en P. Si le corpuscule est porté en Q, quatre fois plus près de C, sa force accélératrice sera 16 ; laquelle étant multipliée par 1, *force absoluë* de la sphére Q (qui est quatre fois moindre en diamétre que la sphére AB) donnera 16 pour la *force mouvante* de la particule en Q. Mais puisque les *forces mouvantes* avec lesquelles le corpuscule ou la particule en B, P & Q gravitent vers le centre C, sont comme 64, 32 & 16, & que les distances du centre sont comme 4, 2 & 1 ; il suit qu'*en allant de la surface d'une planéte en bas, la pésanteur diminue en raison directe de la distance au centre.* Ce qu'il falloit démontrer.

Pour appliquer ceci à ce que nous avons dit ci-devant, si l'on conçoit un globe CD en-dedans de la terre T * égal à la lune & de même densité,

* Planche 3. Figure 19.

NOTES sur la Ire. Leçon.

le corps qui en A pésoit 39, 721 *livres*, ne pesera en D que 13, 3225 *livres*, comme il l'auroit fait sur la surface de la lune.

N. 12. [18 — *Un cube d'un pouce*, &c.] COMME dans les corps éclairés on ne considére que les surfaces exposées à la lumiére, on peut faire cette expérience avec des morceaux semblables de carton exposés à la lumiére : par exemple, un cercle, un quarré, un pentagone, ou tout autre polygone d'un pouce de diamétre à un pied de distance de la chandelle, recevra la même quantité de lumiére qui tombe sur un cercle, un quarré, ou un pentagone, &c. de deux pouces de diamétre à deux pieds de la chandelle, ou des figures semblables de trois pouces de diamétre à trois pieds de la chandelle, & l'on observera que la force de la lumiére diminue en même proportion que l'aire de la figure est augmentée : c'est-à-dire, qu'ici aux distances de 1, 2 & 3 pieds, la force de la lumiére sera comme 9, 4, 1 ; c'est ce qu'on appelle proportion réciproque doublée des distances.

N. 14. [19 — *La figure d'une portion d'un fluide*, &c.] LORSQUE deux petites goutes viennent à se toucher mutuellement, elles deviennent d'abord ovales, & immédiatement après elles sont sphériques. Or lorsque la goute a une figure ovale, la pression d'un fluide extérieur qui agit sur elle de tous les côtés, ne sçauroit changer cette figure, ni arrondir la goute ; il ne sçauroit non plus l'applatir, comme l'ont imaginé ceux qui ont dit, que si les particules de la liqueur n'avoient point d'attraction, & qu'il n'y eût que la pression d'un fluide extérieur, une goute ovale seroit plus pressée aux extrémités des petits diamétres, qu'aux extrémités du plus long, ce qui feroit allonger la goute : mais je n'ai garde d'employer cet argument qui n'est qu'un sophisme, comme on le verra, si l'on se donne la peine de consulter les *Principes* de *Newton*, *Livre* 2. *Proposition* 19. où il démontre, que si une portion d'un fluide est pressée par le même fluide, ou par tout autre fluide homogéne, qui agit de tous les côtés, la figure de cette portion ne sera pas changée par une telle pression.

15. [19 — *Au lieu que par l'attraction mutuelle des petits globules*, &c.] SI deux globules semblables & égaux A & B, * s'attirent mutuellement & se touchent en C, ils resteront en répos, comme ils auroient fait s'ils s'étoient touchés en E ou en D, ou en tout autre point de la circonférence de l'un des deux, parce que l'attouchement seroit toujours le même : & par conséquent une très-petite force éloigneroit B de son attouchement en C vers E ou vers tout autre point de la circonférence (ou plûtôt de la surface de la sphére) CED ; parce qu'en allant tout autour du globule, il continuë de le toucher autant qu'auparavant.

* Planche 3. Figure 13.

S'il y a trois globules A, B, F, * qui se touchent mutuellement de maniere, que leurs centres soient dans la ligne *a b*, ils resteront dans cette position ; que si l'un d'eux est tiré de cette position comme F, * il ne restera pas en F, mais il se portera vers C, où l'autre globule A le rencontrera ; de sorte que ces trois globules se toucheront en deux points, trois sphéres ne pouvant se toucher mutuellement que de cette maniere. Voyez la *Figure* 16.

* Planche 3. Figure 14.

* Figure 15.

S'il y a quatre globules, *g*, A, B, *f*, * ils viendront par la même raison à la position A, F, B, G, en supposant que leurs centres soient tous dans le même plan ; mais si l'un d'eux comme F, est porté en haut, il n'aura point de répos qu'il ne soit arrivé en *c*, & alors les petites sphéres se toucheront mutuellement en trois points. De-là vient que lorsque deux goutes d'eau ou de quelque autre liqueur venant à se toucher mutuellement, forment le sphéroide *a c d b e f*, * elles ne conservent pas cette figure, mais elles forment bien-tôt la sphére *c g d e b f*, pour parvenir au plus grand attouchement possible entre les globules qui composent la sphére ou la nouvelle goute.

NOTES sur la Ire. Leçon.



* Figure 17.

* Figure 18.

Mais on pourroit peut-être dire qu'il est peu mathématique de tirer des conséquences de la figure des parties des fluides, sans avoir auparavant démontré qu'elles sont sphériques : c'est pour cela que je joins ici une autre preuve de la rondeur des goutes des liqueurs, sans avoir aucun égard à la figure des particules dont elles sont composées.

Soit * A B D E une portion d'un fluide homogéne dont les parties s'attirent mutuellement, & dont la figure n'est pas sphérique. Si dans un tel fluide on suppose un syphon comme A C E (ou ce qui revient au même, si tout le fluide est glacé, excepté le canal A C E) dont les jambes A C & C E soient inégales, & se rencontrent en C centre du fluide, vers lequel se fait la plus grande attraction, le fluide sortira de A dans la jambe A C jusqu'à ce qu'il soit descendu jusqu'en *g* dans la jambe C E, en supposant C *g* égal à A C. Mais si la jambe A C est allongée jusqu'en *c*, le fluide reviendra en *e* dans la jambe C E, & en même-tems il s'élevera en *a* dans la jambe C *a*, en sorte que C *a* soit égal à C *e*.

* Planche 3. Figure 19.

Si l'on suppose un autre canal ou syphon en B C D, le fluide y descendra de D en *d*, & montera de B en *b*. Et puisqu'on peut supposer de pareils syphons dans tout le fluide A B D E, il faut nécessairement que ce fluide par l'attraction de ses parties soit réduit à la figure sphérique *a b d e*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

N. 16. [20 — *Ayant moüillé*, *&c.* *deux verres plans*, *&c.*] CETTE expérience d'une goute d'huile de fleurs d'oranges, ayant été faite par feu M. *Hauksbée*, de la maniére que *Newton* la rapporte dans la troisiéme Partie de son *Optique* (*Question derniere vers le milieu*) cet incompable Philosophe a calculé la force de cette attraction, & a conclu : » que » lorsque l'huile d'orange, entre les deux verres plans étoit de l'épaisseur » de trois huitiémes de la partie dix fois cent milliéme d'un pouce, l'at- » traction (qui résulte de la regle donnée dans la Table de la seconde » Partie du second Livre) paroît être assez forte pour suffire en-dedans » d'un cercle d'un pouce de diamétre, à soutenir un poid égal à celui d'un » cylindre d'eau d'un pouce de diamétre & de deux ou trois stades de long.

N. 17. [20 — *L'attraction devient toujours plus grande à mesure que les plans sont plus proches l'un de l'autre.*] IL y a six proprietés à observer dans l'attraction de ces verres plans.

Soit * le point O (centre de la goute) à égales distances des verres plans

* Planche 3. Figure 20.

NOTES sur la Ire. Leçon. Q *m*, Q *n*, & que le rayon O *b* exprime la plus grande distance à laquelle les plans de verre Q *m*, Q *n* peuvent avoir quelque effet sur le point O, il est clair.

1°. Qu'à sa plus grande distance du point Q, il n'y aura pas une plus grande partie de la platine de verre, que la grandeur d'un cercle dont le diametre est *c d*, en-dedans de la sphére d'attraction, ou dont les parties soient capables d'attirer le point O, toutes les autres particules étant a trop grande distance. 2°. La force de l'attraction des points du cercle de verre qui sont les plus proches du point O, est aussi la plus grande. 3°. La somme des particules attractives placées vers Q, & qui sont contenues dans le segment du cercle du verre dont l'arc a *f c* pour son sinus verse, est plus grande que celle des particules attractives contenues dans le segment opposé, & cela en même proportion que le premier segment surpasse le second, à cause de l'angle formé par les plans en Q. 4°. La direction de l'attraction des points qui sont à la même distance de O, faisant tout le long de la ligne QR un angle en O, plus aigu vers Q que vers R, le point O avancera vers Q avec une vitesse accelerée. 5°. A mesure que ledit point O avance vers Q, le diametre du cercle de verre dont les particules peuvent attirer le point O, doit augmenter (G *d* étant plus grand que *c d*) & par conséquent le cercle doit augmenter aussi; c'est ce qui fera que la goute d'huile s'étendra de plus en plus sur les plans de verre, entre lesquels elle étoit placée. 6°. La goute ou le point O avancera vers Q, avec une vitesse toujours accelerée par de plus grandes forces; parce que l'angle *g o b* devient toujours plus aigu par rapport a l'angle *d o q*, à proportion que la córde G *d* devient plus grande que *c d*, ce qui rend la base G *b* toujours plus petite par rapport a la base *d q*, pendant que les côtés des deux triangles restent toûjours egaux; & par conséquent l'angle *g o b* est toujours moindre à proportion que l'angle *d o q*; ce qui augmente continuellement la force de l'attraction vers Q, par la démonstration suivante.

* Planche 3. figure 21. Soit l'angle * *a b c* divisé en parties égales par la droite *b u*, & autour des centres, *t*, u, pris à volonté sur cette ligne, soient tracés des cercles égaux *g h k i*, *a c m l*; je dis que si par les points d'interséction, on mene les cordes *a c*, *l m*, *g h*, i k; *l m* sera plus grande par rapport à *a c* que *i k* par rapport à *g h*. Menez du point *b* les tangentes *b s p*, *b r q*; & du point *u* comme centre tracez entre lesdites tangentes le cercle *e o n d*, & joignez *e d*, *n o*.

Les segments *d e*, *g h*, sont semblables, aussi-bien que les arcs *o p e*, *k s h*, ce qui donne *i k* : *n o* :: *g h* : *d e* & *i k* : *g h* :: *n o* : *d e*. Mais *l m* est plus grand que *n o*, & au contraire *a c* moindre que *d e*; donc *l m* comparé à *a c* est plus grand que *i k* comparé à *g h*: ce qui prouve la sixiéme proprieté des deux plans de verre qui se touchent à une extrémité, & qui forment un petit angle à l'autre extrémité.

18. [23. — *La raison de ces phénoménes*, &c.] Le Docteur *Jacques Jurin*, Sécretaire de la Société Royale, a fait un grand nombre d'expériences curieuses de cette espéce, dont il donne le détail dans les *Transf. Phil.* nomb. 355, par où il fait voir de quelle maniére l'attraction de cohésion opére pour élever & soutenir l'eau dans les petits tubes & dans les espaces compris entre les corps solides, & qui sont analogues aux petits tubes.

19. [23. L'*argent vif attire plus fortement l'argent vif*, &c.] Quelques Auteurs ont cru que l'argent vif & le verre se repoussoient mutuellement, parce qu'il ne paroît pas dans ces expériences & dans plusieurs autres, qu'il s'attache au verre. Mais on verra par quelques expériences relatives à l'attraction de cohésion, que le précédent Auteur ingénieux & sçavant a fait sur le verre & sur l'argent vif, que l'argent vif est réellement attiré par le verre, quoique beaucoup moins que par lui-même, de maniére qu'il paroît en être repoussé.

EXPE'RIENCE PREMIERE.

L'argent vif est attiré par le verre.

Si l'on met un petit globule d'argent vif sur un papier bien net, & qu'on le touche avec un morceau de verre bien propre, en retirant doucement le verre, on verra que l'argent vif s'y attache, & qu'il suit le verre. Si le verre est élevé au-dessus du papier, l'argent vif le suivra de la même maniére qu'un morceau de fer est attiré par une pierre d'aiman, & il s'attachera au verre par une surface plane d'une largeur considérable, à proportion du volume de la goute, comme on le voit clairement avec un microscope ordinaire. Ensuite si l'on tient le verre un peu obliquement, la goute de mercure roulera lentement sur son axe le long du côté inférieur du verre, jusqu'à ce qu'elle arrive à son extrémité, où elle restera suspendue comme auparavant.

EXPE'RIENCE II.

Si l'on met sur un papier une goute de mercure fort grande, & si on la fait toucher de chaque côté par deux morceaux de verre, en séparant doucement les verres l'un de l'autre, la goute de mercure s'attachera à tous les deux, & passera de la figure sphérique à une figure ovale dont le grand axe passera par le milieu des surfaces où la goute touche les verres.

Les particules de l'argent vif sont plus attirées l'une par l'autre, que par le verre. Pour le prouver lisez *Leç.* 1, N°. 24, 25, 26, & les autres Expériences suivantes du Docteur *Jurin*.

EXPE'RIENCE III. *Planche 3. Figure 22.*

L'argent vif étant versé dans un syphon renversé A C B, dont une branche A C est plus étroite que l'autre C B, la hauteur C E où le mercure s'arrête dans la plus grande branche C B, est plus grande que la hauteur C D où il s'arrête dans la plus étroite C A. L'eau, tout au contraire, est plus élevée dans la branche plus étroite que dans celle qui est plus large.

EXPE'RIENCE IV. *Planche 3. Figure 23.*

A B C D représente un plan rectangle de verre qui forme un côté d'une boëte de bois. En-dedans de cette boëte, il y a un autre plan de verre de la même grandeur, qui à son extrémité A C, se joint au premier, & qui

NOTES sur la Ire. Leçon.



forme un petit angle à l'extrémité opposée B D. Lorsque le mercure est versé dans cette boëte à une hauteur comme C E, il s'insinue de lui-même entre les deux plans de verre, & s'éleve à différentes hauteurs entre les verres, selon que l'ouverture est plus grande ou plus petite, il forme l'hyperbole commune C G F; dont une des asymptotes E F est la ligne dans laquelle la surface du mercure dans la boëte touche le verre intérieur; l'autre asymptote est la ligne A C qui joint les deux plans.

EXPE'RIENCE V. *Planche 3. Figure 24.*

A B est une section perpendiculaire des deux plans de verre qui se joignent en A, & qui forment un petit angle en B; C représente une goute de mercure fort large; (la plus large est la meilleure) on a fait descendre cette goute autant qu'on a pu en G, en tenant les plans dans une situation verticale, & l'extrémité A en bas, & qui s'eloigne de l'attouchement des plans en D, en inclinant les plans vers une situation horizontale, & la distance C D devient plus grande ou plus petite selon que les plans sont plus ou moins inclinés vers l'horizon.

20. [30. — *Comme le cube & un quart de la distance — l'attraction magnétique*, &c.] Cet excellent Philosophe le Docteur *Brook Taylor*, a fait plusieurs expériences avec une aiguille aimantée & une grande pierre d'aiman qui est dans le cabinet de la *Société Royale*, lesquelles etant faites à quelque distance de la pierre, s'accordent fort bien avec cette proposition; mais auprès de la pierre, la vertu magnétique ne paroît pas agir selon cette loi; ce qui peut venir de ce que cette pierre paroît être un amas de pierres d'aiman jointes ensemble par une substance pierreuse qui n'est pas magnétique. Car depuis ce tems-là, j'ai trouvé par quelques expériences que j'ai faites avec cette pierre, qu'elle a 15 poles (si je puis me servir de cette expression) c'est-à-dire, 15 points où l'attraction est plus forte que partout ailleurs: ces expériences & quelques autres qui ont été faites sur des aimans foibles, me font penser que chaque pierre d'aiman a plusieurs poles ou points de vertu du côté du *nord*, & plusieurs du côté du *sud*; que ces vertus étant réunies par le fer qui arme la pierre, font cause qu'une pierre armée soutient beaucoup plus de fer ou d'acier que lorsqu'elle n'est pas armée. Mais par les expériences que j'ai faites depuis avec quelques bonnes pierres, & surtout avec une pierre d'environ six onces, qui appartient à Mylord *Paisley* (l'une des meilleurs pierres qui soient au monde) j'ai trouvé qu'une bonne pierre d'aiman homogéne n'a que deux poles.

Le Docteur *Pierre van Muschenbroek*, cet ingénieux Professeur d'*Astronomie*, &c. à *Utrech*, a par un travail & une application infatigable, fait des expériences d'attractions & de répulsions des pierres d'aiman, par rapport au fer, & de l'une par rapport à l'autre; mais il n'a pu jamais trouver aucune proportion réguliere dans l'accroissement de l'attraction lorsqu'elles s'approchent, ou dans le décroissement lorsqu'elles s'éloignent l'une de l'autre. Il a seulement trouvé que la force de la vertu magnétique croît lorsqu'elles s'approchent, & décroît lorsqu'elles s'éloignent; mais non pas exactement à chaque distance,

distance, comme le quarré ou le cube de la distance, ni comme le quarré ou le cube de la distance réciproque, ni dans aucune proportion réductible en nombres; & par conséquent il conjecture fort raisonnablement que les répulsions & les attractions se troublent mutuellement, ensorte qu'elles confondent la proportion; nous n'avons pas même lieu d'espérer de trouver aucune régle sur cette matiére, jusqu'à ce que l'on ait trouvé le moyen (si jamais on peut en venir à bout) de séparer les parties attractives de celles qui sont répulsives. Je renvoye le Lecteur à sa dissertation sur l'aiman, qui mérite l'attention d'un Philosophe qui aime les recherches importantes. Elle est imprimée à *Leyde* in-4°. avec plusieurs autres bonnes dissertations du même Auteur.

21. [31. — *Une force répulsive dans les corps*, &c.] Voyez l'*Introduction* de S'gravesande, Part. 1. depuis n°. 40. jusqu'à 44. Lorsque la lumiere est réfléchie par une surface polie de verre, de crystal, ou de métal; les particules de la lumiére ne frappent pas sur les parties solides, & n'en sont pas refléchies; mais elles sont repoussées de la surface à une petite distance, avant que de la toucher, par une force qui s'étend sur toute cette surface polie. Voyez l'Optique de Newton, *Livre* II. *Part.* III. *Prop.* 8.

Les rayons de lumiére sont aussi repoussés par les côtés des corps à mesure qu'ils passent auprès d'eux, ensorte que leurs ombres, dans certains cas, en deviennent plus grandes qu'elles n'auroient été sans cela. Voyez le même Auteur, *Livre* III. *Part.* 1. où il prouve aussi cette force répulsive par d'autres *phénoménes*.

22. [37. — *La même partie du tube ne peut pas pétiller deux fois, ou donner deux fois de la lumiére dans le même endroit, sans un nouveau frottement.*] En faisant pétiller le tube contre les doigts ou contre tout autre corps solide, son électricité se détruit en même-tems dans cet endroit là; par où l'on peut résoudre un *phénoméne* dont parle le Docteur *S'gravesande* dans son Introduction, vol. 11. n°. 554. *Voici de quelle maniére il s'exprime.*

» Il y a une chose remarquable & très-difficile à expliquer dans cette » expérience, au sujet de la direction du frottement; lorsque vous frottez le » tube, vous en tenez un bout dans une main, pendant que vous le frottez » avec l'autre main; si vous le faites en allant depuis la main qui tient le tube » vers l'autre bout du tube, l'effet n'en sera pas sensible; mais si vous le » frottez depuis l'extrémité du tube qui est libre, en allant à celle qui est dans » la main, le contraire arrivera. Et cela arrive indifféremment, soit que vous » teniez à la main l'extrémité ouverte du tube, ou celle qui est fermée.

Pour expliquer cela, nous n'avons qu'à examiner cette expérience par le moyen de la 10e. *Figure* de la *Planche* 2. A est la main droite qui tient le tube, & B la gauche qui le frotte; laquelle après s'être muë plusieurs fois en haut & en bas, acheve le frottement en se mouvant dans la direction C B A au dernier coup: alors le tube étant approché des corps legers (*Planche* 2. *Figure* 11), leur donne du mouvement. Si le dernier coup en frottant se fait par le mouvement de la main de A en C, & que la main B arrivée en C quitte le tube dans la direction C D, sans s'en approcher de nouveau, ou

NOTES sur la Ire. Leçon.



sans que la manche du just-au-corps s'en approche, le tube agira sur les corps legers avec la même vigueur qu'auparavant. Mais si la main gauche étant arrivée en C, tombe en bas négligemment dans la direction C E parallelement au tube, & fort près du tube, soit que ce soit la main ou la manche de l'habit qui s'en approche trop, elle est cause que le tube fait un petit bruit, (que l'on n'entend pas sans attention) & ainsi elle détruit la vertu excitée par le frottement dans toute la longueur du tube; comme la main A (*Planche* 2. *Figure* 13.) le fait dans le lieu, lorsqu'elle produit un pétillement, qui, comme je l'ai dit ci-devant, n'arrive pas deux fois dans le même endroit, sans un nouveau frottement.

23. [41. — *Un globe de verre que l'on fait tourner*, &c.] Je ne puis pas passer sous silence un *phénoméne* très-surprenant dans une des expériences de M. *Hawksbee*. Il couvrit avec de la cire à cacheter l'intérieur d'un hémisphére de l'un de ses globes de verre jusqu'à une épaisseur, qui le rendit parfaitement opaque : lorsqu'on eût pompé l'air de ce verre, & qu'on l'eût fait tourner partout où la main étoit appliquée extérieurement pour donner du frottement au verre, la cire devint aussi transparente que le verre même; le reste du globe où étoit la cire restant opaque, lorsqu'il ne touchoit pas la main, quoiqu'un moment auparavant il eut été transparent en passant sous la main.

La 25e. *Figure* de la *Planche* 3. représentera la chose parfaitement.

L'hémisphère A C B du globe de verre G A C B est devenu opaque par un enduit intérieur de cire à cacheter, pendant que A G B est resté transparent. On a pompé l'air de ce verre par le moyen du robinet D; ensuite on l'a placé entre les poupées E, F, on l'a fait tourner vivement par le mouvement de la roue K, dont la corde entoure une poulie P fixée à la bobeche de cuivre, dont la tige est l'axe du globe. *La vis H tire en-dehors l'autre poulie J, pour tenir la corde de la roüe toujours tendue.*

Lorsque la main est appliquée en C, on en voit le dedans à travers la cire dans le côté concave du globe enduit de cire, le reste de la cire restant opaque; ensorte qu'on ne peut pas voir la main, lorsque l'œil est placé en Q, mais seulement lorsqu'étant en O, il regarde la main par la partie du verre qui n'est pas enduite en G.

M. *Etienne Gray*, qui a fait un plus grand nombre de différentes expériences électriques que tous les Philosophes de ce siécle & du dernier siécle, a, depuis que j'ai commencé cet Ouvrage, trouvé différents nouveaux *phénoménes* dans l'électricité, dont on peut voir le détail dans les *Transactions Philosophiques*, n°. 417.

Mais en faveur de ceux qui n'ont pas la facilité de lire les Transactions, je vais donner un abrégé de ses découvertes.

1. Toutes les substances qui ne peuvent pas devenir électriques par le frottement, peuvent cependant recevoir une vertu électrique (comme il est visible en ce qu'elles attirent & repoussent les feuilles d'or) par le moyen d'un cylindre de verre frotté (soit qu'il soit solide ou percé) non-seulement en touchant le tube, mais encore par l'intermédiation d'un fil à de très-grandes distances, comme par exemple, de plus de 800 pieds. Et même si le tube ne touche pas le fil, mais qu'il soit seulement frotté tout-auprès, la vertu

électrique coulera le long du fil. Et ce qui est fort remarquable, à mesure que la vertu électrique coule le long d'un fil de chanvre, ce fil doit être soutenu par un cheveu ou par des fils de soie; car les fils de chanvre ou de lin, ou même de fer, qui le soutiendroient, arrêteroient la propagation de la vertu à quelque distance, en la recevant latéralement.

2. De fort grandes surfaces, comme tables, napes, &c. s'imprégnent des écoulements électriques.

3. Une pierre d'aiman & un fer qui y est attaché, recevront la vertu électrique, qui par conséquent n'est pas détournée par les écoulements magnétiques.

4. L'électricité peut se porter de différents côtés en même-tems, sans que le fil de communication touche le tube; comme à deux balles d'yvoire aux deux extrémités d'un fil très-long, en frottant le tube auprès du milieu du fil.

5. L'attraction électrique reçuë n'est pas proportionnelle à la quantité de matiére dans les corps, un cube solide & un cube creux de bois attirant autant l'un que l'autre.

6. Les écoulements sont aussi portés tout-autour d'un cercle, & se communiquent d'un cercle à l'autre.

7. Cette vertu se communique aux feuilles des arbres, & même aux fluides, comme aux balles de l'eau de savon.

8. Les animaux reçoivent aussi cette vertu. Un homme suspendu horizontalement par deux cordons de poil, attire & repousse une feuille d'or avec son visage & ses mains. Si l'on frotte le tube auprès de ses pieds, & même à l'extrémité d'une ligne de pêcheur, il attirera & repoussera une balle. Il est remarquable que la vertu est plus forte dans la partie du corps imprégné, la plus éloignée du tube; car si l'on tient le tube frotté au-dessus de la tête, ce ne sera pas la tête, mais la face qui alors attirera, & au contraire. Si l'homme touche seulement le plancher avec une petite cane, ou un fil de fer, la vertu roule vers le plancher, & l'homme n'est plus électrique. Ainsi étant suspendu par une corde de chanvre, la vertu s'en va au plancher supérieur.

9. Si deux enfans sont suspendus comme ci-devant par des cordons de poil, & à une distance considérable l'un de l'autre, la vertu peut se communiquer de l'un à l'autre par un fil, qu'ils tiennent tous deux, ou qui est attaché à leurs habits; l'électricité étant toujours plus forte dans celui qui est à la plus grande distance du tube.

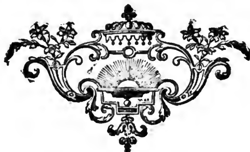
10. M. *Etienne Gray* a trouvé depuis, que si un homme est placé sur un gâteau de résine ou de verre, ou de quelque autre substance, qui soit d'elle-même électrique, ou qui le devienne par le frottement, l'effet sera le même que s'il étoit suspendu par un cordon de poil. Ensorte que si un régiment entier de soldats étoit sur une ligne, & que chacun étant sur un gâteau de résine tînt son voisin par la main, ou que seulement il communiquât avec lui par un fil, je ne doute pas qu'ils ne fussent tous imbus de la vertu électrique, & que le tube étant frotté auprès du premier homme, le dernier n'attirât & ne repoussât une feuille d'or avec sa main, son visage ou ses habits.

11. On a aussi trouvé que l'électricité se communique à travers les corps denses & fort grands.

Notes sur la Ire. Leçon.

24. [42. — *Quoique leurs causes ne soient pas connuës*, &c.] Lorsque les Généalogistes, en cherchant l'origine des familles, sont arrivés aussi loin qu'ils le peuvent, & qu'ils ont trouvé le premier de la famille qui a porté un tel nom, ne pouvant découvrir qui étoit son pere ou sa mere; il seroit fort absurde de dire que parce qu'on ne connoît pas le pere de celui-ci (que nous appellerons par exemple *Jean*), il s'ensuit que *Jean* n'est pas pere de *Pierre*, grand-pere de *Guillaume*, & bisayeul de *Nicolas*, &c. comme on l'avoit prouvé auparavant avec toute l'évidence qui convient à de pareils cas.

Ainsi lorsque l'on voit clairement par observation, que la gravité est la cause de la chute des corps pesants, qui observent certaines loix dans leurs mouvements ; qu'un corps pesant par sa chute meut l'essieu d'une roue, laquelle en conduit une autre circulairement par l'engrainement de ses dents, que celle-ci par l'intermédiation d'autres roués & pignons, conduit l'aiguille d'une montre pour mesurer le tems, ou pour d'autres usages; ce seroit être bien peu Philosophe, de dire que nos raisonnements sur le mouvement de l'aiguille sont faux, comme étant appuyés sur des *qualités occultes ;* parce que nous ne pouvons pas remonter plus haut qu'à la pesanteur, dont nous ne prétendons pas connoître la cause.



LEÇON II.

1. Le *moment* ou la *quantité de mouvement* dans les corps (qu'on appelle quelquefois simplement *mouvement*) est la force avec laquelle les corps changent de place.

Je n'entends pas par-là le coup, la pression, l'attraction, ou toute autre action qui cause ce changement de place dans un corps; mais la force qu'il a pendant tout le tems qu'il se meut d'un lieu à un autre.

2. Cette *force mouvante* peut se connoître aussi par l'effet qu'elle est capable de produire; c'est-à-dire, par le coup que le corps mouvant peut donner, ou par la résistance ou obstacle qu'il est capable de surmonter.

3. Cette quantité de mouvement, qui est la mesure de la force, est composée de la quantité de matiére & de la vîtesse prises ensemble; c'est-à-dire, que lorsqu'on compare les *momens*, les forces mouvantes, ou les quantités de mouvement dans les corps, on multiplie la masse ou la quantité de matiere dans chaque corps par sa vîtesse. * * Note 1.

4. La *vîtesse* ou *celerité*, est la promptitude avec laquelle un corps qui se meut change de place; & l'on peut toujours la connoître par l'espace que le corps décrit dans un tems donné.

5. La quantité de mouvement peut croître, ou par l'accroissement de la quantité de matiere qui se meut avec une vîtesse déterminée; ou en conservant la même quantité de matiere, & augmentant la vîtesse, ou en augmentant l'une & l'autre; & cela se fait dans ces trois cas, en appliquant plus de force; car ici *force* * & *mouvement*, signifient la même chose. * Note 2.

6. Le mouvement d'un tout quelconque, est la somme des mouvemens de toutes ses parties, & par consequent (comme on l'a dit ci-devant) il devient double dans un corps double qui se meut avec une vîtesse égale, & quadruple dans un corps double qui se meut d'une vîtesse double.

LEÇON II.

7. Si un homme avec une force déterminée jette loin de lui un poids de cinquante livres à la distance de dix pieds, il faut qu'il applique une force double pour jetter un poids de cent livres à la même distance, ou pour jetter le poids de cinquante livres deux fois aussi loin : mais s'il n'employe pas plus de force qu'auparavant, il ne pourra jetter le poids de cent livres qu'à la distance de cinq pieds, & alors les deux corps auront la même quantité de mouvement, parce que cinquante multiplié par dix, ou cent multiplié par cinq, donnent le même produit, qui est cinq cens.

EXPÉRIENCE I. *Planche* 4. *Figure* 1.

Planche 4. Figure 1.

8. ABCDE est un instrument inventé pour éclaircir ce que l'on vient de dire, & pour distinguer le mouvement & la vîtesse que quelques Auteurs ont confondu. Les canaux BD, CE, sont faits de maniere que les poids cylindriques bien polis K ou L (l'un de 8 & l'autre de 4 onces) puissent s'y mouvoir avec fort peu de frottement. Soit bandé le ressort AB jusqu'à un certain dégré, en faisant couler le nœud du fil attaché en B sur la coche de fer F; placez ensuite le poids L en B, qui en laissant partir le ressort par l'élevation du nœud, sera poussé de B au point J, qui est à 24 pouces de B. Si l'on pousse de la même maniere le cylindre K, il n'arrivera qu'en H à 12 pouces de B.

Il est évident que la quantité de mouvement est la même dans les deux corps, puisque le ressort est également bandé dans les deux cas; & il est clair que ces quantités de mouvement sont composées des masses multipliées par les vitesses, puisque L = 4 onces × par BJ (24) sa vitesse donne 96, égal à K (8 onces) × BH (12) sa vitesse.

Mais si vous voulez pousser K aussi loin que le point J, où L a été poussé, il faut bander le ressort avec une double force, & alors K aura un mouvement double de celui qu'il avoit. N. B. *On fait cette experience plûtôt pour éclaircir cette matiere, que pour en faire une preuve.*

Il faut bien se garder de tirer des conséquences de cette experience, parce que le succès en est different selon les circonstances. Si les poids cylindriques sont placés ensorte qu'ils touchent le ressort lorsqu'il est bandé, le poids K (de 8 onces) sera poussé plus loin qu'à la demie distance où L (de 4 onces) est poussé, & cela arrivera par les raisons que nous en donnerons dans la 4e. note sur la Leçon 5. mais si les deux poids sont placés à quelque distance du

ressort bandé, ensorte que le ressort puisse donner un coup subit, & ne pas agir long-tems sur les cylindres, alors l'expérience réussira. N. B. *on doit trouver cette distance par expérience.*



Planche 4.

Figure 1.

9. De la il suit qu'un petit corps peut avoir autant de mouvement qu'un grand corps, quelque disproportionnés qu'ils soient, pourvû que les vitesses qui leur sont données soient réciproquement proportionnelles à leurs masses; c'est-à-dire, que le petit corps ait d'autant plus de vitesse par rapport au grand, qu'il a moins de matiere.

Delà vient que depuis l'invention de la poudre, les beliers ne sont plus en usage dans la guerre; car ces machines & les autres également pesantes, étant conduites par un grand nombre de mains, & se mouvant contre un mur avec peu de vîtesse, ne faisoient pas plus d'effet qu'en fait aujourd'hui un petit boulet de canon, pendant qu'il ne faut que trois ou quatre hommes pour servir le canon. Si le boulet B (*planche* 4. *fig.* 2.) pesant 36 livres est poussé hors du canon C contre le mur AHGE, ensorte qu'il le frape en L, il produira le même effet que le belier R, qui pese 41112 livres, pourvû que le boulet de canon se meuve autant de fois plus vîte qu'il a moins de matiere. *Voyez-en le calcul dans les notes.* *

* Note 32.

Si une petite balle de fusil se mouvoit avec autant de vîtesse que la lumiere, elle frapperoit aussi fortement un obstacle immobile, qu'un boulet de canon 700000 fois aussi gros; parce que la lumiere se meut 700000 fois plus vîte qu'un boulet de canon. La lumiere employe environ 8 minutes pour venir du soleil, & un boulet de canon emploiroit dix ans à parcourir le même espace.

10. Comme la quantité de matiere dans un corps qui se meut, étant multipliée par la vîtesse, nous donne la quantité de mouvement; ainsi la quantité de mouvement divisée par la vîtesse, nous donne la quantité de matiere; & divisée par la quantité de matiere, elle nous donne la vîtesse. Si différens corps de différens poids se meuvent d'une vîtesse égale, leurs mouvemens seront entr'eux comme leurs quantités de matiere.

11. Dela on peut tirer un argument insoluble pour le vuide; car si tous les corps faisant abstraction de la résistance de l'air, se meuvent en bas avec la même vîtesse, comme on l'a prouvé (Leç. 1.

LEÇON II. n°. 8, 9), leurs mouvemens comparés entr'eux seront respectivement comme leurs quantités de matiere; mais le *mouvement en bas*, ou la force qui les pousse vers la terre, est leur *gravité*: Nous trouverons donc la quantité de matiere dans chaque corps par sa gravité, qui doit toujours lui être proportionnelle. Maintenant si deux corps d'un égal volume pesent différemment, comme l'expérience nous l'apprend, il doit y avoir des vuides répandus dans celui qui est plus leger: Par exemple, s'il y a deux pouces cubiques A & B (*pl.* 3. *fig.* 7.) & que le cube A soit d'argent, pendant que le cube B est de liege, on trouvera que A pese 40 fois plus que B: donc B contient quarante fois moins de matiere, & devroit être quarante fois moindre en volume, s'il n'avoit pas des vuides. Car si l'on répond que les vuides ou pores du liege sont remplis d'air & de matiere subtile, cet air & cette matiere subtile avec le liege, devroient peser autant que l'argent *, ou les deux cubes ne sont pas également pleins.

* Note 4.

12. TOUT l'effet des instruments méchaniques (qui communiquent ou arrêtent le mouvement, ou surmontent une résistance) dépend de ce qu'on a dit ci-devant n°. 9.

Si un petit poids doit en soutenir un grand, il faut trouver le moyen de donner au petit d'autant plus de vitesse par rapport à celle du grand, qu'il a moins de matiere, & alors sa force étant égale à celle du grand, il le soutiendra, s'ils se meuvent dans des directions contraires, parce qu'alors des forces égales se détruiront mutuellement. C'est ce que l'on fait par l'invention des machines & par la maniere de les appliquer. Car si la vitesse du grand poids est déterminée, aussi-bien que sa quantité de matiere, & la quantité de matiere du petit, il faut que la vitesse du petit (qui dans ce cas se nomme la puissance) soit augmentée dans la proportion précedente. Mais si la vitesse de la puissance est déterminée, il faut diminuer celle du poids dans la même proportion. Les machines à ce dessein ayant toujours été inventées, ensorte que le poids ou la puissance puissent s'y appliquer de maniere à rendre leurs vitesses réciproquement proportionnelles à leurs masses.

EXPÉRIENCE II. *Planche* 4. *Figure* 3.

Planche 4. Figure 3.

13. SOIT AB un levier ou balance divisée en 20 parties égales, dont le centre de mouvement est en C; si le poids W de 200 livres

Planche 4. Figure 3.

livres est suspendu par un crochet immobile en A, & si l'on veut le tenir en équilibre par le moyen de la puissance ou du petit poids P de 50 livres, il est clair que ce petit poids n'a pas assez de force en E pour soutenir le poids W, parce que dans le mouvement du levier, les points E & A décrivent non-seulement des arcs semblables, mais des arcs égaux E *e* & A *a*; ensorte que W se mouvant d'un pouce, P ne sera mû que d'un pouce; & puisque les vîtesses étant égales, les quantités de mouvement ou les forces sont comme les masses (N°. 10.) le poids W aura toujours une force supérieure, ayant une masse quadruple de P. mais si l'on éloigne P vers B, il décrira un arc semblable, mais 4 fois plus grand que celui que W décrit; c'est-à-dire, qu'il descendra 4 fois aussi vîte que W montera. Si donc sa vîtesse est 4, & si celle de W n'est que 1, P ou 50 multiplié par sa vîtesse, 4 donnera 200; ce qui est égal au produit de W, ou 200 multiplié par sa vîtesse 1.

14. MAIS si la puissance P avoit été immobile en E, & le poids W mobile, on auroit eu l'équilibre en diminuant la vîtesse du poids, & l'approchant vers D, ou étant 4 fois plus près du centre que P, il auroit 4 fois moins de vîtesse.

15. SI les deux poids avoient été immobiles*, & que P n'eût eu que 12½ livres, il auroit fallu augmenter la vîtesse de P, en l'éloignant à la 16e. division B, en même-tems qu'on auroit diminué celle de W, en l'approchant vers D à la premiere division de l'autre côté du centre; car alors W (200) multiplié par DC (1) qui est proportionnel à sa vîtesse, auroit donné 200, qui est égal au produit de P (12½) multiplié par BC (16) sa distance au centre, qui exprime sa vîtesse. Si donc on donne à la puissance un peu plus de vîtesse, qu'en raison réciproque des masses, elle aura plus de force que le poids, & par conséquent elle l'élevera, au lieu de le soutenir comme auparavant.

16. C'EST ainsi que par le moyen d'un levier, un homme dont la force naturelle n'excede pas 200 livres, peut acquérir autant de force relative qu'il en faut pour élever une pierre de 2000 livres, en appliquant son levier, ensorte qu'il rende la vîtesse de la pierre dix fois moindre que n'est celle de son corps à l'extrémité opposée du levier, qui dans ce cas sera dix fois plus éloigné du point d'apui,

LEÇON II. que n'eſt l'endroit où la pierre eſt appliquée. Car ſi un homme par ſa force naturelle ne peut élever que 200 livres avec une vîteſſe

Planche 4. Figure 3. déterminée, il n'y a point de machine au monde qui puiſſe le rendre capable d'élever 2000 livres avec la même vîteſſe ; mais il doit en venir à bout avec la 10e. partie de cette vîteſſe. S'il employe 10 ſecondes de tems à élever 200 livres à dix pieds, & s'il veut élever une pierre qui peſe 2000 livres par un levier dont les *bras* (ou les longueurs de chaque côté du centre du mouvement) ſont comme 10 & 1, il doit ſe mouvoir de 10 pieds à l'extrémité du long bras du levier, pendant que la pierre ſe meut d'un pied ; ce qui revient au même que ſi la pierre étant coupée en dix parties, le même homme les élevoit chacune ſucceſſivement à un pied de hauteur, ce qui produiroit préciſément le même travail que lorſ-

* Note 5. qu'il les éleve toutes-à-la-fois avec le levier. * *On ne peut pas changer la nature ; lorſqu'on veut gagner ſur la force, on perd ſur le tems ; &*

* Note 6. *lorſqu'on veut gagner du tems, on doit employer plus de force.* *

17. Si la vîteſſe du poids auſſi-bien que ſa quantité de matiere, eſt déterminée, & ſi la vîteſſe de la puiſſance l'eſt auſſi, alors ſuppoſé que la puiſſance ne ſoit pas capable d'élever le poids, on doit y joindre plus de matiere, juſqu'à ce que le produit de toute ſa maſſe multipliée par ſa vîteſſe, ſoit égal au produit de la maſſe du poids par ſa vîteſſe. Si par exemple le poids W (*pl.* 4. *fig.* 3.) étant toujours ſuppoſé de 200 livres, eſt fixé en A, & que la puiſſance P qui n'eſt que de $12\frac{1}{2}$. livres ſoit fixée en B, il n'eſt pas poſſible de ſoutenir ce poids avec cette puiſſance, à moins que ſa quantité de matiere ne ſoit quadruplée, ou de 50 livres, & alors 50×16 ſera égal à 200×4, parce qu'ici les diſtances ſont comme les vîteſſes.

Il eſt queſtion quelquefois de donner à un corps peſant ou à un poids, un dégré de vîteſſe conſidérable ; comme lorſque les Anciens ſe ſervoient pour lancer de groſſes pierres de ces eſpeces

* Note 7. de *baliſtes* qu'ils nommoient *Scorpions* *, alors la puiſſance doit être conſidérablement plus grande que le poids ; car comme elle eſt appliquée plus près du centre du mouvement que le poids que l'on veut lancer, elle doit être plus peſante en raiſon réciproque de ces diſtances, lorſqu'on veut ſeulement ſoutenir le poids, & beaucoup plus peſante lorſqu'on veut donner au projectile une

* Note 8. vîteſſe ſuffiſante. * Mais on comprendra mieux tout cela, lorſque nous aurons examiné les puiſſances méchaniques, & les uſages

des machines ſimples & compoſées : Pour y parvenir, il nous faut expliquer quelques termes, & nous former l'idée de quelques vérités que tout Machiniſte doit connoître.

LEÇON II.

Planche 4. Figure 3.

DE'FINITIONS.

18. On appelle *Poids*, tout corps que l'on doit ſoutenir, élever ou abaiſſer, pouſſer ou tirer, ou mouvoir en quelque maniere que ce ſoit ; de ſorte que l'expreſſion *élever un poids*, a beaucoup d'étendue dans la méchanique. On l'applique quelquefois à l'impulſion des pilotis dans la terre, à l'action par laquelle on arrête un corps en mouvement, à l'écoulement de l'eau, &c.

19. On appelle *Puiſſance* tout ce qui ſert à élever un poids dans le ſens précédent, ſoit que la puiſſance ſoit elle-même un corps peſant, un reſſort, le mouvement de l'eau, de l'air, de la flamme, ou la preſſion de la vapeur que le feu éleve des liquides, ou la force d'un animal qui agit par ſon effort, ou par ſon poids, ou par l'un & l'autre.

20. L'*intenſité d'une puiſſance* eſt ſa force abſolue ; c'eſt-à-dire, ſa force, en ſuppoſant ſa vîteſſe égale à celle du poids ; car ſa force *mouvante* ou *agiſſante* peut devenir plus grande ou plus petite, ſelon que ſa vîteſſe eſt augmentée ou diminuée à l'égard de celle du poids ; comme par exemple.

Si la puiſſance eſt un homme, & qu'il puiſſe élever de terre un certain poids, ce poids exprimera l'*intenſité de la puiſſance*, ou lui ſera égal ; car en ce cas quelque machine que l'on employe, la partie de la machine où le poids eſt dûement appliqué, ſera mue préciſément auſſi vîte que celle où l'homme agit avec toute ſa force. De ſorte que ſi un homme peut preſſer ſur le point E à la quatriéme diviſion de la balance A B avec la force de 200 livres, il ſoutiendra préciſément le poids W ou 200 livres, s'il eſt ſuſpendu auſſi loin de l'autre côté du centre du mouvement.

21. La ligne de direction eſt celle dans laquelle une puiſſance ou un poids agit, ou fait effort pour agir. *

* Note 8.

22. Une puiſſance peut agir dans une direction quelconque ; mais un poids n'a qu'une direction, qui eſt vers le centre de la

LEÇON II.



Planche 4 Figure 3.

terre, vers lequel centre tous les corps pesants font effort pour descendre, & descendent effectivement, lorsque rien ne les en empêche : ensorte que la *ligne de direction* d'un poids, est une ligne tirée de son centre de gravité au centre de la terre.

23. LE *centre du mouvement* est le point autour duquel un corps ou une machine se meut, ou fait effort pour se mouvoir, lorsqu'il ne le peut, ou qu'il ne tourne pas tout-à-fait rond ; & dans ce cas tous les points du corps décrivent des cercles, ou des arcs de cercles, autour du centre du mouvement. *On peut prendre ce centre partout où l'on veut, selon la construction de la machine.*

24. LE *centre de gravité* est un point autour duquel toutes les parties d'un corps sont en équilibre. On le regarde comme le milieu du poids d'un corps, quoique souvent il ne soit pas au milieu du corps même ; & si le corps est suspendu par ce point, il restera suspendu dans toute sorte de position ; sans cela le centre de gravité descendra toujours aussi bas qu'il pourra.

EXPÉRIENCE III. *Planche* 4. *Fig.* 4.

Planche 4. Figure 4.

25. BQ est une planche ronde suspendue par son centre C aux points des calibres à ressort A. En tournant la planche circulairement, les deux points qu'on y a marqué K & Q, décrivent les cercles K*k*, & Q*q* autour du centre du mouvement C, qui est ici le centre de grandeur : Si le centre de mouvement étoit pris dans un autre point qui ne fût pas le centre de grandeur, comme en *c* (*pl.* 4. *fig.* 5.) les points K & Q décriroient toujours des cercles autour du centre de mouvement, quoique le centre de grandeur ne fût pas alors leur centre commun, mais il décriroit lui-même un cercle comme C*d* autour de *c*, centre de mouvement. Si le corps suspendu ne va pas tout-à-fait circulairement, comme ici le côté R qui est arrêté par le sommet des calibres en *q*, au lieu des cercles, les points Q, K & C ne décriront que des arcs de cercles Q*q*, K*k*, C*d*.

26. SI C (*pl.* 4. *fig.* 4.) est le centre de gravité du corps, & que le corps soit suspendu par ce centre, si on le fait tourner autour de ce point, il s'arrêtera dans toutes les positions des points K & Q, & il restera en repos ; mais s'il est suspendu par le point *c*, (*fig.* 5.)

qui n'est pas le centre de gravité, alors c descendra aussi bas qu'il pourra.

Planche 4. Figure 6.

Mais *si le centre de gravité c* (pl. 4. fig. 6.) *étoit placé directement au-dessus du centre de mouvement K, le corps resteroit dans cette position;* parce que comme le centre de gravité fait effort pour descendre dans la ligne *c* K, qui est la ligne de direction du corps (dans laquelle ligne le point K est soutenu) il presse directement sur le point K qui est porté par les calibres; *mais si le corps se mouvoit encore tant soit peu*, ensorte que le centre de gravité *c* vînt à tourner vers *d* ou vers *e*, le corps *tourneroit, & ne seroit en repos que lorsque le centre de gravité seroit arrivé en* M directement *au-dessous du centre du mouvement*, le corps tombant dans la position *e d f*.

EXPÉRIENCE V. *Planche* 4. *Fig.* 8.

Planche 4. Figure 8. * Note 9.

27. ON peut tirer delà une méthode pour trouver méchaniquement le centre de gravité de toute sorte de corps. * Soit A B (pl. 4. fig. 8.) un corps dont on veut trouver le centre de gravité. Si on le suspend par un point comme A, ensorte qu'il se meuve librement sur la pointe qui est en A, & qu'on suspende à la même pointe une ligne à plomb A P, son centre de gravité C sera endessous ou plûtôt derriere cette ligne, parce qu'il doit tomber au-dessous du centre de mouvement A: Soit cette ligne A B marquée sur ce corps, comme dans la *figure 9*; suspendez ensuite le corps par un autre point, comme F; pourvû que le centre du mouvement ne soit pas dans la ligne précédente A B; suspendez-y le fil à plomb en F, & la ligne F D sous le fil à plomb F P, coupera la ligne A B, & déterminera le centre de gravité en C; car puisqu'il doit être tant dans la ligne A B, que dans la ligne F D, il ne peut être que dans le point C où elles se coupent.

N. B. *Nous n'avons pas fait attention ici à l'épaisseur du corps; mais si l'on suppose que ce soit une planche, comme la figure le représente, on n'a qu'à faire la même expérience de l'autre côté, & l'on trouvera un autre point C directement opposé au premier C. La ligne qui joint ces deux points sera* l'axe de gravité, *& le milieu de cette ligne le centre de gravité.*

28. DELA il suit aussi, que quelle que soit la figure d'un corps, il ne peut tomber si son centre de gravité est soutenu, & que lorsqu'un corps est en équilibre, son centre de gravité doit être

dans une ligne qui passe par le centre du mouvement & par le centre de la terre, qui est la ligne de direction des corps pesants dont on a parlé ci-devant. (n. 22.) Ainsi dans la *fig.* 7. pl. 4. où la pipe de tabac est en équilibre sur un doigt, le point c qui est précisément sur le doigt, est le centre de gravité.

EXPÉRIENCE V. *Planche* 4.

Planche 4.

29. DANS les corps qui sont réguliers & homogenes, le centre de gravité est précisément au milieu du corps, c'est-à-dire dans son centre de grandeur; comme on voit dans le corps A B (*fig.* 4.) qui étant suspendu par son centre de grandeur C, & ensuite tourné circulairement, reste toujours dans la position où l'on veut l'arrêter; mais dans la *fig.* 5 où le même corps est suspendu par un autre point *c*, il ne reste en repos que lorsque le point C est venu en bas au-dessous de *c*, ou lorsqu'il est directement au-dessus, comme nous l'avons dit ci-devant. Mais si le même corps, que l'on a supposé être une piece circulaire de bois (par exemple de chêne) étoit plus dense dans une partie que dans l'autre, ou si on le rendoit tel en fondant un morceau de plomb dans le bois comme en M (*fig.* 6.) le centre de gravité ne seroit plus en C, mais en K; & ce ne seroit qu'autour de ce point de suspension, que le corps resteroit dans toute position donnée. Si le corps étoit suspendu par le point C, il ne seroit en repos que dans deux positions; sçavoir, lorsque le plomb étant porté en *l*, le centre de gravité seroit en *c*, (n. 24.) ou lorsque le plomb est en M, & le centre de gravité en K. Si le corps étoit homogéne sans être régulier, le centre de gravité seroit aussi alors différent du centre de grandeur. Par exemple si l'on prend la pipe de la *fig.* 7. & qu'on la rompe à son centre de gravité C, on trouvera en pesant successivement les deux fragmens, qu'il y a plus de matiere dans la partie C B que dans l'autre morceau A C.

30. COMME tous les corps que l'on considere dans la méchanique, ne sont qu'un amas de plusieurs autres corps ou parties, le centre de gravité d'un corps n'est que le centre commun de gravité de toutes ses parties : & par conséquent si l'on réunit plusieurs corps dans une machine, ou s'il y a une combinaison de corps à soutenir, on ne fait plus attention aux centres particuliers de gravité des différents corps qui forment le total, mais seulement

au centre de gravité du tout. Ainsi un moulin à vent doit être fupporté fous le centre commun de gravité de toutes fes parties, & fa ligne de direction doit tomber le long de l'axe autour duquel il fe meut : & une grue fur un quai ou un chantier (lorfque toute la machine tourne circulairement) doit avoir la ligne de direction dans fon axe. *



* Note 10.

Expérience VI. *Planche* 4. *Figure* 10.

Planche 4. Figure 10.

31. Que la ligne A B repréfente une verge unie, ou un fil de fer divifé en deux parties égales au point C, fon centre de gravité fera en C (n. 29.) Et fi l'on place deux corps également pefants à fes deux bouts, enforte qu'ils ayent leurs centres de gravité à la même diftance de C, ils feront en équilibre autour de ce point, qui deviendra alors leur centre commun de gravité, & il continuera de l'être, foit que les corps s'en approchent, ou s'en éloignent, à proportion de leurs maffes. La même chofe arrivera fi les corps font inégaux comme A & *b*, leurs maffes étant l'une à l'autre comme deux & un, pourvû que le plus grand foit en A deux fois plus près du centre commun de gravité *c* que le plus petit corps *b* : & *c* fera toujours le centre de gravité de ces corps, quand même ils s'écarteroient à des diftances immenfes l'un de l'autre, pourvû que leurs diftances à ce point foient en raifon réciproque de leurs maffes, comme nous l'avons dit ci-devant.

32. Ensorte que lorfque deux corps s'approchent ou s'éloignent l'un de l'autre, avec des viteffes réciproquement proportionnelles à leurs maffes, leur centre de gravité refte en repos. Et fi les corps étant attachés à un fil de fer, leur centre de gravité eft foutenu fur un pivot ou fur une pointe, quoiqu'on faffe tourner vivement ces corps autour du centre de gravité, & l'un autour de l'autre, ce centre reftera en repos, * & ces corps décriront des cercles femblables autour de ce centre de gravité, & l'un autour de l'autre, l'un ne pouvant jamais l'emporter fur l'autre (N. 25.) S'ils font portés en avant de quelque maniére que ce foit par une force extérieure qui agit fur eux à proportion de leurs maffes, leur centre de gravité s'avancera uniformément en ligne droite, & aura le même mouvement que fi les deux corps étoient réunis dans le même centre : Et s'ils font jettés, leur centre de gravité décrira la même courbe que tous les projectiles, foit que

* Note 11.

LEÇON II. Planche 4. Figure 10.

dans leur mouvement ils tournent circulairement, ou qu'ils ne tournent pas l'un autour de l'autre. Cela est évident dans le mouvement d'une fléche, de deux boulets liés par une chaîne ou par une barre de fer, ou d'un bâton jetté avec la main, le centre de gravité de tous ces corps se mouvant de la même maniére que feroit une balle seule. C'est ainsi que la lune & la terre, dans leur mouvement autour du soleil, ne décrivent ni l'une ni l'autre le grand orbe, qui est décrit par leur centre commun de gravité, de la même maniére qu'elles le feroient si elles étoient toutes deux unies dans ce point, ou de la même maniére que la terre seule est supposée le faire, lorsqu'on ne fait pas attention à ces inégalités de mouvement : & pourvû que leurs distances à leur centre commun de gravité soient réciproquement proportionnelles à leurs masses, leurs distances mutuelles pourront être plus grandes ou plus petites en proportion quelconque : s'il n'y avoit point d'autres corps dans notre systême que la terre & la lune qui tournassent l'une autour de l'autre, leur centre de gravité seroit toujours en repos.

EXPÉRIENCE VII. *Planche* 4. *Figure* 11.

Planche 4. Figure 11.

33. Si aux deux corps A & B, on en ajoute un troisiéme en D, égal à l'un des autres, soient A & B réduits à leur centre commun de gravité, & considérés comme un seul corps égal aux deux, & placé en C ; alors le centre commun de gravité de C & D, se trouvera en K, d'autant plus près de C, que la masse du corps ou des corps en C surpasse celle du corps en D. Si le nouveau corps ne pesoit que la moitié autant que l'un des autres, il faudroit l'éloigner en *d*, de maniére que la distance K *d* fût quadruple de K C. Maintenant si C D étoit un fil de fer, & qu'il fût soutenu sous K, les trois corps, soit qu'on prenne D ou *d*, seroient soutenus par ce moyen ; on doit seulement, en prenant le centre de gravité exactement en K, ne pas faire attention au poids du fil de fer, dont on supposera l'épaisseur diminuée à l'infini ; ensorte qu'on ne regardera ce fil que comme une ligne mathématique sans substançe ou pésanteur.

EXPÉRIENCE VIII. *Planche* 4. *Figure* 12.

34. Si sur ce centre de gravité des trois corps, on place un corps

corps triangulaire plat *abc*, avec son centre de gravité précisément au-dessus de K; ensuite un quarré comme *degf*, ensuite un corps circulaire comme *hli*, tous de la même maniére; le tout sera toujours soutenu par le point d'apui K. Par où l'on voit que si tout le poids d'un corps est réduit à son centre de gravité, il agira comme un corps pesant, c'est-à-dire, qu'il gravitera précisément de la même maniére qu'il le faisoit auparavant.



Planche 4. Figure 12.

35. Si ces trois corps réunis, ou agissant l'un sur l'autre d'une maniére proportionnelle à leurs masses, sont portés autour de leur centre commun de gravité; ce point restera en repos par la même raison que cela arrive à l'égard de deux corps; parce qu'un nombre quelconque de corps peut à cet égard se réduire à deux. Ainsi dans notre systême où le soleil & toutes les planétes se meuvent autour de leur centre commun de gravité, ce centre est en repos au milieu du systême; quoique nous regardions ordinairement le soleil comme immobile au milieu du monde; parce que comme il a incomparablement plus de matiére que toutes les planétes prises ensemble, ce centre sera toujours fort près du centre du soleil.

36. Il arrive souvent que le centre de gravité d'un corps, ou d'un systême de corps, n'est pas au-dedans du corps même, ou d'aucun des corps combinés; cependant nous devons avoir le même égard à son appui, à sa chute ou à son mouvement dans une direction, que si ce centre de gravité étoit dans le corps même. Par exemple supposons que les corps A & *b* (*Planche* 4. *Figure* 10.) sont à la distance A*b* l'un de l'autre, & que *ab* n'est plus un fil de fer, mais une ligne A*b* représentant leur distance; nous trouverons que leur centre de gravité est en *c* hors des corps. Et si au lieu du fil de fer C D (*Figure* 11.) nous supposons que le corps D est joint aux deux corps A & B par les fils de fer A D & B D, le centre de gravité qui est en K, ne sera ni dans les corps ni dans les fils de fer; ensorte que si l'on veut soutenir ces corps, il faudra soutenir l'un d'eux, ou une partie du fil en G, qui étant devenu le centre du mouvement, le centre de gravité K (si les corps sont suspendus librement) tombera précisément au-dessous, ou si l'on soutient le point H, les corps seront en repos, à raison du centre de gravité qui sera précisément au-dessus de H, centre du mouvement. Dans l'anneau A B H (*Figure* 13.) le centre de gravité n'est dans

LEÇON II. aucune de ses parties, mais on peut le soutenir par un autre point; comme O ou E, &c. C'est ainsi que l'anneau de *saturne* a son centre de gravité dans le corps de *saturne*. Et quoique le centre commun de gravité du soleil, de la lune & de la terre, soit en-dedans du corps du soleil, cependant le centre commun de gravité de la lune & de la terre, n'est ni dans l'un ni dans l'autre de ces corps, mais entre les deux.

Planche 4.
Figure 13.

37. PUISQUE O E est la ligne de direction, il est évident que dans chaque position d'un corps ou d'une combinaison de corps, *si le point de suspension ou le centre de mouvement est dans une partie de la ligne de direction, le corps ou les corps resteront dans cette position : autrement le centre de gravité descendra aussi bas qu'il pourra, & par son mouvement il altérera la position du corps.*

EXPÉRIENCE IX. & X.

38. PLUSIEURS *phénoménes* surprenants dépendent de ce principe; par exemple le double cone ou fuseau A C B D (*Figure* 14.) étant placé en E sur la partie inférieure des regles E F, montera de lui-même vers E F, quoique ces extrémités soient élevées aux hauteurs F G par les deux vis F G, & par ce moyen il paroîtra se mouvoir en haut. Le cylindre M (*Figure* 15.) dont le centre de gravité est au milieu de la ligne K O, roulera actuellement en haut sur le plan incliné A C; pourvû qu'on l'empêche de glisser par le moyen de la corde R *r*. On verra dans les Notes * combien F G (*Figure* 14.) doit être élevé à proportion de la grandeur du fuseau A B C D, ou B C à proportion du cylindre M (*Figure* 15.).

* Note 12.

39. MAIS avant que de parler plus au long de ces *phénoménes*, il est à propos de faire voir comment on peut trouver le centre de gravité de deux ou plusieurs corps.

Dans deux corps il est dans la ligne qui joint leurs centres particuliers de gravité, & on le trouve par cette analogie :

Comme la masse ou quantité de matiére qui est dans les deux corps :
Est à la masse de l'un des corps ::
Ainsi la distance des centres de gravité des corps :
Est à la distance du centre commun de gravité au centre de gravité de l'autre corps.

Par exemple, si l'on suppose que les corps A & B (Figure 10.)

Planche 4.
Figure 10.

pesent 2 livres chacun, & qu'ils ont leurs centres respectifs de gravité à quatre pieds de distance l'un de l'autre; on dira

Comme 4, masse des deux corps :

Est à deux, masse du corps B : :

Ainsi AB ou 4, distance de leurs deux centres de gravité :

Est à AC, *distance du centre commun de gravité à celui de* A; *qui est 2 pieds*, ou pour l'exprimer brievement par des notations algébriques, A × B : B : : A B : A C; mais si l'on prend A de 2 livres, & *b* de 1 livre, & A b de 3 pieds, le centre commun de gravité sera en *c* à un pied en-dedans de distance de A, ou deux fois plus près de son centre que du centre de *b*; parce que A × *b* (3) : b (1) :: A *b* (3) : A *c* (1.) C'est ainsi que l'on trouve le centre commun de gravité de la lune & de la terre, lorsque l'on a une fois connu leurs masses & leurs distances. La terre pese environ 40 fois plus que la lune, & le centre de la lune est éloigné de celui de la terre d'environ 61 demi diametres de la terre; donc le cenrre commun de gravité des deux est éloigné du centre de la torre presque d'un demi diametre & demi, ou de près de 2000 milles au-dessus de la surface de la terre; car comme la masse de la terre & de la lune (41) : à la masse de la lune (1) :: ainsi leur distance (61) : à la distance du centre commun de gravité des deux au centre de gravité de la terre, c'est-à-dire, $1\frac{2}{41}$ demi diametre de la terre.

40. S'IL y a plus de deux corps, comme par exemple, trois corps A, B & D (*Figure* 11.) cherchez premiérement le centre commun de gravité de deux de ces corps par la régle précédente, qui sera en C: dites ensuite

Comme la masse des deux corps réunis par la pensée en C, *joints avec le corps* D :

est au corps D : :

Ainsi CD, *distance du centre commun de gravité de* A & B *à celui de* D :

Est à CK *distance du centre commun de gravité des trois corps à celui des deux premiers*, ou plus briévement, A × B × D : D : : CD : CK. Et s'il y a une combinaison d'un nombre quelconque de corps, on trouvera de même pas à pas leur centre commun de gravité. * * Note 13.

41. DE LA il suit qu'on peut changer la place du centre de gravité d'un systême de corps, par l'addition ou le retranchement

LEÇON II. d'un ou de plusieurs corps. Et le centre de gravité d'un corps particulier peut se changer à volonté, en ajoutant à sa masse, ou en retranchant quelque chose de sa masse. Et cela est d'un grand usage, singuliérement dans la partie de la méchanique qui regarde les machines, à cause des différentes puissances qui sont combinées dans une machine, & des différentes positions qu'elles doivent avoir les unes à l'égard des autres dans leurs mouvemens.

EXPÉRIENCE XI. *Planche 5. Figure 1.*

Planche 5. Figure 1.

42. AB est une lampe roulante qui a en-dedans deux cercles mobiles DE & FG, dont le centre commun de mouvement est en K, où leurs axes de mouvement se coupent mutuellement; ce point est aussi leur centre commun de gravité. Si au cercle inférieur on joint en-dedans la lampe KC qui soit fort pesante & mobile autour de son axe HG, & dont le centre de gravité soit en C, le centre commun de gravité de toute la machine tombera entre K & C, & à cause des pivots A, B, D, E, H, J, elle aura toujours la liberté de descendre. Par conséquent si l'on fait rouler toute la lampe sur le terrain, ou si elle se meut de quelque maniére que ce soit; la flamme sera toujours en-dessus, & l'huile ne pourra pas se répandre. C'est ainsi que le compas de mer est suspendu; & c'est ainsi que l'on doit construire les lanternes que l'on porte sur un pivot en-devant des coches ou des voitures qui marchent pendant la nuit.

EXPÉRIENCE XII. *Planche 5. Figure 2.*

Planche 5. Figure 2.

43. LORSQUE les corps inclinés, tels que les cylindres obliques ABED, *abcd* sont assis sur un plan horizontal; ils tomberont du côté où ils panchent, si dans leur mouvement vers ce côté, leur centre de gravité peut tomber sans s'élever auparavant. (n°. 24.) Ainsi *c*, qui est le centre de gravité du corps *abcd*, descendra dans l'arc *ck*, dont le centre est le point *e*, qui est le centre de mouvement du corps lorsqu'il tombe. Mais C, centre de gravité du corps ABED, se mouvant autour du centre de mouvement E dans l'arc CK, ne peut pas tomber en K sans s'élever auparavant en F; & par conséquent le corps ne peut pas tomber par sa propre pésanteur; parce que le centre de gravité ne peut pas s'élever de lui-même. N°. 24, 28.

44. ON doit ici obferver que *c* O, ligne de direction (n°. 20.) du corps *abcd*, tombe hors de fa bafe; & que CO, ligne de direction de ABED tombe en-dedans de fa bafe : d'où il fuit que les corps inclinés affis fur un plan horizontal tomberont, lorfque leur ligne de direction ne paffe pas par leur bafe : mais qu'ils fe foutiendront lorfque la ligne de direction tombe en-dedans de leur bafe. * Planche 5. Figure 2. * Note 14.

Telle eft la raifon pourquoi une Tour inclinée, comme celle de *Pife* ou de *Bologne*, ne tombe pas, quoique fon fommet foit fufpendu fi loin au-deffus de fa bafe, qu'il paroît dangereux à ceux qui fe promenent en *o* (*Figure* 5.) auprès de fon pied, & qui ne fçavent pas par quel principe on n'y a rien à craindre.

45. SI la partie inférieure HJ*ed* du corps *abed* (Figure 2.) eft égale, & femblable au corps ABED, & femblablement inclinée, elle ne tombera pas par la raifon qu'on a donnée ci-devant, fon centre de gravité étant alors en Q; mais auffi-tôt que la partie fupérieure ou cylindre *ab*JH eft affife deffus, & fixée par les chevilles *ff*, le centre commun de gravité monte par ce moyen en *c*, & alors les deux cylindres (qui ne font plus qu'un feul corps) tombent vers *o* : mais fi HJ*ed* étant arrêté, on y met au-deffus la partie *ab*HJ, cette partie s'y tiendra fixe fans le fecours des chevilles *ff*; parce que fon centre de gravité étant en G, fa ligne de direction tombera dans le plan HJ qui eft maintenant la bafe du corps *ab*JH. Mais fi on laiffe aller HJ*ed*, la partie fupérieure pouffera en bas l'inférieure, & les deux enfemble tomberont, en commençant à fe mouvoir autour du centre de mouvement *e*, le centre commun de gravité *c* defcendant vers *x*. * * Note 14.

EXPÉRIENCE XIII. *Planche 5. Figure 4.*

46. SI l'on tient dans la main H une aiguille ou une pointe comme C, la fourchette D dont le centre de gravité eft au point C, étant placée fur la pointe de cette aiguille, en fera foutenuë (n°. 26.) quoiqu'il foit difficile de la bien placer; parce que la pointe de l'aiguille eft d'une bafe fi petite, qu'on a befoin d'une main bien adroite pour faire enforte que le centre de gravité tombe directement fur la bafe, de maniére à y faire paffer la ligne de direction. * Mais fi l'on fait entrer une fourchette comme B Planche 5. Figure 4. * Note 15.

LEÇON II. dans le manche de la premiére, &c. si l'on en attache une troisiéme aussi pesante que la seconde aux pointes de la premiére, toutes les trois se soutiendront.

Planche 5.
Figure 4.

La ligne A B, qui passe par les centres de gravité des fourchettes A & B, divisée également en *c*, fait voir que ce point est le centre commun de gravité de ces deux corps : l'addition de la fourchette D, change le centre de gravité (n°. 41), & est cause que le point C (qui est aussi près de *c* que de D, centre de gravité de D) devient le centre commun de gravité des trois corps (n°. 23.) En ce cas les corps seront tous soutenus par le moyen de l'aiguille sous D; parce que le centre de gravité est aussi bas qu'il peut l'être : avec cette seule différence, que dans le cas de la fourchette seule D, le centre de gravité (qui étoit alors au-dessus du centre du mouvement) feroit descendu par la moindre secousse, & auroit entraîné la fourchette en bas; mais à présent à moins qu'une secousse ne soit assez forte pour faire sauter D hors de la pointe de l'aiguille, elle ne sçauroit faire tomber les corps : car si le centre de gravité est élevé hors de sa place, il reviendra toujours en C, qui est le point le plus bas où il puisse descendre. (n°. 24.)

47. PUISQUE la ligne de direction passe par le point d'appui sous D, il suit *qu'un corps, ou un systême de corps sera soutenu* (c'est-à-dire, que leur centre commun de gravité ne descendra pas) *lorsqu'une partie du corps qui est dans la ligne de direction sera supportée, mais qu'il tombera lorsqu'aucune des parties qui sont dans cette ligne ne sera supportée.*

48. SI par une force imprimée sur les corps A ou B (Figure 4.) ou sur tous les deux, on fait tourner circulairement l'un autour de l'autre, & autour du centre *c*, dans un cercle dont le diametre est A B; ils seront encore soutenus comme auparavant, soit qu'ils tournent vîte ou lentement, & soit que D soit pesant ou non, & dans ce dernier cas le centre commun de gravité reviendra en *c*, & soit que D, C ou *c* soient les points d'appui : & même si la main qui porte ces corps reste toujours immobile, ou se meut en ligne droite ou dans une courbe, la même chose aura lieu; c'est-à-dire, que l'action des corps les uns sur les autres (ou les uns à l'égard des autres) n'en sera pas altérée, de quelque maniére qu'ils soient transportés avec leur centre commun de gravité : & l'altération des plans où les corps se meuvent (c'est-à-dire ici

l'élévation de A, & l'abaissement de B, ou l'élévation de B & l'abaissement de A, à mesure qu'ils tournent) ne produit aucun effet sur le mouvement de leur centre de gravité. Ainsi soit que la lune & la terre se meuvent vîte ou lentement l'une autour de l'autre, & de leur centre commun de gravité, & soit que le plan de l'orbite de la lune soit plus ou moins incliné au plan de l'écliptique, & quel que puisse être le changement de cette inclinaison, le mouvement de leur centre commun de gravité (qui décrit le grand orbe) n'en sera nullement affecté.

EXPÉRIENCE XIV. *Planche 5. Figure 5.*

49. SI un corps comme A B est placé sur un pied d'estal N D P, il tombera, lorsque son centre de gravité pourra descendre (dans l'arc C *q*), ou ce qui revient au même lorsqu'aucune de ses parties qui sont dans sa ligne de direction CO ne sera soutenuë : mais si les deux Alénes L, M, sont enfoncés dans ce corps, leur centre commun de gravité étant en *x* (au milieu entre L & M) fera reculer le centre commun de gravité des trois corps en K, & alors K *o* deviendra la ligne de direction des corps, dans laquelle le point K étant soutenu, les corps ne peuvent pas tomber.

EXPÉRIENCE XV. *Planche 5. Figure 6.*

50. DE même le corps A B étant placé sur le piédestal A B, tombera, son centre de gravité se mouvant autour du point M dans l'arc C *q*. Mais si un corps pesant comme D lui est attaché, ensorte que le centre de gravité soit reculé en K, alors CO cessera d'être la ligne de direction : & dans le mouvement des corps autour de M, le centre de gravité K devroit décrire l'arc K *x* se mouvant vers le haut, ce qu'il ne sçauroit faire. (n°. 24.) Donc A B sera soutenu par l'addition d'un autre corps pesant. Planche 5. Figure 6.

51. LORSQUE l'on met des corps sur des plans inclinés, ils viennent en bas, quoique la ligne de direction tombe en-dedans de leur base. Dans ce cas leur centre de gravité ne suivra pas leur ligne de direction dans son mouvement (ce qui n'arrive que lorsque les corps tombent librement) ; mais il sera mû dans une ligne parallele au plan, & le corps glissera pendant tout le tems du mouvement. Mais si la ligne de direction du corps tombe

LEÇON II. hors de la base qui est appliquée au plan, ce corps tombera ou roulera le long du plan. *



* Note 15.

EXPÉRIENCE XVI. *Planche 5. Figure 7.*

Planche 5. Figure 7.

DE-LA il suit que le même corps qui dans une position glisseroit le long d'un plan incliné, doit rouler en bas dans un autre position : ainsi le corps A B C D, étant placé sur le plan *c* M N, glissera dans la position *a b c d*, parce que son centre de gravité *k* ne peut pas tomber dans la ligne de direction *k o*, (le corps étant arrêté par le plan) ni se mouvoir dans l'arc *k c* autour de *d* comme centre du mouvement ; parce que dans ce dernier cas le centre de gravité devroit s'élever, ce qui n'est pas possible, (n°. 24.) & par conséquent le centre de gravité descendra dans la ligne *k s*. Mais si le même corps étoit placé dans la position *a b c d*, il tomberoit vers M, son centre de gravité descendant dans l'arc K *q*. C'est pour cette raison qu'on peut porter une colonne au haut d'une montagne, lorsqu'on la place dans sa longueur sur un chariot, au lieu que si on la plaçoit toute droite dans le même chariot, elle tomberoit en arriére. Une charge de foin seroit renversée si on la portoit sur un chariot le long du penchant d'une montagne, au lieu que le même chariot sera en sureté, s'il est chargé d'un poids égal de fer; c'est uniquement parce que dans la charge de fer, le centre de gravité est bas, & que dans la charge de foin il est fort haut. * Ce que l'on vient de dire dans les trois derniers paragraphes (47, 48 & 49) sera encore plus confirmé par les Expériences suivantes.

* Note 16.

EXPÉRIENCE XVII. *Planche 5. Figure 8.*

Planche 5. Figure 8.

52. SUR la table T *t* T qui a une fente de X en *x*, on placera la petite figure D M en telle maniére, que la scie *c* (qui est attachée par un bout aux mains de la figure, & qui a un poids W fixé à l'autre bout) puisse passer par la fente X *x*, & la figure restera droite. Ensuite si l'on mene en bas de A en B la tête de cette figure, elle imitera le mouvement des Scieurs, & fera plusieurs vibrations dans l'arc A *o* B, pendant que le poids W décrira de la même maniére l'arc V W V, le centre du mouvement du tout (c'est-à-dire de la figure, de la scie & du poids) étant en M. Le centre commun de gravité K décrira de même l'arc L K L, jusqu'à

jusqu'à ce que (après être descendu plusieurs fois de L de chaque côté) il vienne à se fixer enK, précisément au-dessous du centre du mouvement. Si la figure n'avoit pas de scie, elle se tiendroit droite étant placée sur la table, parce que son centre de gravité C seroit alors précisément au-dessus du centre de mouvement M (n°. 26.) & une partie de la figure qui est dans la ligne de direction *o* O seroit soutenue; mais la moindre altération de position qui feroit mouvoir C d'au-dessus deM, culbuteroit la figure. (n°. 26.) Si l'on y ajoutoit ensuite le scie *e*; puisque son centre de gravité est en *c*, le centre commun de gravité du petit homme & de la scie seroit en L, & en ce cas la figure tomberoit avec sa scie vers X : mais si par le moyen d'un fil de fer recourbé, on y joignoit à sa scie un poids assez grand W, le centre commun de gravité de l'homme, de la scie & du poids seroit en K (n°. 38.) & la ligne de direction seroit encore *o* O; donc la figure resteroit droite. Si maintenant on incline cette figure en avant ou en arriére, elle reviendra après plusieurs vibrations à sa première position, parce que le centre de gravité, fait toujours effort pour descendre en K, ce qui rend la figure droite. N. B. *Cette expérience réussira mieux avec deux petites pointes aux talons des souliers pour les attacher à la table.*

Expérience XVIII. *Planche 5. Figure 8.*

53. Sur le bâton S *s* (qui de lui-même tomberoit de la table, parce que son centre de gravité est suspendu en-dessus & dehors) attachés le sceau P, en fixant un autre bâton *p q*, tellement que l'un de ses bouts soit arrêté par une entailleure en *p*, & l'autre contre le fond intérieur du sceau, & le sceau sans autre secours sera soutenu sur le bâton S *s*, qui ne tombera pas de la table, quoique le sceau soit ensuite rempli entiérement d'eau, pourvû que le manche du sceau soit fort près de la table, & que le bâton *p q* soit assez long pour pousser le sceau un peu au-delà de la situation verticale. Planche 5. Figure 8.

Lorsque le bâton SS (*Planche 5. Figure 9.*) est horizontal sur la table T *d* B, C est le centre commun de gravité des deux bâtons SS, PQ, du sceau DQE, & de l'eau qui y est contenuë, tout cela pris ensemble étant considéré comme un seul corps dont la ligne de direction est O *o*; & comme la partie de SS qui est un peu en-delà du manche B est dans la ligne de direction, & qu'elle est soutenue par le bout de la table, le corps ci-dessus

ne peut pas tomber; car s'il tomboit, la partie B S devroit s'élever par le bout S, & prendre la situation B *s*, & la partie P *s* descendroit à la position *p s*; ce qui ne sçauroit arriver à moins que le sceau ne monte à la position *d q e*; en élevant le centre commun de gravité en *c* dans l'arc C *c* D, ce qui est impossible (n°. 24.) par la gravité seule & sans l'action d'un agent extérieur. Mais si le sceau D E est élevé en-dessous de la table, & le bâton S S incliné au-dessus de lui; en sorte que toute la machine vienne à la position, *s s p e q d*; si ensuite on l'abandonne à lui-même, & que le bâton *s s* soit tellement poli aussi-bien que la table sous B, qu'il n'y ait que peu ou point de frottement de l'une avec l'autre, toute la machine glissera en bas, & tombera de la table, *s s* se mouvant dans la direction *s p s*, & le centre commun de gravité *c* dans la ligne *c* E, tangente de l'arc D *c* C. On doit ici remarquer, que comme *o o* est maintenant la ligne direction, aucune partie du corps n'est soutenuë dans cette ligne.

N. B. *L'expérience est représentée dans la figure 8.*



NOTES SUR LA SECONDE LEÇON.

1. [Art. 3 — *Par la vîtesse.*]

QUELQUES Auteurs ont confondu la *vîtesse* avec le *mouvement*, quoiqu'elle n'en soit qu'une partie, s'imaginant qu'un corps doit avoir autant de mouvement qu'un autre, dès qu'il se meut aussi vîte, & plus de mouvement, lorsqu'il se meut plus vîte; mais cela n'est vrai que lorsque les corps ont des quantités égales de matiére, ou lorsque nous comparons le mouvement qu'un corps a dans un tems avec celui qu'il a dans un autre tems. Il est vrai que la définition générale (sçavoir que le *mouvement est le passage d'un corps d'un lieu à un autre*) ne fait pas mention de la quantité de matiére; mais lorsque l'on compare les corps qui se meuvent, on doit avoir égard à leur quantité de matiére: car la vîtesse seule, sans considérer combien il y a de matiére en mouvement, ne sera jamais capable de nous déterminer la force que nous appellons *quantité de mouvement;* par exemple, si un chien & un cheval se mouvant avec une vîtesse égale, donnent contre une muraille de l'épaisseur d'une brique simple, le chien sera repoussé en arriére, pendant que le cheval qui a 40 fois plus de matiére, renversera la muraille, &c.

NOTES sur la IIe. Leçon.



2. [5 — *Force & mouvement signifient la même chose.*] LISEZ Newton au commencement du premier Livre de ses *Principes*, Def. 2. & 8.

3. [9 — *Il a moins de matiére que le belier.*] SI le belier R (*Planche* 4. *Figure* 2.) a 28 pouces de diamétre, 180 pieds de long, étant composé de plusieurs piéces de bois, par exemple, de chêne jointes ensemble, il contiendra 750 pieds cubiques de ce bois, qui à 50 livres le pied cube, pésera 37500 livres: si la tête du belier qui est de fer fondu, pése un tonneau & demi, qui vaut 3360 livres; si de plus les cinq crochets de fer qui sont autour, ont un pouce d'épaisseur, deux pouces de hauteur & 94 pouces de circonférence, ils péseront environ 50 livres chacun, qui avec deux livres de clous nécessaires pour les fixer, feront 252 livres. Or tous ces poids ajoutés ensemble, nous donneront 41112 livres pour le poids total du belier, qui étant mû par 1000 hommes employés seulement à faire frapper contre le point L de la muraille AHJGE (en supposant qu'il soit suspendu par son centre de gravité à une galerie mobile, ou seulement à un treteau) chaque homme donnera le mouvement à un poids de 41 livres. La quantité de mouvement produite par cette action, lorsque le belier se meut d'un pied par seconde, peut s'exprimer par le nombre 41112; ce mouvement ou cette force comparée avec la quantité de mouvement d'un boulet de fer B qui sort du canon C, se trouvera lui être égale: car on sçait que le boulet de canon se meut aussi vîte que le son pendant l'espace d'environ un mille; & si l'on multiplie 36 livres, qui est le poids du boulet, par 1142 (qui est le

Notes sur la IIe. Leçon.



nombre des pieds que le son parcourt dans une seconde,) vous aurez le nombre 41112 pour exprimer la force ou la quantité de mouvement du boulet B qui frappe en L. Et si après quelques coups de belier, le mortier ou le ciment se trouve tellement brisé, que la partie de muraille ADDFE soit à la fin par un coup de belier portée en avant de F en K, & par conséquent abbatuë, la même chose arrivera par le moyen d'un boulet de canon après le même nombre de coups égaux donnés auparavant par d'autres boulets, tels que nous les avons supposés donnés par le belier : & alors la quantité de mouvement dans la partie du mur ADDFE portée de F en K, sera précisément égale au choc du belier ou du boulet B.

Cela fait voir combien est avantageuse l'invention de la poudre; puisque par son secours nous pouvons donner une vitesse si prodigieuse à un petit corps, qu'il parvient à avoir une quantité de mouvement aussi grande que celle d'un corps excessivement grand, & que par conséquent il fait autant d'effet que ce grand corps par sa percussion, quoiqu'on n'employe que peu de mains pour en faire usage : car trois hommes suffisent pour servir un canon qui fait autant d'effet que le belier dont nous venons de parler. *Ceux qui veulent avoir un plus grand détail des beliers & des autres machines de guerre qui étoient en usage chez les Anciens, les trouveront décrites dans plusieurs Auteurs, & sur-tout dans* Juste Lipse. * *Le belier que j'ai examiné ci-devant, est un belier moyen, étant plus grand que quelques-uns, & plus petit que d'autres dont parlent ces Auteurs.*

* Poliarch. Livre 3.

4. [11 — *Cette matiére subtile, &c.*] Les Cartésiens pour soutenir leur plein, supposent une certaine *matiére subtile* qui remplit tous les espaces & tous les pores en-dedans des corps ; & ils disent que cette *matiére subtile* étant continuellement divisée, devient une poussiére si fine qu'elle n'a plus ni pesanteur ni résistance, & que cependant elle est cause de la pesanteur : mais pour peu qu'on examine cette proposition, on voit qu'elle ne peut pas s'accorder avec elle-même. Car, 1°. Si cette matiére remplit tous les interstices entre les parties des corps, elle doit les rendre tous également pleins. 2°. Par-tout où elle remplit un espace qui ne contient point d'autre corps, elle doit être plus solide que l'or, & plus dure que le diamant, & par conséquent elle ne doit pas être une poussiére fine, comme on l'a imaginée ; car un corps lorsqu'il est solide, ne différe du même corps mis en poussiére, qu'en ce que ses parties sont séparées les unes des autres, en sorte qu'il y a de grands vuides entr'elles : ainsi une livre d'or solide ne différe d'une livre de poudre d'or, qu'en ce que les parties de la poudre sont plus séparées, mêlées de vuides, & qu'elles ne se touchent pas en autant de points que celles du monceau solide ; la poussiére devenant aisément un monceau solide, lorsqu'on en chasse les vuides par l'action du feu, qui change la poussiére en un fluide, lequel après cela (en éloignant le feu) se change en un monceau solide sans rien perdre de son poids. 3°. Comme les *Cartésiens* assurent que la terre & l'air (qui sont des corps pesans) sont composés de cette *matiére subtile*, il est absurde de supposer que la matiére dont ils sont composés n'a point de pesanteur, puisque la pesanteur d'un corps entier est composé de la pesanteur de toutes ses parties prises ensemble. 4°. Lorsque

les *Cartésiens* disent que leur matiére subtile est cause de la pesanteur, ils semblent avoir oublié ce qu'ils en ont dit auparavant, & sur-tout *qu'elle n'a point de résistance;* car si un fluide par son mouvement autour de la terre, force tous les corps voisins à tomber vers la terre, il ne peut pas être sans résistance; parce que tout ce qui *pousse* doit *résister :* & dire, que les corps solides peuvent se mouvoir dans cette matiere subtile sans éprouver aucune résistance, & que cependant la matiére subtile venant à rencontrer les corps solides, les pousse & leur fait changer de place, c'est une absurdité indigne d'un Philosophe. De plus, comme les *Cartésiens* ne peuvent pas nier l'expérience d'une piéce d'or & d'une plume qui tombent également vîte dans un récipient de verre dont on a pompé l'air * (cette expérience ayant été faite dans un récipient de 10 pieds de hauteur; voyez les *Transactions Philosophiques*, n°. 354.) plûtôt que d'abandonner leur plein, ils disent que lorsque l'air a été pompé, le récipient est aussi plein qu'auparavant, mais qu'il est plein d'une matiére si subtile qu'elle ne fait aucune résistance. De sorte qu'il n'est pas possible de faire accorder ensemble la raison que les Cartésiens nous donnent de la cause de la pesanteur avec la non résistance de la matiére subtile. Ils tombent aussi dans plusieurs autres contradictions, en tâchant d'expliquer les *Phénomênes* par la force & le mouvement dans toutes les directions, qu'ils attribuent à ce fluide subtil; mais je traiterai ce sujet plus au long, lorsque je parlerai des mouvemens des corps célestes.

* Leçons 1, 8, 9.

5. [16 — *Toutes à la fois avec le levier.*] C'est sur ce principe qu'*Archimede* proposoit d'élever toute la terre, au cas qu'on pût trouver un *point fixe*, ou une place pour soutenir son instrument, δός μοι ποῦ στῶ, καὶ τὰν γᾶν κινήσω. Par où il veut dire, que la moindre puissance, en augmentant sa vîtesse, peut élever le plus grand poids, & qu'à cet égard il n'y a point de bornes, dès qu'on peut trouver un endroit pour fixer un point, & une distance convenable. Mais quoique ébranler la terre, soit une proposition purement mathématique, qu'on ne peut pas réduire en pratique, cependant il est bon par curiosité de l'examiner ici un moment.

Si nous prenons le centre commun de gravité de la terre & de la lune pour le point fixe (*fulcrum*, ou point d'appui) de notre levier, nous le supposerons de 240000 milles de longueur, c'est-à-dire, en comptant depuis le centre de la terre jusqu'au centre de la lune; si donc on prenoit la lune ou un poids qui lui seroit égal pour la puissance, elle seroit capable de soutenir la terre à l'autre bout du levier; & si on l'éloignoit seulement d'un pouce, elle souleveroit la terre. (n°. 15.) Ici la distance du centre de gravité de la terre au point fixe du levier est de 6000 milles, & celle du centre de gravité de la lune ou de la puissance, est presque 40 fois aussi grande; & si l'on suppose que la lune se meuve avec la même vîtesse, qu'elle auroit en tombant vers la terre par la force de la pesanteur, si sa force de projectile ne l'empêchoit pas, la terre décriroit un pouce en sortant de sa place, pendant que la lune en décriroit 40. Maintenant, si au lieu de la lune, on se servoit d'une puissance dont l'intensité ne fût égale qu'à un poids de 200 livres, comme par exemple, la force d'un homme, qu'*Archimede* propose : alors en

NOTES sur la IIe. Leçon.

supposant encore la terre à la distance de 6000 milles du point fixe, le *bras* du levier auquel la puissance seroit appliquée, devroit être allongé dans la proportion du poids de toute la terre au poids de 200. En ce cas l'extrémité du levier s'étendroit entiérement hors de notre systême parmi les étoiles fixes, à une distance qui seroit plus de quinze mille millions de millions de fois plus grande que celle de *Saturne*. Et si *Archimede* (ou la puissance) étoit supposé agir sur la machine avec la vitesse d'un boulet de canon, il y auroit à l'autre extrémité du levier pour élever la terre d'un pouce un mouvement qui dureroit plus de 26, & presque 27 millions de millions d'années, & il décriroit une espace qui seroit 39 mille millions de fois plus grand que la circonférence de l'orbe de *Saturne*.

En faveur de ceux qui voudront examiner ce calcul, je joins les nombres que j'y ay employés.

Le diamétre moyen de la terre est de 19688 725 pieds de Paris (*Newton Principes, Livre 3. Proposition 20.*)

En supposant le diamétre à la circonférence comme 7 à 22, & multipliant le diamétre par la circonférence, nous aurons 1218 315 660 966 250 pieds quarrés pour la surface de la terre : ce dernier nombre, étant multiplié par la 6e partie du diamétre, donnera 3 997 847 001 180 744 647 897 $\frac{1}{2}$ pieds cubiques pour la solidité de toute la terre.

Maintenant si nous supposons qu'un pied cubique de terre pese 100 livres, nous aurons en multipliant par 100 le poids de toute la terre en livres, qui sera 399 784 700 118 074 464 789 750.

Ensuite comme 200 livres (*ou l'intensité de la puissance*) :

Sont à 399 784 700 118 074 464 789 750 (*ou l'intensité du poids*) : :

Ainsi 6000 *milles* (*distance du poids ou du centre de la terre au point fixe*) :

Sont à 11993541003542233943692500 *milles* (*ou distance de la puissance*.)

Ce dernier nombre n'exprime pas seulement la distance de la puissance, mais encore le nombre des milles que la puissance doit parcourir pour élever la terre d'un mille; parce que les vitesses de la puissance & du poids doivent être réciproquement comme leurs masses. Mais si nous voulons n'élever la terre que d'un pouce, il faut diviser par 66 360 (nombre des pouces dans un mille) & nous aurons les milles parcourus par la puissance pendant que la terre se meut d'un pouce, sçavoir 189 291 996 583 668 465 020 milles.

Pour avoir une idée plus claire de ce qu'on a dit, nous n'avons qu'à comparer la distance de la puissance & l'espace qu'elle doit parcourir, avec quelque grande distance que nous connoissions, & avec l'espace parcouru par quelque corps que nous puissions observer; comme par exemple, avec la distance de la planéte de *Saturne*, & avec l'espace qu'il décrit en parcourant toute la circonférence de son orbite.

Saturne, à sa distance moyenne de la terre (qui est égale à sa distance du soleil) est 9 fois & demi & un peu plus (ou 9, 51 fois) plus éloigné du soleil que n'est la terre, laquelle on suppose éloignée du soleil de 81 millions de milles, & par conséquent on peut l'exprimer par ce nombre de milles, 770 310 000; divisant donc par ce nombre 11993 541003 542233943692500, nous aurons un nombre qui nous fait voir que la puissance doit être appliquée 15 569 745951 035 781 fois plus loin du

point d'appui ou centre du mouvement que la distance de *Saturne;* si ensuite on divise l'espace que la puissance doit parcourir, (ou 189 291 996 583 668 465 020 milles) par 4841948571 nombre des milles contenus dans la circonférence de l'orbite de *Saturne*, le quotient nous fera voir que la puissance doit parcourir un nombre de milles 39094177438 fois plus grand.

NOTES sur la IIe. Leçon.



De plus, si l'on suppose que la puissance ou *archiméde* pousse en avant l'extrémité la plus éloignée du levier, nous trouverons que quand même il iroit aussi vîte qu'un boulet de canon, il lui faudroit employer 26 978 123 942 460 ans pour mouvoir la terre d'un pouce. Car si l'on suppose qu'un boulet de canon se meut aussi vîte que le son ou décrit un mille en 4 secondes & demi (comme les expériences l'ont confirmé) il doit parcourir 800 milles par heure, & comme une année contient 8766 heures, 800 fois ce nombre est le nombre des milles qu'un corps avec la vitesse d'un canon décriroit dans un an; donc en divisant par le nombre (7 012 800) celui des milles que la puissance parcourt, & qui est 189 291 999583668 465 020, on aura le nombre des années qu'elle doit employer à parcourir cet espace, & qui est 26 978 123 942 460 ans. *Ce qu'il falloit prouver.*

L'Evêque Wilkins *dans ses* Puissances Méchaniques *fait mention d'une machine composée de roües, par laquelle on pourroit élever la terre, sans supposer que la puissance fût appliquée à une distance considérable de la terre; mais ce qu'il en dit dépend entierement du même principe : car même en ce cas, la puissance (si elle est égale à ce que nous avons supposé) doit parcourir une longueur égale au nombre des milles dont nous avons parlé ci-devant, pour n'élever la terre que d'un pouce, quoique la ligne où elle se meut ne soit qu'un cercle d'un pied de diametre ; car de quelque maniére que la machine soit construite, la différence des vitesses de la puissance & du poids sera toujours en raison réciproque de leurs masses (ou de leurs intensités) en considérant la puissance comme une quantité de matiére en mouvement, lorsqu'elles se balancent mutuellement ; & la moindre addition de vîtesse (toujours supposée dans ces calculs) fera que puissance surmontera le poids.*

6. [16 — *Lorsque l'on veut gagner du tems, on doit employer plus de force.*] C'est pour n'avoir pas fait assez d'attention à ceci, que ceux qui s'imaginent que la force doit être produite par la figure d'une machine, ont perdu beaucoup de tems & d'argent dans la construction des machines ; la méchanique ne nous apprend pas à créér les puissances, mais à appliques celles que nous trouvons dans la nature ; car nous nous trompons nous-mêmes si nous croyons que par le moyen d'une machine quelconque un homme puisse faire le travail de deux en même-tems, supposant qu'ils employent tous la même force. Ce n'est pas à dire pourtant qu'on doive rejetter comme inutile la Science des Méchaniques ; car c'est à la pratique des Arts qui sont tous dérivés de cette Science, que nous sommes redevables de la plus grande partie des nécessités & des commodités de la vie : Dans l'exécution de plusieurs ouvrages où nous avons assez de force, nous manquons souvent de tems, & quelquefois lorsque le tems ne manque pas, la force nous manque. Dans tous ces cas l'adresse d'un bon Machiniste doit

NOTES sur la IIe. Leçon.

paroître en dirigeant l'application des puissances selon le tems. Ainsi lorsqu'on fait des havres, qu'on place des digues, des moles ou des bancs, où chaque marée peut endommager l'ouvrage, & celles du Printems le renverser, on doit y employer le plus grand nombre de bras qu'il est possible de faire agir ensemble sans embarras. Dans certains cas, comme lorsqu'il faut tirer d'un Vaisseau des blocs de marbre ou d'autres marchandises pesantes, pour les peser sur un quay, on ne peut pas employer plusieurs bras, soit parce qu'ils ne peuvent pas bien se tenir l'un auprès de l'autre autour du même bloc, ou parce qu'ils ne peuvent pas tous l'élever à la fois; ou parce qu'ayant élevé leur charge, ils ne peuvent pas bien marcher avec elle; ou que s'ils le peuvent, les planches où il faut passer, ou les échelles qu'il faut monter, ne peuvent pas les porter tous avec le poids; alors il faut employer une machine (comme par exemple une gruë) où un homme peut faire autant que 10 ou 20 hommes, mais il restera 10 ou 20 fois plus de tems à le faire. La machine est même absolument nécessaire, parce que sans elle il est impossible de réussir; il faut donc y employer un tems suffisant, sans quoi la plus grande force seroit inutile. De même dans la bâtisse on doit employer des machines pour élever les grandes pierres & les grosses poutres, ou il faut prendre plus de tems selon que la force des hommes qui travaillent à la machine, est moindre que celle qui seroit requise pour élever la pierre, si les bras y étoient appliqués directement, mais alors la machine occupe moins de place, & l'on peut employer à autre chose le reste des hommes. Lorsqu'il faut dessécher les mines, on est toujours borné par le tems, parce que les sources souterraines fournissent l'eau pendant que la force est employée à la tirer; & dans ce cas la puissance (c'est-à-dire, son intensité) doit être supérieure à la quantité d'eau que l'on doit élever dans un certain tems, c'est-à-dire, que la puissance doit être capable, sans aucune machine, de tirer du fond du puits jusqu'au plus haut (par exemple un cheval qui fait monter un sceau attaché à une corde qui roule autour d'un simple rouleau) un poids plus grand que celui de la quantité d'eau qui y entre, pendant le tems que la puissance parcourt une espace égal à la profondeur du puits. On applique les machines pour tirer l'eau plus commodément, mais non pas pour gagner aucun degré de force; car on y perd toujours un peu de force. On en perd d'autant plus qu'il y a plus de parties dans la machine, qui ne peuvent pas être appliquées les unes aux autres sans un frottement qui détruit une partie de la puissance : de sorte que la meilleure machine est celle qui est composée d'un plus petit nombre de parties. * Et celui qui prétend par quelque invention gagner de la force, en élevant un plus grand poids ou un plus grand vaisseau d'eau avec la même puissance, ne fait pas réflexion qu'il l'élevera d'autant plus lentement, & qu'il donnera le tems aux sources de fournir plus d'eau à proportion; ou si en ajoutant quelque partie à la machine, la puissance (par exemple un cheval ou plusieurs chevaux) marche plus aisément, alors il élevera moins d'eau dans le même tems. Cela doit apprendre à ceux qui ont quelque interêt dans les

* *Tout ce qui regarde l'élevation de l'eau sera examiné en détail, lorsque nous traiterons de l'Hydrostatique.*

mines,

mines, dans les machines hydrauliques, dans les moulins ou autres manufactures, qu'ils ne doivent pas s'en laisser imposer par les Machinistes qui prétendent (& souvent s'imaginent qu'ils peuvent) par quelque machine nouvellement inventée surpasser toutes les autres, & faire qu'un cheval fasse autant d'effet que trois ou quatre. Cela vient de ce qu'ils ne sont pas au fait des principes de méchanique, dont la connoissance les empêcheroit de tenter l'impossible. Il seroit à souhaiter que nos Machinistes, qui ont souvent beaucoup de génie pour inventer, & qui communément n'ont aucune connoissance des mathématiques, voulussent s'appliquer à cette science, ou du moins sçavoir ce qui peut les diriger dans leurs entreprises ; ou que quelques-uns de nos meilleurs Mathématiciens ne crussent pas trop s'abaisser en dirigeant les Ouvriers, & en considérant les machines un peu plus qu'ils ne font, ce qui rendroit leurs spéculations plus utiles au Public. Il y en a quelques-uns, qui étant mal-adroits, & n'ayant pas une main assez délicate pour faire des expériences, ne veulent pas en faire l'aveu, & méprisent ou tournent en ridicule les ouvrages de méchanique ; oubliant que l'incomparable *Newton*, qu'ils admirent avec tous les autres Philosophes, a fait autant & même plus d'expériences qu'aucun homme vivant, & a regardé la Géométrie comme n'étant utile qu'autant qu'elle nous dirige à faire des expériences & des observations, & à en tirer des conséquences lorsqu'on les a faites ; ensorte que l'avancement de la Physique doit être le résultat des mathématiques mixtes, c'est-à-dire de la Méchanique & de la Géométrie.

Un homme qui apprend dans les Livres à faire des armes, doit être autant embarrassé lorsqu'il faut se battre, qu'un autre qui préfére un courage brutal à toute la science des armes ; avec cette seule différence que celui-ci sera beaucoup plus en état de tuer son adversaire. ; comme ceux qui n'ont aucune litterature ont souvent fait des machines merveilleuses. La machine de *Marly*, qui a été faite par un homme ordinaire de *Liege*, qui ignoroit entiérement les Mathématiques, contient un grand nombre d'inventions excellentes, mais elle n'éleve pas autant d'eau qu'elle devroit le faire, parce que cet Ouvrier ne sçavoit pas calculer de quelle maniére il pouvoit appliquer la force de la riviére de *Seine* avec le plus grand avantage.

Lorsque l'on fait de grands Ouvrages ou Manufactures de telle maniére qu'une grande partie de l'intensité de la puissance est consommée inutilement, & qu'il n'y a qu'une petite partie de cette puissance qui rende un service réel ; par exemple, lorsqu'il y a des frottements inutiles qui viennent de la mauvaise construction de toute la machine, ou de la mauvaise figure de quelques-unes de ses parties, ou de ce que l'Ouvrier les a mal exécutées ; ou si les hommes ou les chevaux, &c. n'employent qu'une petite partie de la force qu'ils pourroient appliquer sans se fatiguer ou sans inconvénient : alors l'adresse d'un bon Machiniste peut s'appliquer avec avantage, en changeant la forme, ou en altérant les parties & les mouvements d'une machine. On en peut voir un exemple dans la maniére de dévider le fil ou la soye. Si l'on employe 50 hommes à cet ouvrage, ils ne pourront mouvoir qu'un poids, ou surmonter une résistance égale à une demi livre, en travaillant par le mouvement circulaire de leurs mains (au lieu qu'un homme peut aisément élever 25 livres

Notes fur la II. Leçon.

avec le feul mouvement de fes mains en travaillant 10 heures par jour) on peut trouver une machine par laquelle un homme appliquant toute fa force faffe autant que cinquante hommes dans le même tems. Ainfi dans un autre cas, les machines peuvent donner un grand profit, en rendant efficace la force ou l'intenfité de la puiffance ou des puiffances, qui étoient auparavant mal appliquées, ou qui n'étoient point appliquées du tout. C'eft ce qui a été exécuté à *Derby* d'une maniére très-ingénieufe, par Meffieurs *Thomas* & *Jean Lombe*, qui ont employé la force d'une roue à eau pour dévider la foye d'*Italie*, enforte qu'ils ne perdent ou qu'ils n'employent inutilement aucune partie de la puiffance.

Comme les propriétaires de cette machine curieufe ne font pas bien-aifes qu'on donne au public une defcription de toute la machine, ou de chacun de fes mouvements, je n'en donnerai ici qu'une idée générale, fçavoir qu'il y a

26 586 *rouës.*

97 746 *mouvements.*

73 728 *verges de foye dévidées à chaque tour de rouë qui fe fait 3 fois par minute.*

318504 960 *verges de foye dans un jour & une nuit*, & par conféquent

99 373547 550 *verges de foye dans un an.*

Une feule rouë à eau communique le mouvement à tout le refte des rouës & des mouvements, qui peuvent s'arrêter chacun féparément & indépendamment les uns des autres. Une feule machine à feu porte l'air à chaque partie de la machine en particulier, & tout le travail eft conduit par un feul principe.

7. [17. — *Scorpions*, &c. *Donner une vîteffe fuffifante*, &c.] Les Scorpions font des machines à lancer des fléches, des boulles de feu, ou de grandes pierres. On peut en voir la defcription dans Vitruve & dans *Jufte-Lipfe*, cité ci-devant *, d'où j'ai tiré les figures repréfentées dans la planche 6. La première figure repréfente une de ces machines chargée. Le point A du plus long bras A C qui dans fa fituation naturelle fe tient le plus élevé par le moyen des boëtes de pierre ou de poids B B, ayant été conduit en A (par la corde R R & la gance *a* que l'on tire par le moyen de la roue W & du pignon en J, autour des rouleaux M & L) la clavette H H qui fe termine un peu en cone, l'empêche de s'élever de nouveau. Enfuite la gance *a* étant ôtée de A, & la fronde S étant chargée d'une balle ou d'une pierre T, le fcorpion eft prêt à être déchargé ; ce qui fe fait par un petit coup de marteau à l'extrémité H *i* de la clavette, ou en la retirant fubitement avec une corde ; car alors A n'étant plus arrêté en bas, s'éleve avec une grande vîteffe par la chute des poids B B, & l'une des gances de la fronde fe détâchant de la pointe A qui eft conique pour cette raifon, la pierre part, comme on le voit dons la feconde figure, qui repréfente un autre fcorpion un peu différent du premier. Toute la différence eft que dans cette derniere figure, comme l'extrémité A qui fait la décharge eft plus proche de l'axe du mouvement D D, que n'eft la même extrémité dans la premiere figure ; on y applique une poulie L de telle maniére, qu'elle fait mouvoir le manche J du pignon qui engraine dans la rouë W, auffi aifément que dans le premier cas. Quant à l'effet, fi l'on fuppofe les poids B B égaux dans les deux fcorpions,

* Poliorch, Fig. 3, Dial. 4.

Planche 6. Figure 1.

le dernier lancera une balle d'un plus grand poids, mais elle aura moins de vitesse que le premier projectile. Dans les deux cas le scorpion tourne sur le pivot C, & tout le chassis H J tourne autour de l'arbre vertical C c, afin qu'on puisse diriger la machine de tous les côtés. Le crochet H dans la seconde figure fait la fonction de la clavette H dans la premiére.

Quelque fortes & quelque nombreuses que soient ces machines, on ne peut pas les comparer à une batterie de canon, ni pour la force, ni pour l'expédition. L'Evêque *Wilkins* & quelques autres ne les auroient pas préférées à notre Artillerie, s'ils les avoient examinées moins superficiellement, & s'ils avoient calculé leur force.

Pour le prouver nous considérons ici la force de l'un de ces scorpions, en le supposant même beaucoup plus grand qu'il ne faut pour le transporter commodément; (car il paroît qu'on les pouvoit transporter aisément, puisque César en avoit un grand nombre dans son Camp,) & nous verrons combien il est éloigné de la force du canon.

Soit A D (Figure 1.) la queuë du scorpion, ou l'extrémité qui lance le boulet, & que l'on suppose de 24 pieds de long, & les bras plus courts D B qui portent les boëtes B B, chacun de 8 pieds de long. Lorsque les boëtes sont remplies de pierres, ensorte qu'elles pesent, par exemple, 1000 livres chacune, & que la queuë est abaissée en A pour lancer la pierre T; la plus grande vitesse que l'on puisse lui donner, ne surpassera jamais 96 pieds par seconde; parce que les points en B ne peuvent tomber plus vîte qu'à raison de 16 pieds dans une seconde, quand même ils ne donneroient aucun mouvement à la machine en descendant. Mais comme nous pouvons supposer raisonnablement qu'en élevant l'extrémité A chargée du projectile T, leur mouvement en doit être retardé de la moitié, il s'ensuit que le corps T ne sera poussé en avant qu'à raison de 48 pieds dans une seconde; ce qui est un mouvement environ 24 fois plus lent que celui que le canon imprime à un boulet du même poids, & par conséquent l'effet du scorpion est 24 fois moindre que celui du canon. Outre cela il faut un plus grand nombre d'hommes pour servir cette artillerie, & beaucoup plus de tems pour abaisser la pointe A par le moyen de la rouë W, que pour charger un canon: car si l'on suppose que la force requise pour élever les boëtes chargées de pierre, & pour vaincre le frottement n'est que de 2500 livres, & que le Machiniste qui tourne le manche en J fait décrire à sa main un espace de $3\frac{1}{2}$ pieds par seconde (qui est le plus grand espace qu'il puisse décrire), si la force qu'il applique est de 25 livres, il doit employer 7, 6 minutes ou environ $\frac{1}{8}$ d'une heure, pour faire parcourir au manche un espace de 1600 pieds, nécessaire pour élever les boëtes à 16 pieds de hauteur: cela outre le tems employé à placer la clavette H, & à mettre la pierre T dans la fronde S, doit tellement retarder l'opération, que le scorpion ne sçauroit décharger son projectile plus de six fois par heure, au lieu qu'on peut tirer un canon aisément deux fois aussi souvent dans une heure.

Maintenant si l'on fait attention combien doit être pesant un scorpion tel que celui que nous avons décrit, on verra qu'il est plus difficile de le transporter que de transporter un canon. L'arbre vertical C doit avoir 30 pieds de longueur, & pour lui donner une force suffisante, nous lui supposerons

Notes sur la II. Leçon.

13 $\frac{1}{2}$ pouces de diametre, & par conséquent il contiendra 30 pieds cubiques de bois ; si c'est du chêne, il pesera environ 50 livres le pied ; supposons que le corps & la queue du scorpion ABB avec les boëtes BB, contiennent quarante pieds de plus du même bois ; le cadre KH 60 pieds ; la rouë W avec le pignon & le manche J, les poulies, les cordes, & les ouvrages de fer de la machine pesent bien autant que soixante pieds cubiques de chêne : tout cela ensemble fait 190 pieds cubiques, lesquels étant multipliés par 50 livres donnent 9500 livres, poids qui devoit rendre la machine fort incommode, même en la démontant & la portant par morceaux. Nous pouvons donc supposer que les scorpions étoient beaucoup moindres que nous ne l'avons dit, & alors il n'y aura aucune comparaison entre leur effort & celui de notre Artillerie. Quiconque voudra se donner la peine de calculer la force de toutes les autres machines usitées chez les Anciens, trouvera qu'elle est beaucoup au-dessous de celle de la poudre à canon : surtout si l'on fait attention avec quelle force elle se déploye dans une mine, où elle met en piéces des rochers prodigieux, & où elle éleve une si grande quantité de terre & de fortes murailles, que toutes les machines qui étoient en usage dans l'Armée *Romaine*, quand même on auroit pu les appliquer toutes à la fois à une seule partie de fortification, n'auroient rien produit de semblable à cette nouvelle invention d'une poudre portative qui contient une force immense dans un très-petit volume.

Planche 7. Figure 1.

8. [21. — *La ligne de direction*, &c. *fait effort pour agir.*] Quoiqu'un corps pesant comme A (*Planche 7. Figure 1.*) puisse par une force ou par des forces qui lui sont imprimées, se mouvoir dans chaque direction ; cependant (comme il conserve toujours sa tendance vers le centre de la terre qui l'y porteroit par le plus court chemin, si rien ne l'empêchoit) sa ligne *naturelle* de direction passe toujours par le centre de la terre, & si pendant que le corps va en bas par sa propre pesanteur, un ou plusieurs plans inclinés, comme BG, GD, l'en empêchent, & lui font décrire ensuite une courbe (46) dans sa chute à cause du changement de direction de son mouvement, ou s'il est de nouveau porté en haut le long d'un autre plan comme DE, nous n'appellerons pas la ligne 12346, ou 12345 qu'il décrit, sa *ligne de direction* ; mais lorsque le corps part du point 1. successivement aux points 2, 3, 4, ses lignes de direction sont 1*c*, 2*c*, 3*c*, 4*c*, qui sont toutes dirigées au centre de la terre, & qui à raison de leur grande distance à ce centre, sont regardées comme paralleles, ou même comme n'étant qu'une seule & même ligne.

Mais la ligne de direction d'une puissance varie selon l'application de cette puissance, quelle que soit la ligne que décrit le corps sur lequel la puissance agit. Ainsi lorsque le corps pesant A (*Planche 7. Figure 2.*) dont la ligne de direction est *c*C, suspendu par une corde, est soutenu par la main en H, la ligne de direction de la puissance est la même que celle du poids ; mais si l'on fait passer la corde sur la poulie B, les lignes de direction de la puissance peuvent être les lignes BG, BF, BE, BD, pendant que la ligne de direction du poids continuë d'être la même.

Planche 7. Figure 2.

Que si le corps A (*Planche 7. Figure 3*), lorsque la puissance agit sur

lui en J, se meut par cette action dans la ligne *c* D, le long du plan M B, *c* D n'est pas la direction de la puissance; mais A J. Et si le même corps est élevé de E en F par le moyen du coin K F L que l'on tire sous lui (pendant qu'une planche ou un plan immobile en H G, l'empêche de s'écarter de la ligne E F) la ligne de direction de la puissance sera L B: mais si ce corps ayant été placé en K sur le plan horizontal L, le coin ou plan incliné F est supposé immobile, & que le plan H G se meuve de K en G, & pousse en haut le corps dans la ligne K G, alors la puissance agissant dans la ligne de direction K G, est cause que le corps pesant s'éleve de la hauteur E F, soit qu'il se meuve dans la ligne K G, ou qu'il parvienne directement à cette hauteur dans la ligne E F.

NOTES sur la II. Leçon.

Planche 7. Figure 3.

Delà il suit que la vitesse d'une puissance ne doit pas être considérée de la même maniére que celle d'un poids (à moins que la puissance ne monte ou descende directement vers le centre de la terre); car *la vitesse d'une puissance est l'espace qu'elle parcourt dans un certain tems*, lequel peut être plus grand ou plus petit pour produire le même effet, selon la maniére dont elle est appliquée; ainsi la puissance B (*Figure* 3.) ne parcourt que la longueur L K, lorsqu'elle éleve le poids par la ligne E F en tirant le coin L F K à travers E F; mais si elle le pousse le long de F K supposé immobile, elle doit parcourir toute la longueur de l'hypothénuse F K du triangle L F K. Mais soit que le poids s'éleve de K ou de E au point F, sa vitesse ne sera jamais que E F, parce que quelque ligne qu'il parcoure, il ne s'éleve ou ne s'éloigne du centre de la terre que de la hauteur E F.

De même la vitesse de A (*Figure* 1.) n'est que la ligne 1 *c*, lorsque le corps parcourt un espace beaucoup plus long, depuis 1 jusqu'à 6 par les points 2, 3, 4, le long des plans B F, G D. Donc *la vitesse d'un poids doit toujours être mesurée par la ligne de son élevation ou de sa chute verticale qui fait voir de combien il s'est approché ou éloigné du centre de la terre.*

On doit remarquer que cette définition regarde principalement la partie des méchaniques, qui considére les actions des corps les uns sur les autres par l'application des instruments.

9. [27. — *Une méthode pour trouver méchaniquement le centre de gravité*, &c.] Si l'on met une planche également épaisse partout sur le tranchant d'un prisme triangulaire P *p* (*Planche* 7. *Figure* 4 & 5.) ou sur le tranchant aigu d'un corps étroit placé dans une situation horizontale, ensorte qu'elle soit en équilibre; tous les corps qui seront placés sur cette planche de maniére qu'ils n'altérent pas son équilibre, auront un plan de gravité (c'est-à-dire, un plan dans lequel se trouve leur centre de gravité) directement au-dessus du tranchant qui porte la planche. Une autre position du corps, si l'équilibre est toujours conservé, donnera un autre plan, dont la section avec le premier déterminera un axe de gravité, ou une ligne dans laquelle se trouve le centre de gravité. On peut avoir une troisiéme position du corps qui déterminera un troisiéme plan de gravité, lequel coupera les autres deux à angles droits, ou en tout autre grand angle, & l'intersection des trois plans donnera le vrai point qui est le centre de gravité. Si le corps, dont on a le centre de gravité, est long & fléxible, ensorte qu'on ne puisse pas le

Planche 4. Figure 4. 5.

Notes sur la II. Leçon.

placer en travers sur la planche dont on vient de parler, il faudra placer une seconde planche sur la premiére avec une pointe à son centre, ensorte qu'elle puisse tourner tout-autour sans changer l'*équilibre*; & alors on pourra aisément mouvoir sur la planche les corps longs placés sur cette derniére planche, pour trouver leurs différents plans de gravité. C'est ainsi qu'on peut trouver le centre de gravité du corps d'un homme ou d'un animal. A l'égard du corps humain, il est à remarquer que soit que l'homme soit gras ou maigre (& même dans un squelete) le centre de gravité est toujours près du même endroit, c'est-à-dire, dans le *Pelvis*; entre la hanche, l'*os pubis*, & la partie inférieure de l'épine du dos. Lorsqu'on leve en haut les bras & les jambes, on éleve un peu le centre de gravité; mais il est toujours tellement placé, que les membres se meuvent librement autour de lui, le centre de gravité se mouvant en même-tems beaucoup moins que s'il étoit placé dans une autre partie du corps Une statue qui répresente un homme, n'a pas cependant son centre de gravité placé dans le même endroit que l'homme; car si elle est creuse, les creux ne seront pas dans les mêmes endroits que dans le corps d'un homme, & le centre de gravité dans une statuë nuë & solide, est plus élevé que dans un homme. Je fais cette observation, parce que lorsqu'on veut placer une figure, & la fixer (surtout dans un endroit exposé au vent) on doit bien prendre garde que le centre de gravité soit placé au-dessus du milieu de la base; ou si l'attitude de la statuë ne le permet pas, il faut l'arrêter plus fortement du côté qui est plus éloigné du centre de gravité.

Les Mathématiciens, dans la vûe de donner des regles pour trouver le centre de gravité des corps, en donnent d'abord pour trouver le centre de gravité de 2 ou de plusieurs lignes; ils cherchent ensuite celui de la circonférence des figures & ensuite celui des plans; car quoique les lignes & les surfaces n'existent pas séparées des corps, ils considérent cependant les lignes comme des corps homogénes fort déliés, & les plans comme des solides extrêmement minces, & par cette considération, ils en viennent plus réguliérement à trouver le centre de gravité des solides. Le Docteur *Wallis* a traité à fond cette matiére dans sa Méchanique, au Chapitre *de Investigatione centri gravitatis*, & M. *Ozanan* dans le troisiéme Chapitre de sa *Statique*, au quatriéme volume de son *Cours de Mathématique*.

Je donnerai ici quelques-unes des méthodes les plus aisées & les plus utiles, & je renverrai les Lecteurs plus curieux aux Auteurs que je viens de citer, & aux autres Mathématiciens qui ont traité en particulier du centre de gravité.

Si l'on considére une ligne comme un fil de fer homogéne diminué à l'infini, son centre de gravité sera au milieu; tel est le point J dans la ligne A B. * (*Planche 7. Figure 6.*) Soit une autre ligne comme C D dans une position quelconque à l'égard de A B; si du centre de gravité J de A B, on mene une ligne (que l'on suppose sans pesanteur) au point K, centre de gravité de C D, on aura leur centre commun de gravité en G, par cette analogie,

* N°. 29. Planche 7 Figure 6.

* N°. 38.

$$* AB \times CD : CD :: KJ : JG.$$

Et si la seconde ligne s'étoit trouvée moindre que A B, comme par exemple, si l'on avoit pris F E au lieu de C D, le centre commun de gravité auroit été en H; parce que A B × F E : F E :: K J : J H.

Notes sur la IIe Leçon.

S'il y a trois lignes (soit qu'elles renferment un espace, ensorte qu'elles forment la periferie d'un triangle, ou qu'elles ne le renferment pas) leur centre commun de gravité pourra se trouver de la même maniére que celui de trois corps (n°. 39.) On pourra trouver de même celui de quatre ou de plusieurs lignes, & par conséquent des polygones.

Il est à remarquer que le centre de gravité des surfaces planes, n'est pas le même que celui de leurs circonférences, à moins qu'elles ne soient réguliéres. Ainsi dans le triangle A B C (*Planche 7. Figure 7*), qui n'est pas équilateral, on trouvera le centre de gravité de la périphérie en H, plus proche de l'angle B que J, qui est le centre de gravité du triangle. Car (par n°. 19) D & E étant les centres de gravité des deux lignes A B, B C, F se trouve être leur centre commun de gravité, & H le centre commun de gravité des trois lignes A B, B C & C A.

Planche 7. Figure 7.

Pour trouver le centre de gravité d'un triangle, menez une ligne depuis le milieu d'un côté, à son angle opposé comme G B : prenez G J $= \frac{1}{3}$ de cette ligne, & le point J sera le centre de gravité du triangle. Maintenant puisqu'on peut diviser en triangles toutes les figures rectilignes, le centre commun de tous les triangles sera le centre de gravité de la figure.

Si A B & C D sont deux quantités (soit que ce soient des surfaces ou des solides) dont les centres particuliers de gravité soient en F & G, le centre de gravité de leur somme ou de A D, sera en E (Planche 7. Figure 8.) mais si l'on veut avoir le centre de gravité de la différence de deux quantités, lorsqu'on connoît leur centre particulier de gravité, (comme par exemple, celui de C D, qui est la différence des deux quantités A B & A D, dont les centres particuliers de gravité sont F & E) menez F E, & prolongez cette ligne vers G; vous trouverez le point G centre de gravité requis, par cette analogie C D : A B :: F E : E G. C'est-à-dire, *comme la différence est à la moindre quantité, ainsi la ligne* F E : *est à la ligne* E G *ou à la longueur du prolongement de la ligne* F E.

Planche 7. Figure 8.

Le centre de gravité d'un cone est dans son axe, à la distance d'un quart de cet axe depuis la base; par exemple dans le cone A B C (*Figure 9.*) dont l'axe est D C, le centre de gravité est en F, si F D est $= \frac{1}{4}$ D C. Mais dans une surface conique, le centre de gravité est éloigné de la base de $\frac{1}{3}$ de l'axe; c'est-à-dire D F $= \frac{1}{3}$ D C.

Figure 9.

Si A B J K est un cone tronqué, on trouvera son centre de gravité, en achevant le cone, qui sera alors A C D; ensuite ayant trouvé le centre de gravité du cone A B C (qui est le point F) & celui du cone J C K (qui est le point F) joignez ces centres par la ligne F E; ensuite voyant que A B K J est la différence des deux quantités A C B & J C K, vous trouverez son centre de gravité par la regle précédente, lequel sera en G: Car A B J K : J K C :: E F : F G.

Si l'on fait un sceau de cuivre, d'étain, ou de bois, de la figure d'un cone tronqué, le centre de gravité de ce vaisseau ne sera pas dans le même point étant vuide que lorsqu'il est plein, & cette considération est utile en

NOTES sur la II. Leçon.



plusieurs cas de la Méchanique en général, & de l'Hydraulique en particulier. Car par ce moyen les vaisseaux qui ont cette figure étant suspendus sur des points ou sur un axe qui passe entre le centre de gravité du vaisseau vuide, & celui du vaisseau plein) tourneront avec le fond vers le haut étant vuides, & auront le fond tourné directement en bas lorsqu'on les tirera en haut étant pleins; ou au contraire ils auront leur ouverture tournée en haut étant vuides, & tournée en bas où ils se vuideront d'eux-mêmes lorsqu'ils seront entiérement pleins.

Planche 7. Figure 10.

Soit ABED (Figure 10.) la coupe d'un vaisseau conique tronqué & creux, dont l'ouverture est AD. Son centre de gravité par les regles précédentes se trouvera en *c*: Mais parce que le fond ou la plaque BE a quelque pésanteur, le centre de gravité descendra en C. Celui du vaisseau plein (qui est un cone tronqué solide) sera en K. Si donc on place l'axe de suspension entre ces deux centres, comme en O (Figure 11), ce vaisseau étant vuide pourra être tiré en haut & en bas avec son embouchure tournée en bas, mais étant plein on le tirera en haut, avec son ouverture tournée en haut. Cela est utile dans une chaine de sceaux qui tourne circulairement autour d'un aissieu pour tirer l'eau d'une profondeur, & la porter dans un réservoir au-dessus.

Mais si *abcd* (Figure 12.) est un vaisseau semblable, avec cette seule différence, que le fonds est fixé dans la partie étroite *cd*, & l'ouverture est *ab*; le centre de gravité du vaisseau vuide (sans faire attention au fonds) sera en *c*; mais la pésanteur du fonds le portera en C, & le centre de gravité du vaisseau plein sera en K. Si ce vaisseau est suspendu entre ces deux centres, comme en O (Figure 13.) il continuera d'avoir son ouverture en haut étant vuide, mais elle tournera en bas dès qu'il sera plein. Un pareil sceau peut servir à élever l'eau par une machine composée d'un couple de sceaux fixés à une poutre qui se meut sur un centre placé à distances inégales de ses extrémités, de maniére que le sceau fixé au bras le plus court élevera celui qui est à l'autre bout, & lui fera vuider son eau dans un reservoir supérieur. Mais une courte description & une figure, rendront la chose plus claire.

Planche 7. Figure 14.

AA, sont deux fontaines qui coulent d'un ruisseau ou d'une source d'eau dans les deux sceaux D & E, D contient environ 30 gallons, & on le nomme *sceau perdant*, & E le *sceau gagnant*, contient moins que le quart de D, par exemple, 6 gallons.

DE est un levier ou poutre mobile autour de l'aissieu ou centre C, soutenu par les pieces FF, entre lesquelles le sceau D peut descendre, lorsque le sceau opposé E est élevé. DC est à CE comme 1. à 4. GL est une piéce verticale, qui porte au sommet le levier KJ. lequel se meut autour du centre L, restant quelquefois en repos sur l'apui H, & d'autre fois s'en éloignant vers le haut par la pression du bras CE sur son extrémité J.

Le sceau D, étant vuide, a son ouverture tournée en haut, étant suspendu comme on a dit. L'extrémité D avec son sceau est aussi plus legere que l'extrémité E avec son sceau, lorsque les deux sont vuides. Le different calibre des fontaines est cause que D est presque aussi-tôt rempli que E, & d'abord après il prépondere, & il descend en D (Figure 15.) Par ce moyen l'extrémité opposée s'éleve jusqu'au réservoir M où le sceau E décharge son eau;

Mais

mais d'abord après que le sceau D a été rempli, il a jetté toute son eau & le bout E du lévier est revenu à sa situation horizontale, frapant sur le bout J du lévier JK chargé du poids K qui s'est élevé, & qui a rompu par ce moyen la force du coup. Si la distance A B ou la chute de l'eau est d'environ 6 pieds, cette machine élevera l'eau dans le réservoir M à 24 pieds de hauteur. Cette machine est fort simple, & l'on peut lui donner la proportion que l'on veut, selon la chute de l'eau, la quantité que l'on veut employer, & la hauteur où l'eau doit être portée. » Il y a quelques années qu'un » Gentilhomme me fit voir un modéle d'une machine semblable, & qui en » différoit tant soit peu; mais elle étoit tellement construite, que l'écoule- » ment de l'eau s'arrêtoit en A, A, lorsque le lévier DE commençoit à se » mouvoir. En conséquence, il me dit qu'il en avoit exécuté une en Irlande, » laquelle éleveroit environ un demi sceau d'eau dans une minute à 40 pieds » de hauteur, & qu'elle ne coutoit pas 40 schellings par an pour la réparer » & entretenir; que les frais de sa construction même n'étoient pas consi- » dérables.

10. [30. — *Un moulin à vent doit être supporté*, &c. *& une grue.*] Cela n'est pas exactement vrai dans la pratique, parce qu'on doit y avoir égard à la force avec laquelle le vent pousse tout le moulin à vent en arriere par une partie de sa pression, pendant qu'il tourne les voiles avec le reste; & par conséquent la ligne de direction qui passe par le centre de gravité, doit tomber devant l'axe du poste le plus proche des voiles. De même dans une gruë (je parle de celles qui tournent entiérement avec leur poids) on doit avoir égard au poids qu'elle doit élever; & le centre de gravité de la gruë doit être tellement placé en arriere du poids, que la ligne de direction passe par le milieu de l'arbre, lorsque le poids (qui attire le centre de gravité en avant) est suspendu à la gruë.

11. [32. — *Le centre de gravité restera en repos.*] Voyez les *Principes de Newton*, Corol. 4e. des Loix du Mouvement, 2e. Edition, p. 17.

12. [37. — *On verra dans les Notes.*] Soit le fuseau ou double cone de la *Planche* 4. *Figure* 14. représenté ici, étant vû par la pointe (*Planche* 8. *Figure* 1), A F est une des regles élevées sur lesquelles le corps doit rouler, A G la ligne horizontale, B le sommet de l'un des cones. Soit F G la partie inférieure de la vis S égale à E *e*, qui est un peu moindre que le demi diametre de la base commune des deux cones; ou (ce qui revient au même) soit E F une autre ligne horizontale qui passe un peu sous l'axe B des cones, B F sera le chemin du centre de gravité du corps; parce que cette ligne étant inclinée vers S, le centre de gravité du corps doit y descendre, & par conséquent y porter le corps tout le long, plus ou moins vite, selon que l'inclinaison est plus prompte ou plus lente. Planche 4. Figure 14. Planch. 8. Figure 1.

Le cylindre de la figure 15. planche 4. est d'un bois leger avec un petit cylindre de plomb en K, qui le traverse entiérement auprès de la surface courbe, & parallelement à l'axe du grand cylindre, afin que le centre de gravité du corps composé puisse s'éloigner de l'aissieu M dans la ligne K O, & Planche 4. Figure 15.

NOTES sur la II. Leçon.

alors le cylindre doit être tellement placé sur le plan incliné A O, que le centre de gravité de ce cylindre puisse descendre pendant qu'il se roule vers R; ce qui le doit faire monter sur le plan jusqu'à ce que le centre de gravité soit aussi bas qu'il le peut être : supposant toujours un fil attaché à la partie supérieure du plan, & qui entoure le cylindre, pour l'empêcher de glisser, lorsque le plan n'est pas horizontal, comme dans la figure.

Comme la longueur du cylindre n'a point de rapport à son mouvement vers le haut ou au soutien du plan incliné; lorsque nous considérerons le mouvement du cylindre sur un plan différemment posé, nous ne ferons attention dans la seconde *Figure* de la *Planche* 8. qu'aux sections du cylindre, du plan & de l'horizon. P T A est la section du cylindre de bois, C A celle de celui de plomb, C le centre de gravité, M le centre de grandeur, & P Q la section du plan qui étoit d'abord supposé horizontal.

Planche 8. Figure 2.

Je dis 1°. Que si l'on prend P *a* sur P Q égal à P T A demi-circonférence du cylindre, le point *a* sera l'endroit le plus éloigné où le cylindre puisse rouler.

Lorsque le diametre P A qui passe par le centre de gravité C est perpendiculaire au plan horizontal, comme dans la figure, le cylindre reste immobile, parce que le centre de gravité est directement au-dessus du centre du mouvement en P (n°. 26); mais aussi-tôt que C est tant soit peu incliné vers Q, le corps doit rouler jusqu'à ce que le point A vienne en *a*, décrivant la demi cycloïde A *a*, pendant que tous les points du demi cercle s'appliquent successivement à la ligne P *a*, qui est la base de la cycloïde. Il est évident que le cylindre ira jusqu'en *a*, si l'on observe la route C *c* du centre de gravité, qui n'est dans le lieu le plus bas, que lorsqu'il arrive en *c*, & qui devroit ensuite s'élever vers X, si le corps rouloit plus avant : & par conséquent si par la vîtesse acquise le corps doit aller vers Q, le centre de gravité en descendant encore de *u*, doit porter en arriere le corps en *a*; le diametre P A étant de nouveau perpendiculaire à l'horizon, mais dans une position renversée *a p*. C. Q. F. D.

Je dis 2°. Que si le plan est incliné à l'horizon par un angle, dont le *sinus droit* soit égal à M C distance du centre de grandeur, au centre de gravité, en prenant pour *rayon* le demi diametre du cylindre; ce cylindre étant placé sur un tel plan ne montera ni ne descendra, lorsque le centre de gravité sera directement au-dessus du point T, où le cylindre touche le plan, pourvû qu'on l'empêche de glisser par le moyen d'un fil qui passe en-dessous, comme on l'a représenté dans la 15ᵉ. *Figure* de la *Planche* 4.

Tournez le cylindre jusqu'à ce que le centre de gravité soit en K dans la même ligne horizontale que le centre de grandeur; ou (ce qui revient au même) jusqu'à ce que le demi diametre M A devienne M *a*; élevez du point K la perpendiculaire K T, qui coupe le cercle en T, & menez le rayon M T, auquel le plan *π π* étant perpendiculaire, vous aurez l'angle *π* D Q fait par le plan avec l'horizon égal à l'angle M T K, dont le sinus est M K égal à M C. Car en prolongeant M *a* en L, il est évident (par 8. 6 *Eucl.*) que l'angle ou T K = K L T; mais (par la 29. 1. *Eucl.*) K L T = L D Q.

Dans cette situation, il est évident par la construction, que le centre de

gravité ne peut pas descendre, parce que la ligne de direction est soutenue en T (n°. 45.) où le plan touche le cylindre.

Car si le corps se rouloit un peu plus haut sur le plan pour porter K vers π, le point touchant T avanceroit plus vîte vers π que ne feroit K, & par conséquent la ligne de direction couperoit le plan en-dessous de T vers D, ensorte que le centre de gravité descendroit, & feroit reculer le cylindre pour le conduire en T. D'un autre côté le corps rouleroit en bas, si l'on donnoit le moindre mouvement à K vers D, la ligne de direction avançant alors plus vîte vers D que le point d'attouchement T. On peut rendre cela plus clair, en considérant le cylindre comme une balance; par exemple, si M W est une balance qui soutient sur son extrémité M un poids égal au poids du cylindre sans le plomb, & à l'autre extrémité W, un poids égal à l'excès du poids du plomb, sur la masse du bois dont il prend la place. Soit K leur centre commun de gravité, trouvé comme on l'a enseigné. (n°. 38.) Si l'on considére K T comme un appui perpendiculaire infléxible, qui soutient la balance en K, elle continuera dans son équilibre, tant que l'apui sera soutenu en portant sur T, qui est l'endroit où le plan touche le cylindre. Si le plan fait un plus grand angle avec l'horizon, le point T étant reculé plus loin vers L, ce sera la même chose qae si l'apui faisoit effort pour soutenir la balance entre K & W, auquel cas le poids M l'emporteroit & entraîneroit tout le cylindre vers P; mais si le plan fait un angle plus petit avec l'horizon, T ira vers D, & la balance étant alors appuyée entre K & M, le point en W sera prépondérant, & portera le cylindre vers L. C. Q. F. D.

COROLLAIRE.

De là il suit aussi qu'il doit y avoir un angle d D Q moindre que π D Q, qui sera l'inclinaison du plan, sur lequel le cylindre précédent peut rouler à la plus grande hauteur. Car si l'angle π D Q est un peu diminué, le cylindre roulera vers π en montant, & si le plan D Q est un peu élevé, ensorte qu'il fasse un petit angle avec l'horizon, le cylindre s'élevera sur ce plan, mais il ne roulera pas aussi vîte que dans la situation horizontale. Si l'on augmente cet angle, le cylindre montera plus haut, à mesure que sa route sur le plan se racourcira, mais il n'ira pas au-delà d'un certain nombre de dégrés d'élevation, & à cette élevation il ne montera pas plus haut au-dessus de l'horizon, quoique sa route mesurée sur le plan se racourcisse continuellement jusqu'à ce qu'elle soit réduite à un point, lorsque l'inclinaison est dans l'angle π D Q. De même à mesure que l'angle D Q (en abaissant le plan D π autour du centre) diminue, le cylindre monte plus haut selon qu'il roule plus avant sur le plan, jusqu'à ce que l'angle soit diminué & réduit a un certain nombre de dégrés, après quoi il monte moins; mais sa route mesurée sur le plan augmente toujours jusqu'à ce que le plan soit horizontal. Il y a donc un angle du plan *d* D Q, qui est un *maximum*, quant à l'élevation du cylindre sur le plan.

Je dis 3°. Qu'étant donnée l'inclinaison du plan sur lequel le cylindre s'éleve à la plus grande hauteur (ou toute autre inclinaison d'un plan sur lequel il peut s'elever de quelque façon que ce soit) la longueur que le cylindre décrira sera égale à la longueur T v = T V (*Planche* 8. *Figure* 3, Planche 8. Figure 3.

qui est égal à la demi-circonférence, moins l'arc A V; lequel arc A V contient deux fois le nombre de dégrés de l'inclinaison du plan, avec les dégrés de la double différence de l'angle au centre de deux triangles rectangles, qui ont pour rayon M N, sinus de l'inclinaison, mais leurs sécantes sont M R, demi diametre du cylindre, & M C, distance du centre de gravité au centre M du cylindre. De plus T *v* étant la longueur de la progression du cylindre sur le plan, la hauteur du plan en *V* où la perpendiculaire *V Z* sera l'élevation du cylindre sur la ligne horizontale.

PRÉPARATION.

P Q est l'horizon, & P *q* le plan de l'inclinaison donnée. Puisque P *q* coupe le cercle P U A, le cylindre ne peut pas s'élever sur ce plan, il faut donc en prendre un autre qui lui soit parallele. Le diametre P G étant tiré perpendiculaire à l'horizon, & R T par le centre de gravité C ou S parallele à P G, menez le diametre T A qui fasse l'angle P M T égal à l'inclinaison du plan, & menez Π *π* perpendiculaire à ce diametre en J, & Π *π* sera un plan tangent parallele au premier; (car P M T étant égal à M T R, à cause des paralleles P G, R T, & l'angle commun R T U etant soustrait des deux angles droits M T *V* & R T Z, l'angle *V* T Z d'inclinaison du nouveau plan Π *π* sera égal à l'angle donné P M T.) Menez M R; par C menez M *f*; faites l'angle X C M égal à M C T, prolongez X C en V, & menez M V. Puisque X C V est une ligne droite & à la même distance du centre M que R T, C R & C V seront égales (par 7. 3 *Eucl.*) Puisque les triangles C M d, C M e sont égaux (par 6. 7. 8. 1 *Eucl.*) l'angle R M V est divisé en deux parties égales. Menez M N sinus de l'angle d'inclinaison, & les dégrés de l'arc R V où les deux différences dont on a parlé se trouveront en comparant ensemble l'angle d'inclinaison & les triangles R M N & C M N.

Le cylindre étant placé sur le plan dans la position marquée par la figure, non-seulement restera en repos, si le centre de gravité est en S, mais il retournera à cette position, lorsqu'on l'en aura tiré vers *π* ou vers *v*, parce que dans chacun de ces cas le centre de gravité doit s'élever, & par conséquent S T doit être la distance du centre de gravité au plan, mesurée sur la ligne de direction du centre de gravité, lorsqu'il est le plus près du plan, au-dessus de cette partie du plan, où le cylindre roulant en haut ou en bas doit arrêter son mouvement. Maintenant si le centre de gravité est porté en C, il est évident que C R sera égal à S T, & que C V lui sera aussi égal, parce que par la construction il est également éloigné de M f, ligne qui passe par le centre, & par conséquent = C R; on voit aussi qu'aucun autre point de la circonférence n'est également éloigné de C. Si le centre de gravité par le point C dans la ligne R T, où il est exactement au-dessus du point d'attouchement étoit mû tant soit peu vers *v* en poussant le cylindre de ce côté là, le cylindre rouleroit sur le plan, & s'il avançoit de la longueur de la demi-circonférence jusqu'à ce que le diametre T A fût renversé, & devînt *a t*, le centre de gravité viendroit en *c*, la corde T R etant maintenant *t r*; mais puisque *r* ne touche pas le plan, le centre de gravité doit

descendre encore, & faire reculer le cylindre, jusqu'à ce que u (qui avoit le point V) revienne au plan en v, ou x K v sera la corde qui étoit marquée X C V dans la premiere position du cylindre; K étant le centre de gravité, & K v qui est égal à C V, étant dans la situation de S T, & tout le cylindre portant sur v précisément, comme il faisoit sur T, lorsqu'on supposoit que S étoit le centre de gravité T A & T R étant changés en T a & T E. Donc la distance T v du plan ne sera pas égale à la demi-circonférence, mais il s'en faudra de l'arc $av = ev =$ A V. Par conséquent la longueur roulée sur le plan par le cylindre sera égale à l'arc T V que l'on peut trouver par le fil appliqué au cylindre de T en V.

Maintenant on peut trouver le nombre des degrés de cet arc T V *de la manière suivante.* L'angle d'inclinaison est vTZ=MTN=MRN=TMP=MAG=GMA. Dans les triangles rectangles M R N & M C N, N M sinus d'inclinaison du plan, est le rayon commun aux deux; M R demi-diamétre du cylindre est la sécante dans le triangle M R N & M C distance du centre de gravité au centre du cylindre, est la sécante dans le triangle M C N. L'angle R M N — C M N = R M C : Donc R M V = 2 R M C que l'on peut trouver par les tables trigonometriques, & par conséquent il est connu. Mais l'angle d'inclinaison étant donné, son angle double est donné, donc A V & T V sont connus. C. Q. F. T.

Pour faire l'application de ce qu'on a dit, supposons que le centre de gravité du cylindre soit éloigné de son centre de grandeur de $\frac{2}{3}$ du rayon, c'est-à-dire, qu'il soit au point C dans la *Figure* 3. *Planche* 8.

L'angle plg du plan sur lequel le cylindre ne peut pas monter, se trouve ainsi, par analogie, comme M b est à M k : : (3 : 2 : :) ainsi le sinus total : au sinus de l'angle M l K = l M P = plg 41° 48′ + &c.

Le *Maximum* de l'angle du plan sur lequel il s'élevera le plus dans ce cas se trouve de 26°, & la grandeur de cette élevation est V Z = 42, 85 parties, dont la circonférence du cylindre en contient 360.

N. B. On voit par-là que le *Maximum* n'est pas au milieu de l'angle plg ou à 20° 54′, comme on pourroit d'abord se l'imaginer.

Supposons maintenant que l'angle d'inclinaison du plan soit de 15°. on trouvera la longueur sur laquelle le cylindre roule dans le plan, & la hauteur à laquelle il monte au-dessus de la base, non-seulement par la Méthode précedente, mais encore par deux autres méthodes, que je donne ici pour la varieté.

NOTES sur la IIe. Leçon.

Planche 8. Figure 3.

PRÉPARATION.

Le centre de gravité étant au point C *aux* $\frac{2}{3}$ *du rayon du cylindre* M fb *depuis son centre* M; *faisant l'arc* f V = Rf, *& menant par le centre de gravité* C la ligne V C X, *le segment* V b X = *au segment* R z T, *& par conséquent lorsque le cylindre a tracé sur le plan* T v l'arc T z V, *il doit rester en repos & être en équilibre (sur le plan) au point* V, *par la même raison qu'il l'étoit sur le point* T *avant que de rouler.*

Comme l'angle du plan v T z est = 15°, cet angle est égal à l'angle

Notes sur la II. Leçon.



PMT = bMR ; il ne reste donc que l'angle RMV à trouver, ou sa moitié RMf, & les deux méthodes suivantes en donnent la même valeur.

1. Puisque le sinus GR pour l'angle bMR, lorsque le rayon est le même que celui du cylindre, est égal à yC sinus de l'angle bMf pour le rayon de o CK cercle du centre de gravité : Je dis,

Comme le rayon du centre de gravité :

Est au rayon du cylindre, ou comme 2 à 3.

Ainsi no = 2588190 sinus de 15° pour le rayon du centre de gravité :

Est à 3882285 = GR ou yC, sinus de l'angle bMf, qui se trouve 22° 50′ + D'où ôtant par conséquent l'angle bMR = 15°, il restera 7° 50′ pour l'angle RMf = fMV. Donc l'angle total RMV est = 15° 40′ +; auquel ajoutant 30° pour les deux angles égaux bMR, PMT chacun de 15°. Le tout donne 45° 40′ + à soustraire de 180, qui est la demi-circonférence bVzTP, du cylindre, & il reste l'arc VT pour la longueur où le cylindre se roule sur le plan TV.

2. L'autre maniére de trouver l'angle RMf est celle-ci;

Dans le triangle RMC, RM, MC & l'angle MRC = RMb = 15° sont donnés : je dis donc

Comme lé rayon du centre de gravité :

Est au rayon du cylindre : : (ou comme 2 à 3, ou MC : MR : :)

Ainsi le sinus de l'angle MRC de 15° = 2588190.

A 3882285 sinus de l'angle NCM ou RCf = 22° 50′ + :

Et cet angle RCf étant égal aux deux angles opposés MRC, RMC, ou RMf, si de 22° 50 on ôte 15° pour l'angle MRC = RMb, il restera l'angle requis RMf = 7° 50′ + comme auparavant.

Ayant donc ôté 45° 40′ + de 180°, il restera pour l'arc VzT 134° 20′, qui fera la route du cylindre sur le plan Tv, c'est-à-dire 134 $\frac{1}{3}$ parties de celles dont 360 sont la circonférence du cylindre, par où l'on pourra trouver la hauteur vz à laquelle il s'éleve sur le plan, en cette maniére ;

Comme le sinus total :

A 134 $\frac{1}{3}$: :

Ainsi le sinus de l'angle vTz :

— avz = 34, 77 — Ce qu'il falloit trouver.

M. *Charles de Labelye* ayant fait de nouvelle réfléxions sur le mouvement du cylindre plombé (Voyez *Planche* 4. *Figure* 15.) à mesure qu'il roule sur un plan incliné, m'a communiqué diverses propositions rélatives à ce mouvement ; j'ai cru qu'elles feroient plaisir à un Lecteur curieux.

Proposition I. *Planche 6. Figure 3.*

Planche 6. Figure 3.

Trouver TS *generalement.*

Soit MT = a, MS = b, MB = X, nous aurons $\sqrt{aa - xx}$ = = BT & $\sqrt{bb - xx}$ = BS, mais, puisque BT — BS = TS, il suit que $\sqrt{aa - xx} - \sqrt{bb - xx}$ = TS, qui sera par conséquent

connu, en faisant X = au sinus de l'angle dinclinaison du plan avec l'horizon, & supposant M T rayon. NOTES sur la II[e]. Leçon.

Autre maniere sans extraire les racines.

Comme M S ($=b$) : est'au sinus de l'angle M T S : : ainsi M T ($=a$): est au sinus de l'angle M S B, lequel étant connu, M S l'est aussi. Dites ensuite, comme le sinus de l'angle M T G : est à M S ($=b$) : : Ainsi le sinus de l'angle T M S : est à T S requis.

Supposant maintenant le centre de gravité en C, il est évident que le cylindre doit rouler en haut, jusqu'à ce que le point V dans la circonférence (ayant fait C V = C R = T S) arrive en *v*; car alors le centre de gravité sera dans la même position que lorsqu'il est en S au-dessus de T, & pour trouver en quel point de la ligne T *a*, le point V doit s'appliquer, il est évident que la ligne T *v* doit être égale à l'arc T V : Donc en supposant une cycloïde (*Planche 6. Figure 4.*) dont le cercle generateur est égal à la base du cylindre & le sommet en T, l'axe sur T A, si l'on mene V O parallele au plan T F; par une proprieté de la cycloïde la ligne V O étant partie d'une ordonnée, sera égale à l'arc T V. Faisant donc T *v* égal à V O, on aura le point V requis. Planche 6. Figure 4.

Autre Methode.

Puisque l'ordonnée H O est composée de V O égale à l'arc requis & de de l'angle H V égale au sinus de cet arc; en plaçant la même cycloïde, en sorte que son sommet soit en H, & son axe H T, elle coupera le plan en Y, en sorte que H O sera égale à T Y, d'où ôtant Y *v* = H V, le reste sera T *v* = V O = à l'arc T V requis.

Autre Méthode.

Menez par V, V H parallele au plan; & plaçant la cycloïde avec son sommet en W, & son axe sur W L parallele à H T, elle coupera le plan en *v*; car L *v* = T Y = H O & L T étant égal à W H = H V = *v* Y, il restera T *v* = V O = à l'arc T V requis.

PROPOSITION II. *Planche 6. Figure 5.*

On peut encore demander, *Quel degré d'inclinaison à l'horizon, un plan doit-il avoir pour que le cylindre roule au haut de ce plan de la longueur d'un arc donné de la circonférence de sa base?* Par exemple, l'arc donné étant T V, pour le trouver nous devons faire réflexion, que lorsque le centre de gravité est au-dessus de V, après que le cylindre a roulé, la ligne C V menée par ce centre de gravité, doit faire le même angle, la ligne V M, (menée par le point V & M centre de grandeur) que la ligne C T fait avec T M, lorsque Planche 6. Figure 5.

NOTES sur la IIe. Leçon.



le centre de gravité est en S au-dessus de T. Maintenant, puisque l'angle CVJ ou CVM est égal à CTM & CJV égal à son opposé MJT; il suit que TMV donné est égal à TCV requis. D'ou je conclus qu'un cercle qui passe par T, M & V passera aussi par C, ce qui donne la Méthode suivante : *l'arc* TV *étant donné*, cherchez le centre d'un cercle qui passe par T, M, V; ce cercle coupera le cercle décrit autour du centre de grandeur M (avec la distance de ce centre au centre de gravité) en C: ensuite faisant CR = CV, on menera RCT, & dans l'endroit où elle coupe le cercle de la base du cylindre en T, menez MT, formant l'angle MTS; & cet angle sera égal à vTZ, angle requis de l'inclinaison du plan Tv, comme il est évident par ce qui a été dit.

PROPOSITION III. *Planche 6. Figure 5.*

Planche 6. Figure 5.

On peut aussi demander, *sur combien de degrés de la circonférence, ou sur quelle partie d'un arc le cylindre roulera, pour décrire un espace donné sur le plan incliné;* c'est-à-dire, Tv étant donné, trouver TV. On peut le trouver en deux maniéres, car ayant le diamétre, on doit dire — comme 113 : est 355 : : ainsi le diamétre, est à la circonférence, dont la moitié sera le plus grand Tv, que le cylindre puisse décrire. De même par la regle de proportion — comme la demi-circonférence est à 180 degrés : : ainsi Tv (mesure en parties de la même grandeur que celles de la demi-circonférence :) est au nombre des degrés de l'arc TV.

Planche 6. Figure 6.

Mais si l'on veut trouver le point V par construction; sur le point T de la ligne Tv (*Planche 6. Figure 6.*) ou du plan donné, élevés perpendiculairement la ligne TA ou diamétre du cylindre, & décrivés un cercle égal à la base du cylindre; ensuite plaçant la cycloïde dont nous avons fait usage ci-devant, en sorte que son axe soit parallèle au diamétre du cercle (qui est ici égal à son cercle générateur) lorsque le sommet de la cycloïde est dans la circonférence du cercle, & que la courbe de la cycloïde tombe en même-tems sur le point v; vous aurez par le sommet de la cycloïde le point W donné : & prenant TV égal à TW, il sera aussi égal à Tv, par ce qui a été dit ci-devant.

On ne peut pas trouver le vrai Maximum *de l'élevation du cylindre, sans trouver quelque* formule, *ou expression algébrique pour l'élevation du centre de grandeur, ou une autre* formule *qui ne contient pas plus de quantités inconnuës, que dans la premiere Méthode d'exprimer la chûte du centre de gravité du cylindre pendant qu'il roule. Mais après avoir bien considéré la figure, on voit que ces* formules *demandent la rectification de la circonférence ou d'un arc de cercle; ce qui n'étant pas possible sans les* suites *infinies, m'a fait abandonner ce projet.*

43. [40 — *On trouvera de même leur centre commun de gravité.*] On peut trouver par ce moyen le centre de gravité de notre système, dans chaque position des planétes. * Supposons-les toutes d'abord d'un seul côté & dans une ligne SCA (*Planche 8. Figure 4.*) qui passe par le centre C du soleil, ou pour parler le langage des Astronômes, supposons que toutes les planétes supérieures

* Voyez la derniere Edition des Principes de Newton, L. 3, pr. 12.

supérieures soient en opposition, & les inférieures dans leur conjonction inférieure. 1°. Le centre commun de gravité de *Mercure* & du soleil sera fort près du centre du soleil; parce que la quantité de matiére dans le soleil est d'un million de fois plus grande que dans *Mercure*, & que *Mercure* n'est pas éloigné du centre du soleil de 82, 5 demi-diamétres du soleil. 2°. *Venus* (en supposant, comme très-probable, qu'elle a environ la même quantité de matiére que la terre) étant prise en considération n'attirera qu'un peu en avant le centre des trois corps, c'est-à-dire, vers ♀, parce que sa masse n'est à celle du soleil que comme environ 1 à 169282, & que sa distance au centre du soleil n'est que d'environ 145 demi-diamétres du soleil. 3°. Le centre commun de gravité de la terre & des trois corps précedens, ne sera porté que fort peu en avant. 4°. Le centre commun de gravité de Mars & des autres quatre corps sera porté encore un peu plus près de la surface du soleil vers ♂, mais non pas à la moitié de distance du centre du soleil à sa surface. 5°. La quantité de matiére dans *Jupiter* étant à la quantité de matiére dans le soleil, comme 1 à 1067, & la distance de *Jupiter* au soleil comparée au demi-diamétre du soleil, étant dans une raison un peu plus grande, le centre commun de gravité de *Jupiter* & du soleil sera un peu hors de la surface du soleil; & par conséquent le centre commun de gravité de *Jupiter* & des autres cinq corps viendra vers 4 un peu plus avant. *Enfin*, la matiére dans *Saturne* étant à la matiére dans le soleil comme 1 à 3021, & la distance de *Saturne* au soleil étant au demi-diamétre du soleil dans une raison un peu moindre; leur centre commun de gravité, sans les autres cinq corps, sera dans un point comme ♄, un peu en-dedans de la surface du soleil; & par conséquent le centre commun de gravité de tous les sept corps sera en J, toujours un peu plus avant en-dehors de la surface du soleil, mais à peine éloigné du centre du soleil de tout un diamétre. Lorsque *Jupiter* & *Saturne* sont de différens côtés du soleil, leur centre commun de gravité est toujours en-dedans du corps du soleil, en quelque position que soient les autres planétes, à cause de leur proximité & de la petite quantité de matiére qu'elles contiennent. C'est ce centre commun de gravité de notre Systême qui est en repos, & non le centre du soleil; car le soleil a une espéce de mouvement d'ondulation autour de ce centre. *La petite différence occasionnée par les Cométes & par les Satellites des planétes principales, ne mérite pas que nous en parlions ici.*

NOTES sur la IIe. Leçon.

14. [44 — *La ligne de direction tombe en-dedans de leur base.*] La Tour de *Pise* est une tour ronde qui a 138 pieds de hauteur, dont le sommet paroît suspendu sur la base de 15 pieds, comme elle est representée dans la *Figure* 5. *Planche* 8. & la Tour de *Bologne* est quarrée, de 130 pieds de hauteur, son sommet n'étant incliné sur la base que de 9 pieds. Voyez *Figure* 6. *Planche* 8. Planche 8. Figures 5 & 6.

Les mouvemens des animaux sont toujours soumis à ces regles, que nous gardons sans y penser. Lorque nous sommes droits sur nos pieds, comme on voit dans la *Figure* 7, la ligne de direction passe par le point C & entre nos pieds en D, & nous pouvons mouvoir notre tête de F en G & E, & notre corps en avant, en arriére ou à côté aussi loin que J ou H, sans danger de tomber, ou sans remuer nos pieds, tant que la ligne de direction

Notes sur la IIe. Leçon.

Planche 8. Figure 10.

ne va pas plus loin que J A ou H B, & qu'elle tombe en quelque point que ce soit de l'espace A B ; lequel dans cette situation de nos pieds forme une base fort grande. Mais si nous plaçons un pied devant l'autre, comme dans la *Figure* 10, une petite impulsion à côté sera cause que la ligne de direction (qui passe par C) tombera hors de la base à droite ou à gauche, vers E ou B ; auquel cas l'homme doit tomber s'il ne remet pas promptement ses pieds dans la position de la *Figure* 7 ou 9. Lorsqu'on se tient sur l'une des jambes, on doit porter son corps tellement au-dessus du pied A B ou D E (*Figure* 9.) que le centre de gravité étant directemnt au-dessus, la ligne de direction passe par *c* ou K, & en marchant, la ligne de direction doit passer par tous les endroits où chaque pied se pose, allant successivement par les points (*Figure* 8.) E, A, D, B, pendant que le centre de gravité passe par les points G, C, F, &c. en sorte qu'à moins qu'un homme marchant droit en avant, ne pose un pied directement avant l'autre, la ligne de direction ne décrira pas une ligne droite sur le plan où l'homme marche, mais une ligne endentée, c'est-à-dire, des angles à droite & à gauche, pendant que le corps de l'homme va en avant par un mouvement qui n'est pas droit. Nous voyons cela dans les gens gras lorsqu'ils marchent, & dans tous les autres qui écartent les jambes en marchant. *

* Il n'est pas exactement vrai que les hommes en marchant mettent ordinairement un pied devant l'autre, de maniere à conduire en ligne droite le bas de leur ligne de direction, comme on l'a répréfenté dans les Figures 10. & 11. parce que si l'on tiroit une ligne droite avec de la craye, il seroit difficile d'aller droit le long de cette ligne ; mais la preuve la plus simple est l'observation de deux bâtons droits d'environ la hauteur d'un homme, l'un peint en blanc & l'autre en noir, posés à environ dix verges de distance l'un de l'autre, dans la même ligne où un homme marche vers les deux : car en ce cas quoique l'homme ait un œil fermé, le dernier bâton lui paroitra tantôt à droite & tantôt à gauche du premier ; & cela d'autant plus que cet homme s'approchera plus des bâtons. Il est vrai que les Danseurs de corde (*Figure* 13.) marchent sur une ligne droite ; mais c'est l'art qui le leur a appris, & ils s'y sont formés par une longue pratique ; & même ils sont toujours besoin de quelques secours pour conserver leur centre de gravité sur la corde. Ordinairement ils fixent leurs yeux à quelque point éloigné dans le même plan que la corde. Ils ont communément un long bâton chargé aux deux extrémités de balles de plomb B, *b*, pour pouvoir par leur mouvement changer la position du centre commun de gravité de leur corps & du bâton ; par exemple le centre commun de gravité du Danseur de corde C A étant en A. la ligne de direction passera par *a* hors de la corde : mais en mouvant le bâton vers B, le centre commun de gravité de l'homme & du bâton tombera en C, auquel cas la ligne de direction C D passe par la corde. Ceux qui voudront etre bien exercés dans cet Art, doivent ne se servir de tems en tems que de leurs bras, au lieu du bâton, & il y en a plusieurs parmi eux qui dansent avec un pavillon, qui frappe l'air du même côté où va le centre de gravité, lorsque la ligne de direction ne passe pas par la corde, & par la réaction de l'air, le centre de gravité recule au point qui convient.

Ceux qui veulent faire de plus grandes recherches sur cette matiere, peuvent consulter J. A. Borelli *dans son Livre* de Motu animalium, *ch.* 18, 19, 20 & 21. *dans le ch.* 22. *il rend compte du mouvement d'un cheval. Je vais en repeter une partie, comme étant fort curieuse.*

Les Anciens observant que les chevaux & les autres quadrupedes, en galopant ; élevoient les deux pieds de devant, & ensuite ceux de derriere, aussi-tôt que ceux de devant étoient posés, s'imaginoient qu'un cheval en *marchant*, soit en *allant le pas* & en *trottant*, avoit deux pieds hors de terre en même-tems ; & en conséquence dans leurs statues de fonte ou de marbre ils représentoient leurs chevaux avec les deux

NOTES sur la IIe. Leçon.

Planche 8. Figures 11 & 12.

La ligne de direction qui passe par les points A, B, C, D, E, décrit une ligne droite dans la *Figure* 11, où les pieds sont placés l'un devant l'autre; mais lorsque le mouvement d'un pied est dans une ligne parallele au mouvement de l'autre, le centre de gravité décrit au-dessus une ligne endentée, aussi-bien que la ligne de direction, à mesure qu'elle coupe le terrein en A, B, C, D, E, (*Figure* 12.) Les canards, les oyes, & la plûpart des oiseaux aquatiques, dont les jambes sont écartées pour qu'ils puissent nager plus aisément, & se tourner promptement dans l'eau, ne marchent jamais droit sur terre; mais le coq, la cicogne, l'autruche & plusieurs autres oiseaux qui n'ont pas le pied plat, marchent presque directement en avant, sans ondulation (sur-tout lorsqu'ils vont lentement) ayant leurs jambes tellement placées qu'ils peuvent mettre un pied devant l'autre avec beaucoup de facilité. C'est ainsi que les quadrupedes marchent droit ordinairement, ou ne vont presque jamais par ondulation, à cause qu'ils ont communément trois pieds sur le terrein en même-tems: en sorte que la base qui reçoit la ligne de direction, quittant la figure quadrangulaire pour prendre la triangulaire, la partie de cette base où tombe la ligne de direction, est toujours dans la même ligne ou fort près.

Lorsqu'un homme se tient dans une posture ferme, A B (*Figure* 7. *Planche* 8.) distance de ses pieds, est la longueur d'une figure quadrilatere, dont la largeur est à fort peu près égale à la longueur des pieds, & D est le point sous le centre de gravité C, où tombe la ligne de direction. Soient menées

jambes en l'air diagonalement opposés, comme la droite de devant & la gauche de derriére, ou la gauche de devant & la droite de derriére. Les Statuaires modernes sont aussi tombés dans la même erreur, parce que l'œil ne peut pas bien distinguer le mouvement du cheval lorsqu'il va fort vite; c'est pour cela que *Borelli* a fait voir par les Principes de la Méchanique, que le mouvement de deux pieds à la fois dans la marche du cheval, ne peut pas s'accorder avec la sagesse & la simplicité de la nature. Je renvois donc à cet Auteur le Lecteur qui veut sçavoir pourquoi ce mouvement ne peut pas subsister, & je vais copier d'après lui en quoi consiste le mouvement du cheval. *Planche* 8. *Figure* 14.

„ Considérons un cheval comme une » machine oblongue soutenuë par les quatre jambes, comme par quatre appuis ou » colonnes, qui sont en répos sur les points » A, B, C, D, qui forment une figure » quadrilatere rectangle; la ligne de direc- » tion tombera perpendiculairement sur le » point E qui est ou dans le centre ou près » du centre de la figure quadrilatere; ce qui » rendra le cheval très-ferme sur ses pieds. » Le mouvement progressif commence par » un des pieds de derriére, comme par exem- » ple, par le pied gauche de derriére C, » qui en pressant fortement le terrein par » derriére, pousse en avant le centre de gra- » vité, & par conséquent entraine la ligne » de direction de E en G, & se meut lui- » même de C en F. Cela fait, le pied B » s'éleve immédiatement après, & se porte » en avant jusqu'en H. Ce mouvement du » pied est aisé, parce que la ligne de direc- » tion tombe d'abord en-dedans du triangle » A B D; ensuite en-dedans du trapeze » A B F D; c'est-à dire, que le corps du » cheval est soutenu par trois ou par quatre » colonnes. Enfin les trois pieds A, D, F » restant fermes, & la ligne de direction » étant en G, le pied gauche de devant B » est porté en avant en H; & par l'impulsion » déja faite, le centre de gravité est aussi » porté au-dessus de J, qui est le point » central du Rhombe A H F D. Le mou- » vement des deux pieds gauches étant ache- » vé, l'impulsion & le mouvement du pied » droit de derriére D commence, & ensuite » celui du pied droit de devant & toujours » de même, comme on vient de le dire, à » mesure que l'animal se meut en avant,

NOTES sur la IIe. Leçon.



les lignes A C & B C, & que ces deux lignes avec D C soient continuées aux points E, F, G, en sorte qu'elles forment les triangles E C G & A C B égaux & semblables. Tant que la ligne F G (ou le plan qui passe par cette ligne) coupe tout le corps de l'homme en deux parties égales, le centre de gravité reste en C, & C D est la ligne de direction. Mais si le corps est incliné vers la main gauche H, le centre de gravité se meut de C vers H, & le pied droit s'éloignant aisément de A, pour se porter au-delà de B. Par ce moyen l'homme ira en avant vers la gauche. De même en se panchant vers J, la ligne de direction s'approche de J A, & l'homme va à droite. Lorsqu'un homme se tient sur un pied, il y trouve quelque difficulté. Par exemple, soit la ligne de direction C D; par le mouvement du sang & des poûmons, & par d'autres mouvemens animaux, le centre de gravité pourra chanceler ou être prêt à tomber vers F ou vers G de part ou d'autre autour du centre du mouvement D, ou maintenant la base fort petite. Si la ligne de direction tend vers B, l'homme doit tomber en avant, & si elle tend vers E, il doit tomber en arriére; & quoique A soit sous le talon du pied, neanmoins dans le mouvement de cette ligne de direction de D en A, le corps sera en danger d'aller trop loin vers E, & par conséquent de porter la ligne de direction en-delà de la base. Cela arrivera plus probablement dans le mouvement du corps à côté; en sorte que le corps sera en danger de tomber, à moins que le pied droit ne soit posé en bas vers le côté où le corps panche. Les oiseaux se tiennent sur un pied beaucoup plus aisément que les hommes, parce que leur ligne de direction étant beaucoup plus courte, & la base de leurs pieds étant une grande figure rhomboïde formée par les quatre ongles, la ligne de direction ne peut pas sortir de cette base, à moins que le centre de gravité ne monte, ce qui est impossible sans un mouvement violent. (28, 43.)

Lorsqu'un Porteur est chargé d'un poids qu'il porte sur ses épaules, il doit se baisser, parce que s'il se tenoit droit, le centre commun de gravité de l'homme & du poids seroit porté si loin en-arriére, que la ligne de direction tomberoit derriére les pieds. Par la même raison, lorsqu'une femme est prête d'accoucher, elle se tient en arriére autant qu'elle peut, à cause de la charge qu'elle porte en-devant, qui sans cela la feroit tomber en avant.

Planche 9. Figure 1.

15. [51 — *Roulera le long du Plan.*] Si la balle F E (*Planche 9. Figure 1.*) est placée sur un plan horizontal poli A B, elle y restera toujours, quoiqu'elle ne le touche qu'en un seul point comme O, parce que la ligne de direction *c* O passe par ce point; mais si le plan est tant soit peu incliné à l'horizon, la balle roulera continuellement vers D, parce qu'alors la ligne de direction tombera toujours en-devant du point touchant.

Si un corps solide comme G (*Planche 9. Figures 2 & 3.*) compris sous douze parallélogrammes rectangles & deux dodécagones opposés, paralléles & égaux, est placé sur le plan incliné B A C, il glissera de A en C, le centre de gravité se mouvant dans la ligne *eg* paralléle au plan A C, *io*, & un des plans parallélogrammes du corps touchant ledit plan A C. Mais si le plan est plus incliné, comme dans la position D E, on voit en menant



l'arc *e f* avec la distance *i e* autour du point *i* (qui est alors le seul endroit où le corps touche) que le centre de gravité peut descendre; & lorsque le point *o* est appliqué au plan DE, la ligne de direction doit tomber au-delà dudit point *o* vers E, & par conséquent le corps doit rouler ou tomber vers E. De même tous les points angulaires, ou plûtôt les côtés des surfaces planes, s'appliqueront successivement au plan DE, jusqu'à ce que le corps ait entierement roulé en bas.

Planche 9. Figure 4.

16. [*Dans la charge de fer le centre de gravité est bas; mais dans la charge de foin, il est fort haut.*] K (*Planche* 9. *Figure* 4.) est le centre commun de gravité de la charge de foin & de la charréte PM, dont la ligne de direction est KE, lorsque le plan PM (sur lequel la charréte est tirée) est horizontal; mais si CD est une ligne horizontale, le plan PM sera incliné à l'horizon de l'angle BPD, & la ligne de direction étant changée de KE en KP (à cause que KP est la seule perpendiculaire de K sur CD) tombera hors de la base QM vers C, & par conséquent la charréte sera renversée de ce côté-là; ce qui paroît aussi en traçant tout autour du point touchant Q avec la distance QK l'arc KR, qui marque le chemin du centre de gravité, qui dans ce cas peut descendre sans monter auparavant. Par la même raison, si la charrette est tirée le long d'un plan horizontal, dont la section est représentée par CD ou PN, & que la roue M rencontre un obstacle de la hauteur de NM, la charge de foin sera aussi renversée par cet obstacle.

Mais comme une charge de fer (*Planche* 9. *Figure* 5.) se trouve beaucoup plus basse sur la charette, le centre de gravité sera aussi plus bas, & par conséquent la ligne de direction tombera en-dedans de la base sur le même plan incliné, qui auroit fait sortir de la base une charge de foin, comme il est évident par le figure. Que CD represente encore ici une ligne horizontale, & QM le chemin ou la base qui porte la charrette, l'angle d'inclinaison MQN dans cette figure étant égal à MQN dans la *Figure* 4, la ligne de direction KP tombera ici en-dedans de la base QM, & ne pourra tomber en-dehors que lorsque l'angle d'inclinaison sera augmenté jusqu'à BQY, en faisant XY ligne horizontale; ou ce qui revient au même, à moins que la roue M ne rencontre un obstacle de la hauteur de *y* M beaucoup plus élevé que celui qui auroit renversé la charge de foin.



LEÇON III.

LEÇON III.

1. LES *Machines ſimples* ou *Inſtrumens* que quelques-uns nomment *facultés méchaniques*, ou *Puiſſances méchaniques*, * ſont des Inſtrumens tout d'une piéce (conſidérés comme tels); par le moyen deſquels les *Puiſſances* décrites dans la derniere Leçon (nº. 19. 20.) agiſſent ſur les poids pour leur donner du mouvement ou pour l'arrêter; pour ſurmonter, produire ou fixer la réſiſtance.

* Note 1.

2. TOUTES les machines (quelque compoſées qu'elles ſoient) pour les uſages de la vie, réſultent des différentes combinaiſons des machines ſimples. Quelquefois on les trouve toutes dans une ſeule machine; quelquefois on en trouve deux ou trois, & ſouvent on n'en trouve qu'une repetée pluſieurs fois.

3. LES *Machines ſimples* ſont les ſept ſuivantes; la *Balance*, le *Levier*, la *Poulie*, le *Tour*, ou (*Axis in peritrochio*), le *plan incliné*, le *Coin* & la *Vis*. N. B. *Les Auteurs différent ſur le nombre des* Puiſſances méchaniques; *quelques-uns n'en comptent que* ſix, *ne voulant pas comprendre parmi les Machines* le plan incliné, *dont j'ai fait mention. D'autres les ont réduites à* cinq, *conſidérant que la* Vis *n'eſt qu'un* Coin *qui roule autour d'un cylindre : & d'autres encore ont prétendu que le* Levier *& la* Balance *n'étoient que la même puiſſance, à cauſe de leur reſſemblance. Mais puiſque le même principe eſt ſeulement appliqué différemment (comme on peut le voir en réduiſant toutes les* Puiſſances méchaniques *au* Levier, *ou expliquant toutes leurs opérations par celle du* Levier *) *& que nous avons à rendre compte des Inſtrumens inventés pour cette différente application, il paroît que les* Puiſſances méchaniques *ſont au nombre de* ſept.

* Note 2.

4. AVANT que d'expliquer en détail ces puiſſances ou inſtrumens, il y a quelques réfléxions générales à faire rélativement à toutes les machines, leſquelles faciliteront les calculs que nous ferons à leur occaſion, & rendront leur exécution dans la pratique auſſi parfaite, que la nature des matériaux dont elles ſont compoſées, pourra le permettre.



SUPPOSITIONS.

5. QUOIQUE la terre soit sphérique, cependant nous la supposerons plate, lorsque nous parlerons des instruments méchaniques; parce que la plus grande machine couvre une si petite partie de la surface de la terre, qu'en lui accordant la moindre rondeur sensible dans un si petit espace, ce seroit trop lui accorder de beaucoup.

6. QUOIQU'AUCUN des corps qui sont entre nos mains ne soit parfaitement dur, ou exactement de la figure que nous prétendons leur donner, cependant nous supposerons chaque chose parfaite dans toutes nos machines; par exemple que tous les corps étroits, comme le *fleau d'une balance*, un *lévier*, &c. sont des corps mathématiques *roides* & sans épaisseur, ou des lignes tout-à-fait infléxibles; que les *puissances méchaniques* (soit qu'elles soient simples, ou qu'elles forment les machines composées) sont sans pésanteur, de quelques matériaux qu'elles soient composées; que les corps sont parfaitement durs & polis; que les parties des machines se meuvent les unes les autres sans frottement; que les cordes sont extrêmement plianres; que les chevilles centrales des poulies, ou aissieux de leurs mouvements, des balances, des léviers, des tours, &c. ne sont que des lignes mathématiques.

7. QUOIQUE les lignes de direction (L. 2. 22.) de tous les corps pesans, tendent vers le centre de la terre, & par conséquent forment ensemble un petit angle; cependant nous les considérons comme paralléles, parce qu'elles le sont sensiblement, leur point de convergence n'étant qu'à 4000 milles de distance. C'est pour cette raison que les murailles d'un bâtiment, lorsqu'elles sont exactement plombées, sont plus proches en bas qu'en haut, quoique dans la pratique on doive les regarder comme paralleles.

8. MALGRE' la fausseté de ces suppositions, nous n'avons pas à craindre qu'elles nous fassent tomber dans aucune erreur; parce que, par une seconde considération nous aurons égard à l'imperfection des machines & des matériaux, & à la quantité du frottement, qui est différent selon le nombre & la combinaison des parties, & selon la nature des matériaux dont les diverses machi-

LEÇON III. nes sont composées : & ayant fait usage des meilleures méthodes



que nous pourrons avoir pour découvrir les imperfections précédentes dans chaque machine particuliere, nous aurons soin de faire connoître ce qui doit être déduit du calcul qu'on aura fait sur une machine qu'on aura trouvée mathématiquement vraye.

N. B. *On verra dans la suite les différentes méthodes pour trouver la quantité du frottement dans les machines.* *

* Note 3. & L. 4.

DE'FINITIONS.

9. LORSQUE des quantités égales ou inégales de matiére sont tellement appliquées à un instrument méchanique ou à une machine, que leurs *moments* ou quantités de mouvements, ou forces mouvantes, se détruisent mutuellement, on dit qu'elles sont *en équilibre.* Leç. 2. 12.

10. LORSQUE des puissances, dont les intensités sont égales ou inégales, sont tellement appliquées à une machine que leurs actions se détruisent mutuellement, on dit aussi qu'elles sont en *équilibre.* L. 2. 12.

11. TOUS les corps qui agissent l'un contre l'autre par le moyen des machines, peuvent être regardés comme des *puissances* & des *poids*, déja décrits *Lect.* 2. N. 18. 19.

12. LES corps *en équilibre* sont dits *équiponderans.*

13. LORSQUE les puissances & le poids ont leurs vîtesses en raison réciproque de leurs masses ou de leurs intensités (Lec. 2. 20.) leurs *moments* sont égaux, & par conséquent il y a *équilibre.* (9.)

14. SI le *moment* d'une puissance est plus grand que celui du poids (ou au contraire) si le *moment* du poids est plus grand, cette puissance ou ce poids *préponderera* ou surmontera.

15. LORSQUE la *vîtesse* (la masse étant égale) ou la *masse* ou l'*intensité* d'un poids ou d'une puissance (la vîtesse étant égale) ou tant la masse que la vîtesse ensemble sont plus grandes dans une puissance ou dans un poids que dans le poids ou la puissance opposée

opposée (ou qui agit contre l'autre); le *moment* de la premiére sera plus grand que celui de la derniére. *

N. B. *Cela arrivera, quelque petite que soit la différence, quoiqu'alors la résistance produite par le frottement empêchera l'effet d'être visible.*

* L. 2. 15. 17.

De la Balance.

16. Les parties essentielles de la balance sont, 1°. Le fleau, comme A B (*Figure 6. & 7. Planche 9.*); 2°. L'axe du mouvement, que l'on ne considére que comme un point ou le centre du mouvement C, qui divise le fleau en deux parties. 3°. Ces deux parties qu'on nomme les *bras* comme A C & C B; qui sont ou égales comme dans la *Figure 6*, ou inégales, comme dans la *Figure* 7. 4°. Les points de suspension, comme A, B dans la 6e. & A, B, K, k dans la 7e. Figure.

Planche 9. Figure 6. 7.

17. Lorsque les poids pendent librement des points de suspension, ils n'ont de gravité ni plus ni moins, soit qu'ils soient suspendus près ou loin de ces points.

Expérience I. *Planche 9. Figure 6.*

18. Soit le poids Q avec sa corde Q A, suspendu à l'extrémité A de la balance A B, égal au poids P avec sa corde D B. Suspendez le poids P à l'une des gances G, F, E, D, de sa corde; & dans chacune il fera *équilibre* avec le poids opposé, & également éloigné Q.

Planche 9. Figure 6.

19. Lorsque le fleau de la balance est également divisé par le centre du mouvement (comme dans la 6e. *Figure*) avec des bassins suspendus librement aux points A, B, au lieu des poids Q & P, on l'appelle simplement *Balance.*

20. Cet instrument sert à comparer ensemble les corps qui ont des quantités égales de matiére, quoiqu'ils différent souvent en volumes; car lorsque les marchandises qu'on veut acheter ou vendre sont placées dans un bassin, ensorte qu'elles tiennent en *équilibre* les poids qui sont dans le bassin opposé, les *moments* sont égaux; & puisque les vîtesses sont égales à cause des distances égales A C & C B (12), les quantités de matiére seront aussi

LEÇON III. égales : & cela se voit par la position horizontale du fleau qui pend librement sur son centre de mouvement, lequel est placé un peu au-dessus de son centre de gravité. Voyez la 4[e]. Note.

Planche 9. Figure 6. Note 4.

Delà il suit que la distance d'un poids (j'entens celle qui agit) ne doit pas être mesurée depuis le centre du mouvement de la balance, jusqu'au centre de gravité du poids ; & que par conséquent les lignes c *n*, c *m*, n'expriment pas les distances des poids P & Q ; mais leurs distances sont proprement CB & CA, qui sont les moindres distances de leurs lignes de direction N *n* & M *m* au centre du mouvement C : Ainsi lorsque les poids pendent librement sur une balance horizontale, la distance de leurs points de suspension a C peut se nommer leur distance, & se mesurer sur le fleau ; mais si la balance est dans une position inclinée comme *a b*, les distances des poids *p* & *q* ne seront pas *b* C & *a*, mais *d* C & *e* C, qui ont des lignes perpendiculaires à leurs lignes de direction *p o*, *q a*, & qui passent par le centre du mouvement. Ce sont par conséquent les moindres distances de ce centre à ces lignes de direction.

21. La balance, dont les bras sont inégaux (*Planche* 9. *Figure* 7.) comme A B, se nomme *Romaine* ; elle se rapporte au petit instrument que les Chinois (qui prennent toute leur monnoye au poids) portent toujours avec eux, & qu'ils nomment *Dotchins*. Voyez N°. 13. de la *Leçon* 2. *Planche* 4. *Figure* 3. Cet instrument sert à comparer ensemble, par une seule opération, les corps qui ont des quantités égales ou inégales de matiére ; mais pour les marchandises pesantes, il n'est pas aussi exact que les balances ordinaires.

La balance de la *Figure* 8. peut servir autant qu'une romaine ou une balance simple, à cause des différentes divisions qui sont sur chaque *bras*.

THE'ORE'ME.

22. *Un ou plusieurs poids suspendus à un* bras *d'une balance seront en* équilibre *avec un ou plusieurs poids suspendus à l'autre* bras, *pourvû que la somme des* moments (*ou toute la quantité du mouvement*) *des poids d'un côté du centre du mouvement, soit égale à celle des* moments *de l'autre côté du centre.*



EXPÉRIENCE II. *Planche 9. Figure 8.*

Planche 9. Figure 8.

23. SUR le *bras* AC pendent un poids de 3 livres à la division 8, un de 6 au nombre 5, un de 3 au nombre 1, & un de 9 au nombre 3. Ensuite sur le *bras* CB pendent un poids de 2 livres en 2, un de 12 en 5, & un de 2 en 10. Je dis que la balance sera en *équilibre*.

24. PUISQUE la vîtesse des poids suspendus à une balance dépend de leurs distances au centre du mouvement, chaque poids étant multiplié par sa distance à ce centre donnera son *moment* : Donc 8×3 ($=24$) $+ 5 \times 6$ ($=30$) $+ 3 \times 1$ ($=3$) $+ 3 \times 9$ ($=27$) donneront la somme 84 pour le *moment* ou quantité de mouvement sur le *bras* AC : & 2×2 ($=4$) $+ 5 \times 12$ ($=60$) $+ 10 \times 2$ ($=20$) donneront la même somme 84 pour le *moment* sur le *bras* CB : & par conséquent ces *moments* égaux agissant dans des directions contraires, doivent produire un *équilibre* (9). Si tous les poids qui sont sur le *bras* AC étoient réduits à un seul, sçavoir, à un poids de 21 livres suspendu à la quatriéme division, il tiendroit en *équilibre* un poids égal à tous les autres qui sont sur CB, suspendus à un quart de la division au-delà de la 5ᵉ. parce que $4 \times 21 = 5\frac{1}{4} \times 16 = 84$, comme on l'a fait voir dans la seconde *Lec.* 13.

PROBLE'ME.

25. *DES poids égaux ou inégaux étant suspendus aux extrémités d'une balance dont la longueur & le poids sont connus : trouver le point fixe ou le centre du mouvement autour duquel lesdits poids seront en* équilibre.

EXPÉRIENCE III. *Planche 9. Figure 7.*

Planche 9. Figure 7.

AB est une balance qui pese quatre onces, & a 12 pouces de longueur. A ses extrémités A & B sont suspendus des poids de quatre & huit onces.

Trouvez le centre commun de gravité desdits poids. (L 2. 39.) qui sera directement sous le point K au nombre 4. Faites de K le centre du mouvement, & alors le centre de gravité étant dans

LEÇON III. Planche 9. Figure 7.

son lieu le plus bas, le problême sera résolu, si la balance A B n'a point de pésanteur. Mais comme la balance pese quatre onces, le *bras* A K doit l'emporter sur le *bras* K B, & détruire l'*équilibre*. Mais une seconde opération semblable à la première résoudra parfaitement le problême, après la préparation suivante. Suspendez le poids E égal aux deux premiers poids ou 12 onces. A la coche sous K, au centre commun de gravité des deux poids, lequel réduisant leurs poids au centre de gravité, ils agiront comme auparavant. (L. 2. 34.)

Réduisez aussi le poids de la balance à son centre de gravité, en suspendant le poids D de 4 onces (ou égal au poids de la balance) à x sous 6, centre de grandeur, qui est aussi le centre de gravité, parce que la balance est réguliere & homogéne. Alors nous aurons la courte balance 64 ou x K sans poids, & le point C ou vrai centre du mouvement, se trouvera par cette analogie, E + D (16 onces) : D (4) :: x K (ou longueur de deux pouces) : K C (ou un demi pouce.) Ce point sera directement au-dessus du centre de gravité de la balance & de tous les poids, & ôtant les poids D & E, l'équilibre subsistera; l'altération du centre de mouvement de K en C faisant la correction pour l'inégalité des poids des *bras* de la balance.

PROBLEME.

26. Un poids donné étant suspendu à l'une des extrémités d'une *balance* d'un poids connu, trouver le *point* fixe autour duquel la *balance* & le *poids* sont *en équilibre*.

Expérience IV. *Planche 9. Figure 9.*

Planche 9. Figure 9.

Ayant suspendu le poids donné D, égal (par exemple) à quatre livres, à l'extrémité A de la balance A B, qui pese aussi quatre livres, puisque dans cette opération on fait attention au poids de la balance, on supposera que tout le poids de la balance est réduit à son centre de gravité (L. 2. n°. 43) comme si le poids de quatre livres étoit suspendu en C, centre de gravité de la balance, qui est le milieu de ses divisions 6 : alors nous aurons une nouvelle balance (A C) sans poids, aux extrémités de laquelle sont suspendus les poids D & E, dont on trouvera le point fixe 3 (par la derniere Proposition) ou plus généralement par cette

analogie, comme D + E (ou le poids du corps, & le poids de la balance):

Sont à E (poids de la balance) : :

Ainsi CA (demi-longueur de la balance) :

Est à A 3 (distance du point fixe au corps pésant donné.)

Planche 9. Figure 9.

PROBLE'ME.

27. *FAIRE une* balance *trompeuse dont le fleau sera en* équilibre *sans les* bassins, *ou avec les* bassins vuides; *& qui sera aussi en* équilibre *lorsqu'on mettra dans les bassins des poids inégaux; ensorte qu'elle trompera dans* toutes les proportions *que l'on aura voulu en faisant la* balance.

Ce problême se résoud en faisant une romaine qui ait l'apparence d'un fleau ordinaire, comme dans l'Expérience suivante.

EXPÉRIENCE V. *Planche 9. Figure 10.*

Planche 9. Figure 10.

AU fleau AB (long de 23 pouces, dont le *bras* CB a 11 pouces de longueur, & est en équilibre autour du point C avec le *bras* CA de 12 pouces de longueur, en le faisant d'autant plus épais, ou qu'il ait d'autant plus de matiére, à proportion qu'il est plus court pour le corriger) suspendez les bassins D, E de maniére que D, qui pese $\frac{1}{11}$ moins que E, soit suspendu au plus long bras du fleau, & ils seront tous deux en *équilibre*. (9. 13.)

Plaçant ensuite un poids de 12 livres en G dans le bassin E, il ne sera en *équilibre* qu'avec 11 livres de F, si l'on place la marchandise que l'on veut vendre dans le bassin D; parce qu'alors F est à G en proportion réciproque de BC à AC. (9. 13).

Quoiqu'on puisse faire cette balance avec tant d'adresse que les yeux y seront trompés; cependant la tromperie se découvre d'abord en changeant les poids, & faisant passer la marchandise F d'un bassin à l'autre; car alors le Propriétaire de la balance sera forcé ou d'avouër la fraude, ou d'ajouter à la marchandise qu'il vend, non-seulement ce qui y manque, mais encore autant qu'il avoit résolu de soustraire, & une fraction de ce poids ajouté proportionnelle à l'inégalité des bras de la balance. C'est-à-dire, que dans ce cas, l'acheteur au lieu de 11 livres qu'on lui offroit pour 12 qui lui étoient dûes, aura (par le changement des bassins) $13\frac{1}{11}$ livres. Car au lieu que dans la premiere position de la balance,

LEÇON III. F (11) × A C (12) étoit égal à G (12) × B C (11), lorsque G ou 12 livres sont placées dans le bassin D, alors 12 × 12 sera égal à CB (11) × 13 $\frac{1}{11}$ G : ou

Planche 9. Figure 12.

Comme le *bras* C B de 11 pouces de longueut:

Est au *bras* C A de 12 pouces de long ::

Ainsi F ou le poids 12, placé dans le bassin D : sera à G = 13 $\frac{1}{11}$ poids de la marchandise qui tient les poids en équilibre. Et par conséquent comme cette analogie donne une proportion réciproque entre les poids & leurs vîtesses, les *moments* seront égaux, & ayant des directions contraires, ils se détruiront mutuellement.

N. B. *Dans tous ces cas nous supposons que les poids sont suspendus librement aux extrémités de la balance où ils sont attachés.* Voyez les autres cas dans les Notes. *

* Note 3.

Du Lévier.

28. Le *Lévier* (instrument connu de bois ou de fer) doit être regardé dans la théorie comme une ligne infléxible semblable au fleau d'une balance, & sujette aux mêmes proportions, excepté seulement que la puissance qu'on y applique est ordinairement une puissance *animée*, & selon les différentes maniéres de l'appliquer, on le nomme lévier de la *premiere* ou de la *seconde*, ou de la *troisiéme espèce.*

Expérience VI. *Planche 9. Figure 11.*

Planche 9. Figure 11.

29. Soit la romaine P W tirée de son crochet K, & que son centre de gravité C soit placé sur un appui ou prisme triangulaire D E, & qu'au lieu du poids I, suspendu en P pour tenir en équilibre le poids W de 4 livres, on applique en P une puissance animée, telle que la main. La romaine deviendra un *lévier de la premiere espéce*, que l'on nomme ainsi, parce que l'apui ou le point fixe est entre les extrémités comme en C, auquel cas on peut employer une puissance quatre fois moindre en intensité que le poids, mais égale au poids, si C ou l'*appui* est approché de M (milieu de P W) & quatre fois plus grande, si C est placé à 3. N. B. *Dans tous ces cas, le lévier est toujours dit de* la premiere espéce. *

* Note 6.

30. Lorsque l'*apui* est à un bout, la puissance à l'autre, &

le poids entre deux, le lévier est de la *seconde espéce*. *Planche 9. Figure 12.* LEÇON III.

Planche 9. Figure 12. 13.

31. MAIS il est de la *troisiéme espéce*, lorsque le point fixe est à un bout, le poids à l'autre, & la puissance entre deux. *Planche 9. Figure 13.*

N. B *La puissance & le poids sont toujours supposés agir à angles droits avec le lévier, à moins qu'on ne l'exprime autrement; car alors les cas doivent varier, comme on peut le voir dans la Note 5. sur la balance qui peut également s'appliquer au lévier.*

Les proportions que les puissances & les poids ont réciproquement à leurs distances, sont marquées à la 11e. 12e. & 13e. Figures.

EXPÉRIENCE VII. *Planche 9. Figure 14.*

Planche 9. Figure 14.

32. PLACEZ les trois léviers A, B, D, de telle maniére sur les apuis F, F, que la proportion des bras de A, soit comme 5 à 1, de B comme 4 à 1, & de D comme 6 à 1, & faites que ces léviers agissent l'un sur l'autre : faisant ensuite usage d'une puissance égale à une livre à l'extrémité M du lévier D, elle sera en *équilibre* avec W de 120 livres à l'extrêmité 1 du lévier A.

Dans ce lévier composé, la *proportion* ou *raison* du poids W à la puissance M, est composée des différentes *raisons* du long *bras* de chaque lévier au bras court; car $5 \times 4 \times 6 = 120$. Et par conséquent on trouvera, en mesurant l'élevation & la chute des extrémités du premier & dernier lévier, que pendant que le poids W descend $\frac{1}{10}$ d'un pouce, la puissance ou petit poids M doit monter $\frac{120}{10}$ ou 12 pouces; la force que l'on gagne par un tel lévier composé se trouve par la raison réciproque entre les mains & les vitesses de W & M.

Lorsque deux puissances appliquées aux extrémité d'un lévier, supportent un poids qui est en repos sur le lévier, elles sont l'une à l'autre réciproquement comme leurs distances au poids. La proportion est marquée sous la *Figure 15.*

EXPÉRIENCE VIII. *Planche 9. Figure 16.*

Planche 9. Figure 16.

33. DANS le cadre ABDC, le lévier FF est suspendu aux points J, K, & chargé du poids 7 en C; & les poids dont les

LEÇON III. cordes vont au-dessus des poulies G, H, étant l'un à l'autre réciproquement comme les distances J C, & C K, seront en équilibre avec le poids de 7 livres.

Planche 9. Figure 16.

N. B. *On ne fait pas attention ici au poids du lévier; car à moins que les* bras E C *&* C F *ne soient l'un à l'autre, comme 3 à 4, le centre de gravité (ou le point C) doit être éloigné un peu plus vers J, comme on l'a dit ci-devant au sujet de la balance.* (n°. 25.)

C'est sur ce principe que les chevaux inégaux en force peuvent tirer également un carosse: car si la volée est divisée inégalement, le cheval qui est appliqué à l'extrémité la plus courte de cette volée, emploira plus de force. Deux hommes aussi qui portent un barril suspendu à une barre, sont pressés également sur leurs épaules, si le barril n'est pas suspendu au milieu; celui qui porte le plus est celui qui est plus proche. Cela va s'éclaircir encore mieux par l'Expérience suivante.

EXPÉRIENCE IX. *Planche 6. Figure 17.*

Planche 6. Figure 17.

34. Le pied F porte une planche horizontale A B, sur laquelle on doit poser le lévier 1, 2, divisé en proportion de 2 à 1, (supposant que ce soit un palonneau;) ensuite plaçant la poulie *n* vis-à-vis de 2, & la poulie *m* vis-à-vis de 1, soient les poids O (1 liv.) & M (2 liv.) suspendus par des fils sur lesdites poulies; ils seront en équilibre avec le poids N = 3 liv. lequel tire le lévier dans une direction contraire, sur la poulie *O* vis-à-vis de C.

N. B. *Les poulies glissent dans une rainure au bord de la planche; & restent en place lorsqu'on les a posées.*

EXPÉRIENCE X. *Planche 9. Figure 18.*

Planche 9. Figure 18.

35. S'il y a un lévier dont les bras fassent un angle tel qu'il est réprésenté dans la figure, avec son point fixe dans l'angle en C, le poids W pressant perpendiculairement sur l'extrémité W, sera tenu *en équilibre* par un poids d'une livre, qui tire l'autre extrémité du lévier P perpendiculairement (par le moyen d'une poulie sur laquelle passe la ligne de direction de la puissance) par deux livres en *p*, & par trois livres en π. C'est de cette maniére qu'un matteau sert à tirer un cloud. Quelques-uns appellent ce lévier, un lévier de la quatriéme espéce; mais c'est évidemment un lévier de la premiere espéce; parce que le poids W est à une extrémité, la puissance P à l'autre, & le centre du mouvement

C

C entre deux : Si le bras C W eſt placé en ligne droite avec P C, enſorte que W vienne en w, & que *c* devienne l'*appui*, on verra clairement que l'inſtrument eſt un lévier de la premiere eſpéce. *

Planche 9. Figure 18.

* Note 7.

De la Poulie.

36. Lorsqu'une petite rouë eſt tellement fixée dans une rouë ou dans une chape, qu'elle ſoit mobile autour d'une cheville qui paſſe par ſon centre, cet inſtrument ſe nomme Poulie. (*Planche* 10. *Figure* 1.) & quelquefois, quoiqu'improprement la boëte ou la chape avec pluſieurs rouës qu'elle contient, ſe nomme auſſi une Poulie, comme dans la figure 2.

Planche 10. Figure 1.

Lorſqu'une boëte avec ſes roues eſt tellement fixée, que pendant qu'elle reſte immobile, une autre boëte & d'autres rouës montent avec le poids ſuſpendu, cette machine ſe nomme *mouſle* ou double poulie.

37. La poulie ſupérieure qui eſt fixée n'augmente pas la force, mais elle empêche ſeulement le frottement, en faiſant couler la corde aiſément, & d'autant plus aiſément, que la rouë eſt plus grande par rapport à l'aiſſieu autour duquel elle tourne. *

* Note 8.

Expérience XI. *Planche* 10. *Figure* 3.

Ayant attaché aux extrémités d'une corde pliante les poids 1 & 3, le premier d'une livre, & le ſecond de trois, ſi l'on fait paſſer la corde au-deſſus de la poutre quarrée, mais polie A B, le frottement de la corde ſur la poutre ſera ſi grand, qu'il empêchera le poids de trois livres d'élever celui d'une livre, quoique ſon *moment* (ſans cet obſtacle) ſoit trois fois plus grand, parce que ſa vîteſſe eſt la même, & ſa matiére triple. (L. 2. n°. 3.) Mais on n'attache qu'un poids d'une livre à l'extrémité de la même corde, & que l'on faſſe paſſer la corde ſur la poulie E D, les deux poids ſe ſoutiendront ſi exactement en *équilibre*, que le moindre poids ajouté à l'un des deux fera qu'il emportera l'autre : on voit par la ſeule figure, que ces poids doivent être en équilibre, puiſque le poids qui eſt à droite ne peut pas deſcendre en *d* ſans faire monter en E celui qui eſt à gauche, préciſément avec la même vîteſſe, 1, *d* étant égal à [illegible] N. B. *Cette poulie ſe nomme auſſi un Rouleau.*

Planche 10. Figure 3.

LEÇON III. 38. UNE poulie inférieure au moufle, c'est-à-dire celle qui est mobile avec le poids, enleve la moitié du poids ; ensorte qu'une puissance de la moitié de son intensité, peut le soutenir.

EXPÉRIENCE XII. *Planche* 10. *Figure* 4.

Planche 10. Figure 4. A un crochet qui vient du centre de la poulie *g e* est suspendu un poids de 2 livres ; ensuite ayant attaché au crochet *f* du bras A la corde qui entoure la poulie *g e* par-dessus, & l'ayant fait passer au-dessus de la poulie *d*, le poids d'une livre au bout de la corde soutiendra les deux livres suspendues au centre *c* de la poulie *ge*.

Il est évident que la puissance qui pousse en 1, agit de la même maniére que si elle portoit en haut en *d* ; puisque nous avons déja fait voir (n°. 37.) que la poulie supérieure n'augmente pas & ne diminue pas l'action de la puissance.

On peut voir tout d'un coup dans les poulies combien la force d'un poids est diminuée, si l'on considére combien de cordes (ou de parties d'une corde) sont employées à l'élever, chacune divisant le poids selon qu'elles sont appliquées aux poulies inférieures où il est suspendu, pendant que la puissance ne tire que par une corde. Par exemple, en ce cas les cordes *fe* & *dg* soutiennent le poids ; mais *fe* est soutenuë par le crochet *f*, pendant que la puissance ne tire en haut que la corde *dg*.

39. DEJA on peut tirer cette régle générale pour connoître l'avantage que l'on gagne par les moufles, quelque soit le nombre des poulies. La voici : *Comme un est au nombre des cordes (ou des parties d'une corde) appliquées aux poulies inférieures, ainsi la puissance est au poids.*

Par exemple, il est évident par la seule inspection des figures (*Planche* 10. *Figures* 4. 5. 6. 7. & 8.) qu'une livre en soutiendra 4, comme dans la *Figure* 5. six comme dans la *Figure* 6, cinq comme dans la *Figure* 7. & six comme dans la *Figure* 8. N. B. *Les poulies & leurs cordes répresentées par les Figures* 5, 7 & 8, *se nomment* poulies à quatre, à cinq & à six yeux.

40. LA machine représentée dans la *Figure* 6, est la moins commode pour élever le poids 6 ; mais c'est la plus utile pour amener ensemble les extrémités de deux poulies sans danger de

les courber, comme s'il falloit amener ensemble les extrémités A & B par dégrés.

Planche 10. Figure 9.

41. On doit remarquer que la régle précédente ne s'applique qu'aux cas où les poulies inférieures montent toutes à la fois dans une seule chape avec le poids; mais lorsqu'elles agissent l'une sur l'autre, & que le poids n'est attaché qu'à la plus basse de toutes, la force de la puissance augmente beaucoup, étant doublée par chaque poulie. Ainsi par exemple (*Planche* 10. *Figure* 9.) une puissance dont l'intensité est égale à 8 liv. (étant appliquée en *a*) soutiendra par le moyen de la poulie inférieure A, 16 liv. (n°. 38.) Une puissance égale à 4 liv. (en *b*) soutiendra par le moyen de la poulie inférieure B, celle de 8 liv. qui agit en *a*: une 3e. puissance égale à 2 liv. (en *c*) soutiendra par le moyen de la poulie C la puissance de 4 livres en *b*: une puissance de 1 livre (en *d*) soutiendra par le moyen de la poulie D, la puissance de 2 livres (en *c*) & celle-ci ne changera pas par le tour que fait sa corde sur la poulie supérieure ou rouleau E. (n°. 37.) N. B. *On a marqué dans la Figure le poids que chaque poulie & chaque corde soutient dans ce systéme de poulies.*

Expérience XIII. *Planche* 10. *Figure* 9.

Planche 10. Figure 9.

Un poids de 16 livres suspendu à la poulie A (de la machine *Figure* 9. composée de quatre poulies simples mobiles, d'un rouleau en E, & de 4 crochets sur les bras E F) étant en équilibre avec le petit poids 1; soit ce poids élevé en *K* à 16 pouces de hauteur, & le poids 16. ne descendra dans la ligne g *h* que d'un pouce. Cela fait voir que la proportion réciproque entre les poids & leurs vîtesses peut s'appliquer à ce cas, aussi-bien qu'à tous les autres cas des poulies, comme on peut le voir en mouvant le poids ou la puissance dans toutes les combinaisons des poulies, & mesurant les espaces parcourus. Ainsi dans la Figure 4. pendant que 2 descend en *a*, 1 monte en B précisément deux fois aussi haut, &c. * *Cette proportion produira donc toujours* l'équilibre *dans cette machine, aussi-bien que dans toutes les autres.* * Note 9.

N. B. *Les cordes qui montent & descendent, seront toujours supposées paralléles, à moins qu'on n'avertisse du contraire;* * *& dans chaque figure répresentant des poulies, la puissance & le poids sont marqués par les lettres* P & W. * Note 10.

Leçon III.

Du Tour.

Planche 10. Figure 10.

42. Lorsqu'une puissance par le moyen d'une corde ou par quelque autre secours, est tellement appliquée à la circonférence d'une rouë, qu'elle fait tourner cette rouë avec son aissieu, & lui fait élever un poids appliqué à l'aissieu de quelque maniére que ce soit ; on appelle cette machine un *Tour* ou *axis in peritrochio*. (*Pl.* 10. *Fig.* 10. 11.)

Puisque dans cet instrument la rouë & son aissieu se meuvent ensemble, il est évident que dans un tour de la rouë, lorsque la puissance P descend d'une longueur égale à la circonférence de la rouë, le poids W monte d'une hauteur égale à la circonférence de l'aissieu A (*Fig.* 10) par le roulement de la corde qui porte le poids sur cet aissieu. Et puisque lorsqu'il y a *équilibre* entre deux poids, comme W & P, il doit y avoir une proportion réciproque entre leurs masses & leurs vîtesses ; W doit être à P, comme la circonférence de la rouë à celle de l'aissieu (en supposant que la corde n'a point d'épaisseur) ou comme le demi diametre de la rouë au demi diametre de l'aissieu (c'est-à-dire, *Fig.* 11. comme DK & KA) parce que les demi-diametres de différents cercles sont en même proportion que leurs circonférences.

Delà il suit que plus l'aissieu est petit à proportion de la rouë, plus la puissance peut soutenir ou élever un grand poids.

Expérience XIV. *Planche* 10. *Figure* 10.

Planche 10. Figure 10.

43. La machine répréséntée par la figure, est un modéle (fait sur une échelle d'un pouce pour un pied) d'un tour & d'un aissieu tel qu'il est souvent en usage pour tirer l'eau d'un puits par le moyen d'une puissance qui tire par une corde appliquée à la circonférence de l'une des rouës de la machine, ou en poussant en bas successivement les manches E, F, G, H, J, K, pendant qu'une autre corde ou chaine est roulée sur l'aissieu A ou B, laquelle porte un sceau qui lui est suspendu à la place du poids W. Ici par l'expérience, une livre suspendue à la circonférence de la plus grande rouë CD, tient en équilibre 12 livres, suspendues au plus petit aissieu A, ou 6 livres à l'aissieu B, & seulement 3 livres à la circonférence TV. De même lorsque le poids suspendu à l'aissieu continue d'être au même endroit, & d'avoir la même quantité de

12 livres, la puissance qui a la circonférence de la roue CD, est égale à 1 livre, sera égale à 1 $\frac{1}{7}$ livre, si on l'applique à SR; mais si on l'applique à l'un des manches à la distance de $\frac{1}{7}$ d'un pouce de la circonférence de la roue CD (ce qui est le même que si on ajoutoit une nouvelle roue d'un $\frac{1}{7}$ pouce de plus en diametre) alors une puissance qui ne seroit pas plus de $\frac{12}{14}$ d'une livre, tiendroit le poids en *équilibre*, & l'éleveroit, pour peu que son intensité fût augmentée.

Planche 10.
Figure 10.

Cela est réprésenté plus clairement dans la Fig. 11, où les poids sont marqués par les lettres W, w, w, & les puissances par les lettres P, p, π, & où l'on doit observer qu'à moins que la puissance n'agisse sur les manches dont on a parlé, à angles droits, ou selon les lignes Eπ, Ff ou Gg, &c. l'effet ne peut pas être le même que si l'on faisoit usage d'une nouvelle roue E, F, G, H, à laquelle les lignes Eπ, Ff & Gg seroient tangentes.

44. Car si une puissance, par exemple, P, agit obliquement sur l'un des manches, comme par l'angle aigu PFK, ou par son angle obtus correspondant PJK, la ligne de direction de cette puissance, * devient tangente de la circonférence DC; & par conséquent la puissance agit comme si elle tiroit avec une corde roulée sur la roue CD; & si l'obliquité étoit plus grande, comme lorsque la puissance *P* tire le manche G selon l'angle *P* GK, l'effet ne sera pas plus grand que si cette puissance tiroit avec une corde roulée sur la circonférence SR. Les puissances doivent dans ces cas être augmentées en même proportion que les lignes DK & SK sont plus courtes que EK. *Voyez les nombres dans la Figure, qui expriment les* intensités *des puissances.*

* Note 5.

N. B. *Nous n'avons pas fait attention ici à l'épaisseur de la corde, à laquelle on doit avoir égard dans la pratique, ajoutant toujours la moitié de l'épaisseur de la corde au demi-diametre de l'aissieu : & si la corde est roulée sur elle-même, il faut ajouter pour chaque nouveau tour la moitié de son épaisseur ; c'est la raison pour laquelle il faut plus de puissance, lorsque l'aissieu est ainsi épaissi, comme il arrive souvent en tirant l'eau d'un puits profond & étroit, sur lequel on ne peut pas placer un long aissieu.*

45. Si la corde à laquelle la puissance est attachée, est successivement appliquée à différentes roues, dont les diametres sont toujours plus grands, l'aissieu tournera continuellement avec plus

LEÇON III.



Planche 10. Figure 10.

de facilité, à moins que l'intensité de la puissance ne soit diminuée en même proportion, & dans ce cas, l'aissieu sera toujours tiré avec la même force par une puissance qui diminuë continuellement. C'est ce qui se pratique dans les horloges à ressort, lorsque le ressort spiral S (*Fig.* 12) qui est plus fort dans son action étant entiérement roulé, tire la fusée F, ou l'aissieu du tour continué par les petites rouës proche de B : & à mesure qu'il se débande & devient plus foible, il le tire sur des rouës plus grandes auprès de A, de maniére que l'horloge se meut toujours avec la même force.

Il y a une autre invention fort curieuse, par le moyen de laquelle une puissance dont l'intensité diminuë continuellement, produit cependant un effet qui augmente continuellement; ce qui est une espéce de paradoxe méchanique ; mais comme elle est fort en usage, nous sommes en état de l'examiner. Je parle de l'application du principal ressort d'une platine de fusil, pour tirer le chien, qui porte la pierre contre le bassinet d'acier (pour faire du feu) par un mouvement acceleré, quoique le ressort pendant tout ce tems-là se débande lui-même. F S P (*Planche* 22. *Figure* 7.) est le ressort bandé à son plus haut point, lorsque le fusil est bandé; mais sa situation naturelle lorsqu'il n'est pas bandé, est F S *p*. A C T est la noix qui a l'axe de son mouvement en C, milieu d'un aissieu ou arbre, qui traverse la platine, & à l'extrémité de laquelle le chien (ou le poids qui doit être mû par la puissance) est fixé quarrément. La noix est réellement un tour qui a plusieurs rouës, où la puissance s'applique successivement depuis la plus petite jusqu'à la plus grande, comme dans la fusée d'une montre. Je n'en ai représenté que trois, conformément aux trois positions les plus égales du ressort, par les cercles ponctués a B, *a b*, & A B. Maintenant quoique la plus grande partie de ces rouës soit supprimée, lorsque la noix est réduite à sa situation naturelle A a *a* B T *t*, il en reste assez de chacune, pour que le crochet P du ressort s'applique successivement à toutes, à mesure qu'il presse sur le bras A a, par un mouvement qui le fait glisser de a en A, qui est tout le chemin que fait le ressort dans son action. Lorsque le fusil est bandé, comme dans cette *Figure*, l'extrémité du ressort étant appliquée en a, agit sur la noix à la distance a C, par la rouë a B, ensorte qu'il presse sur elle avec le plus grand desavantage, en même-tems que le ressort est le plus bandé, ou qu'il a la plus grande intensité. On le sent en appliquant la main sur le chien, qui alors fait le moins de résistance.

Planche 22. Figure 7.

Dans la 8e. *Figure* (*Pl.* 22) le fusil étant à demi bandé, le ressort agit sur la noix avec plus d'avantage, la pressant selon la tangente du cercle ou de la rouë *ab*, à la distance *a* C; ce qui donne plus de force au chien pour descendre, comme on peut le sentir à la main; car quoique le ressort soit un peu débandé, & par conséquent un peu plus foible, la diminution d'intensité dans le ressort, n'est pas aussi grande que l'avantage méchanique qui résulte de ce que la distance est augmentée de a C à *a* C.

LEÇON III.



Planche 22.
Figure 8.

Dans la 9e. *Figure*, le ressort est encore plus débandé; mais le chien est pressé en bas avec une force beaucoup plus grande, parce que l'extrémité du ressort P agissant selon la tangente du cercle A B, a pour sa distance de puissance A C, environ trois fois plus grande que a C (distance de la puissance lorsque le fusil est bandé) au lieu qu'il n'est pas débandé de plus d'un tiers, comme on peut le voir en comparant la 7e. *Fig.* avec la 9e.

46. COMME les léviers & les poulies agissant l'une sur l'autre se joignent quelquefois ensemble pour augmenter l'action de la puissance, & par ce moyen soutenir ou élever un plus grand poids; ainsi l'on fait ordinairement un tour composé en combinant ensemble deux ou plusieurs de ces machines.

Parce que quoique par le moyen d'un long aissieu capable de recevoir une grande quantité de cordes, on puisse tirer des poids d'une grande profondeur; cependant, comme un fort petit aissieu seroit trop foible pour de très-grands poids, ou qu'une grande rouë seroit trop dispendieuse, si elle étoit assez forte, ou qu'elle produiroit une machine embarassante, qui tiendroit trop de place; il vaut mieux combiner les rouës & les aissieux par le moyen des pignons ou des petites rouës sur les aissieux, dont les fuseaux (ou dents) engrainent dans les dents des grandes rouës, comme nous le voyons dans les horloges qui ont plusieurs aissieux & rouës, ou dans certaines espéces de gruës qui n'en ont que deux combinées ensemble. * * 82, 83.

EXPÉRIENCE XV. *Planche* 10. *Figure* 13.

Planche 10.
Figure 13.

47. CETTE machine est composée de deux rouës avec leurs aissieux, dont la premiere A B C (qui a sur sa circonférence A B une corde roulée pour porter la puissance P, qui est un poids d'une livre) a un pignon de huit dents sur son aissieu en C, qui prend

LEÇON III. les dents de la rouë FG de l'autre tour. La rouë FG a quarante dents, & son aissieu HK a pour diametre la huitiéme partie de celui de la rouë AB. Le poids W de 40 liv. est suspendu sur l'axe HK, & il se tient en équilibre avec la puissance P, qui n'est que d'une livre.

Planche 10. Figure 13.

Si l'on suppose l'aissieu CJ du même diametre que l'aissieu KH, il est évident que la puissance P n'auroit soutenu que 8 liv. suspenduës à cet aissieu, & elle n'en auroit pas plus soutenu sur l'aissieu KH, si ce dernier aissieu avoit fait autant de tours que la premiere rouë AB, ce qui seroit arrivé, si la rouë FG n'avoit pas eu plus de dents que le pignon C; mais comme cette rouë a cent fois plus de dents que le pignon de l'aissieu CJ, elle doit tourner cinq fois plus lentement que cet aissieu, & par conséquent le poids W doit aller cinq fois plus lentement qu'il n'auroit fait sur l'aissieu CJ; donc il a quarante fois moins de vîtesse que la puissance P, ne s'élevant que d'un pouce, pendant que P descend de 40.

Delà il suit que la raison de la puissance au poids, est composée de celle du diametre de l'aissieu de la derniere rouë (où le poids est suspendu) au diametre de la premiere, (où la puissance est appliquée) & de celle du nombre des révolutions de la derniere rouë au nombre des révolutions de la premiere dans le même tems. Par exemple, ici la premiere raison est de 1 à 8, & la derniere de 1 à 5; donc la raison de la puissance au poids, est comme 1 à 40, qui est la composition ou multiplication de ces deux raisons, parce que $5 \times 8 = 40$. *Et cela a lieu, quelque grand que soit le nombre des rouës dont la machine est composée.*

Du Plan incliné.

48. Pour mieux comprendre l'usage du plan incliné dans la méchanique, il faut se rappeller ce que nous avons dit ci-devant sur la vîtesse d'un poids. * Sçavoir, *quelque ligne que le poids décrive en montant par l'action de la puissance, on ne doit appeller sa vîtesse que la ligne qui répréſente son élévation ou sa chute perpendiculaire.*

* Note 8. Leçon 2.

S'il est question d'élever un poids fort pesant comme W ou w (*Pl.* 10. *Fig.* 14.) à la hauteur CB, il ne seroit pas praticable de l'élever directement dans la ligne CB sans une puissance dont l'intensité fût égale à celle du poids, & même dans ce cas il seroit fort incommode de le faire, surtout dans les batisses. Mais si l'on prend

prend un plan incliné A B qui s'éleve sur la ligne horizontale A C, pour élever le poids par son moyen, une puissance moindre que le poids servira à ce dessein, à moins qu'elle ne pousse le corps directement contre le plan (comme dans la direction W T) ou qu'elle ne tire le corps hors du plan, (comme de W vers *e*, *t* ou L) dans une direction de ce côté de la ligne E *e*. *

Planche 10. Figure 14.

* Note 11.

49. La direction où le corps peut le plus aisément se tirer ou se pousser au haut du plan (comme en tirant une brouette), est la ligne W w M, paralléle au plan, & passant par le centre du poids; car soit que la puissance tire un plan K *k* (dans une direction qui lui soit perpendiculaire) le long de la ligne W M, ou que la puissance P (par sa chute en *p*) le tire dans la même ligne, la vîtesse de la puissance sera égale à la ligne W w, qui est l'espace décrit par le centre de gravité du poids, pendant que le poids ne s'éleve que de la hauteur perpendiculaire Z B (= n W) ou que cette ligne, à proprement parler, exprime sa vîtesse. Si le corps étoit un cylindre ou une pierre roulante, & que le corps T *t* eût à passer par les tourillons ou par l'aissieu de cette pierre, il est évident que le cas seroit le même; & comme le poids P a sa corde roulée autour de la poulie supérieute M, la ligne P *p* seroit la vîtesse de la puissance. Donc en ce cas le poids (s'il est en *équilibre*) sera à la puissance comme W w (= T B) est à w Y (= B Z) ou comme l'hypothénuse A B est à la perpendiculaire B C qui (par *Eucl.* 4. *6*) est en même proportion; & par conséquent si la puissance est tant soit peu augmentée, elle tirera le poids au haut du plan.

N. B. *Dans la pratique la puissance doit être beaucoup plus augmentée, si le corps n'est pas uni & sphérique, ou cylindrique, & si le plan n'est pas bien poli. Mais comme on est obligé de tirer en haut toutes sortes de corps, on les réduira aussi aprochant que l'on pourra de la sphére ou du cylindre, en leur attachant des rouës, ou (ce qui revient au même) en les transportant sur des chariots.*

50. Il est évident que la puissance agit avec le plus grand avantage, lorsqu'elle tire dans la ligne de direction W w (paralléle au plan); parce que si l'un des bouts de cette ligne de direction reste fixée en W, & que l'autre se meuve vers B ou en-delà, le corps sera tiré en partie contre le plan, & par conséquent il faudra augmenter la puissançe à proportion de la plus grande difficulté de

LEÇON III. traction ; & si l'extrémité *w* de la ligne précédente étoit portée en D ou au-delà, il faudroit aussi augmenter la puissance à proportion de l'effort qu'elle feroit pour élever le corps au-dessus du plan. *On verra dans les Notes * combien la puissance doit être augmentée, à proportion de l'angle que sa ligne de direction fait avec le plan.*

Planche 10. Figure 14.

* Note 12.

51. Si la puissance tire dans une ligne de direction W B, paralléle à la base du plan, il faudra, pour tenir le poids W en équilibre avec la puissance Π, que cette puissance soit au poids comme Z B à Z T, ou comme la perpendiculaire B C, a la base A C du triangle A C B. Car si l'on suppose la poulie R à une si grande distance de W, que la ligne de direction W R n'altére pas sensiblement sa portion horizontale, la puissance Π descendra en ϖ, pendant que W s'élevera de la hauteur B Z, de maniére que Πϖ (= W Y, & non W *w*) sera la vîtesse de la puissance. Ensorte que la vitesse de la puissance ne sera pas à celle du poids comme l'hypothénuse à la perpendiculaire, ainsi que dans le premier cas ; mais comme la base a la perpendiculaire dans le triangle A C B.

Si la puissance est augmentée précisément autant qu'il le faut pour surmonter le frottement du plan, & tirer en haut le corps W, soit la poulie R élevée par dégrés en *r*, ensorte qu'elle conserve la ligne W R, paralléle à elle-même, jusqu'à ce qu'elle soit arrivée à *w r*, & la puissance sera descenduë en ϖ, lorsque le poids sera arrivé à *w* B. Mais Πϖ joint à la distance R *r*, est égal à Πϖ, ou W Y, &c. Et cette traction se faisant constamment sous l'angle W B T, est dans le cas présent.

Du Coin.

52. Le coin est un court prisme triangulaire dont les deux plans opposés & paralléles sont des triangles rectangles, comme la section A B C (*Planche* 10. *Figure* 14.) le reste étant des parallélogrammes rectangles.

Le tranchant ou partie entrante du coin se forme par la rencontre de deux plans qui ont dans leur section le point A, & la partie postérieure est le plan opposé au tranchant, sur lequel le marteau ou le maillet frape pour pousser le coin en avant. On en voit la réprésentation dans la Figure A B C D E. (*Planche* 11. *Figure* 1.)

Si sur la ligne horizontale A C (*Planche* 10. *Figure* 14) prolongée vers *p*, on place le poids *w* au point *d*, & un plan comme Gg

pour l'empêcher d'aller vers A, pendant que le coin ABC est poussé sous ce poids de *d* vers A à mesure que le coin est tiré de C vers A dans toute la longueur de sa base AC, le poids *u* s'éleve précisément de la hauteur CB ou de l'épaisseur du coin : donc la puissance est au poids comme BC à AC.

Leçon III.

Planche 10. Figure 14.

53. La proportion de force employée sera exactement la même, si un plan comme F *f* se meut parallélement à lui-même & perpendiculairement à AC, & pousse en haut le poids, comme W, de A en B le long du coin supposé immobile. En effet, ce seroit la même chose, si le poids étoit seulement poussé d'une partie du coin à une autre le plan ne se mouvant que de F *f* à G *g* ou (ce qui revient au même) de E *e* à D *d*; car alors *w* Y exprimeroit l'élevation du centre de gravité (ou la vîtesse) du poids & WY la vîtesse de la puissance, qui sont toujours en raison de BC à CA. C'est-là le second cas dont nous avons fait mention en parlant des plans inclinés & que nous pouvons confirmer par l'expérience suivante.

Expérience XVI. *Planche* 11. *Figure* 2.

Planche 11. Figure 2.

Prenez la Machine décrite dans cette figure, dans laquelle le plan uni ou la planche BAHJ, mobile sur des gonds en B & J, peut s'élever de maniére à former un angle quelconque avec la planche hozorintale NLBG, par le moyen du quart de cercle Q, & s'arrêter dans sa position par le moyen d'une vis en T, ayant arrêté la tête DE dans la fente S *s* par une écrouë sous la planche horizontale, on élevera la poulie G, du bras DG en *c*, de maniére que la ligne qui passe au-dessus de cette poulie dans la direction *c* M, soit parelléle au plan AB. Ensuite prenez un petit cylindre de bois M, dont les extrémités de l'axe ou pivots passent par un cadre de cuivre comme en O, en sorte qu'on puisse le tirer aisément avec un fil attaché en M, & placez ledit cylindre sur le plan incliné, ayant attaché en M un fil qui passe au-dessus de la poulie *c*, & qui porte la balle P, laquelle servant de puissance, soutiendra le poids cylindrique M, lorsque P est à M comme AC hauteur du plan est à AB sa longueur. *Un peu plus de poids ajouté à* P *lui fera tirer en haut le cylindre.*

Mais si le bras E *c* est abaissé, en sorte qu'il vienne à la position EG, *p* doit être à M (pour le tenir en *équilibre*) comme AC

LEÇON III.



Planche 11. Figure 2.

hauteur du plan est à C B sa base. N. B. *On doit observer ici que quoique l'addition d'un petit poids à P, soit cause qu'il commence à tirer le cylindre M au haut du plan, ce cylindre ne viendra pas tout-à-fait au haut par la descente de P, parce que l'angle que la direction de la puissance fait avec le plan, sera augmenté à mesure que le cylindre monte; mais si la poulie G est élevée par degrez en K, pendant que le cylindre est tiré en M, la puissance qui alors sera en π, aura le même effet sur le poids en M, qu'elle avoit auparavant en M, &c. &* le poids (*lorsqu'il sera tenu en équilibre dans la ligne de direction* M G ou M K) *sera toujours à la puissance comme* M n *est à* n m *ou* B C *à* C A.

Cette machine fait aussi voir par expérience l'effet de la puissance quelque soit l'angle que sa ligne de direction fait avec le plan.

55. Le Coin, que nous avons considéré jusqu'ici, est celui qui agit de la maniére la plus simple, seulement avec une de ses surfaces; car lorsqu'il glisse sur le plan C A (*Planche* 10. *Figure* 14.) pour élever le poids W, il n'agit qu'avec sa surface A B, la surface A C s'appliquant seulement elle-même à la ligne A P, sans l'éloigner de sa place. Ainsi lorsqu'on veut séparer une moulure d'un lambris, comme M *m* (*Planche* 11 *Figure* 3.) de W *w* par le moyen du coin A C B, il est clair que *a* A vîtesse du coin (aussi avant qu'il est poussé en-dedans, lorsqu'il passe de la position *a b c* à la position A B C) sera à *a m* vîtesse de la moulure comme A C à B C. Donc, &c. il en feroit de même s'il falloit élever une colonne couchée sur un plancher sans mouvoir le plancher.

56. Mais dans l'usage ordinaire du coin ses deux côtés agissent, comme lorsqu'on veut fendre du bois : alors la proportion de la puissance & du poids est différente de la premiere; car dans ce cas la puissance est au poids comme la moitié de l'épaisseur du coin est à sa longueur. Mais on peut aisément réduire cela à ce qui a été dit ci-devant, parce qu'ici nous faisons usage d'un double coin. Car supposons que C *a* (*Planche* 11. *Figure* 4.) est un plan immobile, & qu'on applique à chacun de ses côtés un coin, comme B C A & *b* C A pour écarter un poids comme *c* ou *d* de ce plan; la puissance qui pousse le coin ne sera au poids que comme *c* C (= A *c* = B C) ou *d* D (= A D = C *b*) à la longueur du double coin C B A *b*, qui est maintenant venu en A *c a d*. Quelques Auteurs qui ont écrit sur la méchanique on fait ici

Planche 11. Figure 4.

une méprise en ajoutant ensemble les vîtesses de *c* & *d*, qui sont C*c* + D*d*, & nommant cette somme la vîtesse du poids, qu'ils ont comparé avec A *a* vîtesse de la puissance ; mais on doit faire attention que si les deux corps qu'il faut écarter l'un de l'autre (comme les parties du bois que l'on veut fendre) étoient posées l'une sur l'autre de l'un des deux côtés comme en *d*, leur vitesse ne seroit que *d* D, & il seroit aussi aisé de les écarter par un seul coin comme *b c* A de *d*, en D, comme par les deux coins dans le premier cas. *Car* quoiqu'en considérant le *moment* des corps, on doive prendre la somme des momens de toutes les parties pour avoir le *moment* de tout ; il ne faut pas prendre néanmoins la somme des vîtesses de toutes les parties pour avoir la vîtesse du tout, mais seulement la vîtesse du centre de gravité *du corps*, en considérant combien il est écarté de sa place. Si l'on faisoit un levier ou une balance comme une fourche (*Planche* 11. *Figure* 5.) & que la partie CA fut précisément double de l'une des parties de la fourche comme CB ou CD, & le centre du mouvement fixé en C; il est évident qu'une livre en A tiendroit en *équilibre* deux livres aux extrémités fourchuës, quoique les deux livres fussent suspendues séparément, un poids de 2 livres étant toujours équivalent à deux livres séparées : mais s'il falloit prendre la somme des vîtesses de D & B, il faudroit alors deux livres en A pour soutenir les poids en B & D, le rayon CA ne donnant pas pas plus de vîtesse au poids en A, que le rayon CB ou CD de sa demi longueur, aux poids qui sont à ses extrémité, ce qui est absurde, &c.

Planche 11. Figure 5.

57. DANS les deux cas du coin, il n'est pas seulement necessaire d'appliquer une force un peu plus grande qu'en proportion ou de la moitié de l'épaisseur ou de toute l'épaisseur du coin à sa longueur, pour que la puissance surmonte le poids; mais encore comme les surfaces même des coins les plus polis sont fort rudes, (en comparaison du poli Mathématique que nous avons supposé) & que de même les corps qui doivent être séparés sont bien éloignés d'avoir leurs surfaces parfaitement planes ; on doit employer une force additionnelle pour surmonter le frottement qui en résulte.

Ce frottement, qui n'est pas grand dans les autres machines, est fort considérable dans le coin; l'expérience faisant voir qu'un coin chargé d'un très-grand poids, produit à peine quelque effet

LEÇON III. fur-tout pour fendre le bois; parce que non-feulement les furfaces



du coin, comme nous l'avons dit ci-devant, mais les parties du bois qui doit être fendu font toujours groffieres & fi unies, que leur frottement empêche beaucoup le mouvement; on tâche de vaincre cet obftacle par la percuffion, qui eft ici d'un ufage merveilleux : car l'expérience nous apprend qu'un coup fur la tête du coin, le fait entrer aifément dans un corps dur; il paroît que la raifon en eft que le coup, en mettant toutes les parties du bois en mouvement, les fait tremouffer & les defunit, en forte que le frottement en eft diminué, & que le mouvement du coin en devient plus aifé. L'effet de la percuffion fera plus grand à proportion que le corps frappant eft plus pefant & qu'il fe meut plus vîte.

Planche II. *Figure* 6.

Planche II. Figure 6.

58. POUR prouver par expérience ce que nous avons dit du coin, nous ferons ufage de la machine repréfentée dans la 6e *Figure* de la *Planche* II. ABCD eft un cadre de cuivre compofé de deux piéces horizontales AB & CD, & de deux piéces verticales AD & BC qui font au-deffus des premieres & fixées fur elles; chacune de ces deux dernieres piéces a en-dedans vers le milieu, deux petites poulies NO, PQ, qui ne font pas exactement dans le même plan, à moins que le fil qui paffe fur l'une ne tombe à plein fur le fil qui paffe fur l'autre. EF, GH, font deux cylindres avec leurs aiffieux d'acier, qui font amenés enfemble (leurs aiffieux roulant fur les piéces verticales) par la chûte des poids R, S, dont chacun eft divifé en deux parties par le moyen de fa poulie T ou V, de maniére à tirer les cylindres également l'un vers l'autre, par le moyen des fils & des gances de cuivre TNH & *t* Y *y*, & de deux autres gances femblables à l'autre extrémité de l'aiffieu des cylindres. Afin que les cylindres puiffent marcher enfemble, fans toucher les poulies N, O, P, Q, les platines à leurs bafes (qui font beaucoup plus larges que les cylindres) font convexes vers les extrémités de l'aiffieu. Ses deux plaques ZM, ZM, font précifément affez grandes pour s'appliquer elles-mêmes aux cylindres, fans frotter contre les platines à leurs extrémités; elles font jointes en M à la maniére des gonds & forment un angle mefuré par l'arc gradué JKL, qui paffant par les plaques les tient fermes au moyen de deux petites vis Z, Z. X eft un des deux fils de fer bandé, dont les

extrémités étant glissées dans deux trous, empêchent que le cylindre EF ne sorte de la place, & ne lui permettent que de tourner sur son axe, lorsque la gance F (& son opposé sous E) est portée sur la poulie Y (& par un chemin contraire) à l'aissieu de l'autre cylindre en *f*, lorsque seulement ce dernier cylindre HG doit être poussé par la descente du coin, qui par son propre poids ou par l'addition du poids W, sépare un cylindre de l'autre, lequel est fixé (lorsque la ligne ponctuée represente le fil) ou les écarte l'un de l'autre (lorsque Y *y* représente un fil & HN l'autre).

Planche 11. Figure 6.

EXPÉRIENCE XVII. *Planche 11. Figure 6.*

59. TOUT étant dans la position representée par cette figure, on ouvrira le coin à un angle quelconque à volonté; par exemple à 20 degrés, & l'on suspendra un poids W qui joint avec le poids du coin puisse tirer en bas le coin, & en séparant les cylindres élever les poids R & S. Donnez au coin l'ouverture de 40 dégrés, & il faudra un double poids pour le faire descendre; mais si vous faites glisser les fils de fer, comme X, pour fixer le cylindre EF, & si vous suspendez les quatre gances & quatre fils sur le cylindre HG; il vous faudra deux fois plus de poids pour faire descendre le coin, que s'il agissoit par ses deux surfaces; c'est-à-dire, qu'étant ouvert à un angle de 20 degrés, il faut autant de force pour le pousser en bas, lorsqu'il n'y a qu'un cylindre qui soit mobile (quoique l'autre puisse tourner librement autour de son axe) que s'il étoit ouvert de 40 dégrés, & que les deux cylindres fussent mobiles. Planche 11. Figure 6.

DE LA VIS.

60. L'A Vis est un cylindre coupé par différentes surfaces concaves, ou plûtôt un canal ou rainure faite sur un cylindre en conduisant deux plans spiraux sur toute la longueur de la vis, de maniére qu'ils soient toujours également inclinés à l'axe du cylindre dans toute leur route, & qu'ils fassent aussi toujours avec sa base le même angle.

61. ON peut aussi regarder la vis comme un coin mené tout autour d'un cylindre, qui dans ce cas se nomme l'arbre de la vis, le coin

LEÇON III. ainsi amené sur l'arbre forme ce qu'on appelle le filet de la vis, comme on peut le voir dans les *Figures* 7, 8, 9, 10 & 11 de la *Planche* 11. L'arbre de la vis est A B dans la Figure 7. & *acdb* dans la Figure 8, comme si le cylindre A C D B étoit inscrit en-dedans de la vis.

Planche 11. Figure 8.

62. DANS la 8e Figure on peut voir de quelle maniére on fait une vis, en coupant le cylindre P H J Q, car H K L M N O P est une ligne spirale qui entoure tout le cylindre, marquant les parties élevées que l'on doit laisser du cylindre, & *h k l m n o*, la ligne qui marque la profondeur que l'on doit donner à la vis (en supposant que la même ligne tourne tout autour du cylindre intérieur ou de l'arbre A B C D, quoiqu'elle ne soit pas exprimée ici pour éviter la confusion) & alors *h* L *l*, *l* N *n*, &c. representeront les parties en relief ou le filet de la vis. Maintenant, si au lieu de faire les creux H *h* L, L *l* N, N *n* P, &c. Dans le cylindre P H J Q, on fixoit un coin continue sur un petit cylindre comme A B C D, ou plûtôt *a c b d*, on auroit la même espéce de vis & *a b c d* seroit l'arbre de cette vis. Quelquefois les parties les plus relevées du filet, comme L, N, &c. ne sont pas tranchantes, mais plates, alors le filet se nomme filet quarré, comme dans la *Figure* 11. qui represente la coupe d'une vis de cette espéce. On ne se sert pas de ce filet dans le bois, mais dans le fer & dans les autres métaux il est d'un bon service, étant communément de plus de durée & élevant le poids avec plus de facilité que le filet tranchant, comme on le verra mieux dans les notes. *

* Note 13.

De la force de la Vis.

Pour juger de la force de la vis (que l'on peut comparer ou à un plan incliné, tel que nous l'avons considéré parmi les puissances méchaniques, ou à un coin selon que son arbre avance ou n'avance pas par un mouvement progressif, pendant qu'il tourne autour de son axe, pour élever ou arrêter un poids, ou pour presser ensemble des corps, qui sont les différens usages de la vis;) nous prendrons un coin flexible, par exemple, un coin de papier, & nous le roulerons autour d'un cylindre, comme on le voit dans la *Figure* 7. *Planche* 11, ou A B est l'arbre, C J D un filet ou hélice, D H E un autre, & E F G une partie du coin qu'on a laissée

laiſſée pour faire voir la proportion entre la puiſſance qui tourne la vis & le poids W.

Planche 11. Figure 7.

63. Si le poids pouſſe en haut le coin (ou ce qui revient au même, s'il eſt élevé perpendiculairement par le le coin en gliſſant ſous lui) de F en H, dans la direction W *w*, alors H G ſera la vîteſſe du poids, & G F celle de la puiſſance, ce qui eſt le cas du plan incliné qui devient un coin ; & l'analogie pour la vis qui agit de cette maniére ſera celle-ci (n°. 52) :

Comme le cercle dont le diamétre eſt H *h* :

Eſt à H J diſtance de deux filets : : (ou comme la baſe G F : à la perpendiculaire H G : :

Ainſi le poids :

eſt à la puiſſance appliquée à l'arbre en A pour élever un poids ſur le fil H J D C.

N. B. *On ſuppoſe le diamétre de l'arbre en A & celui de la vis en H à fort peu près égaux.* C'eſt le cas de la 10[e] Figure, ou la planche mobile D K eſt portée en tournant les têtes G, G des vis A B & C D, pour preſſer fortement les corps placés entre les planches D K & M L, pendant que la piéce H J fixée à la planche ſupérieure, eſt ou guidée à travers un trou, où étant ſeulement viſée, elle ſert à faire voir ſi la planche K D eſt portée en bas horizontalement, à meſure qu'on tourne les vis. Lorſque l'on fait entrer de longs leviers dans les trous quarrés qui ſont aux têtes des vis, la force de la vis en eſt beaucoup augmentée, & alors le poids : eſt à la puiſſance : : comme la circonférence du cercle décrit par la partie du levier où la main eſt appliquée : eſt à la diſtance entre les deux filets. Ainſi dans la figure 13, comme la circonférence du cercle dont le rayon eſt A H : eſt à C *c* diſtance de deux fils de la vis ſans fin C D : : Ainſi la réſiſtance des dents de la rouë J ; à la puiſſance appliquée en H.

64. Mais ſi le poids W (*Figure* 7.) eſt tiré le long du coin H F G dans la direction W *w* paralléle à la ſurface du coin, ce cas ſera le même que celui du plan incliné (n°. 49.) & par conſéquent l'analogie pour la vis dans ſon mouvement progreſſif, ſera, comme la ligne ſpirale H D J :

eſt à H J diſtance de deux fils : : (ou comme l'hypothenuſe F H : à H G perpendiculaire :

LEÇON III.


Ainsi le poids :

à la puissance appliquée à l'arbre en A dans une direction spirale parallèle à H J D C.

Planche 11. Figures 9, 10, 12.

La figure 9e represente la pratique de cette vis, soit que l'écrouë D E soit poussée en bas sur la vis vers la planche B, ou que la planche B avec sa vis soit portée en haut vers D E, en faisant tourner cette vis plus haut dans la boëte ou écrouë D E. Lors donc que les manches comme D & E sont employés pour augmenter la force ; le poids : est la puissance : : comme la circonférence spirale décrite dans une révolution par leurs extrémités ausquelles la puissance est appliquée : est à la distance entre deux fils de la vis. Le fil de l'écrouë en-dedans de la noix ou piéce de bois avec les manches, est representé par des lignes ponctuées dans la *Figure* 12. comparées avec la *Figure* 8.

Ce cas s'applique dans la pratique à la vis qui est au bout des forêts, pour percer plus aisément le bois ; à l'abbaissement des noix dans les grandes presses, & à l'usage ordinaire des cloux à vis pour attacher les parties des machines.

La plûpart des Ecrivains en méchanique n'ont parlé que de cette derniere proportion pour la force de la vis.

65. QUOIQUE dans la Théorie pour peu que le produit de l'intensité de la puissance par sa vitesse surpasse celui du poids par sa vitesse, la puissance doit élever le poids ; cependant ici la puissance ou sa vitesse doit être augmentée sensiblement pour produire cet effet dans la pratique, à raison du grand frottement de la vis, qui est le même que celui dont nous avons parlé dans le coin ; il faut seulement observer qu'il y a plus de frottement dans le fil tranchant que dans le fil quarré, comme on peut le voir, en jettant les yeux sur la *Figure* 14, où B A C D représente la section d'un fil quarré, & *b a d* celle d'un fil tranchant, comme la partie A C ne touche pas l'écrouë, qui ne porte avec sa force & son poids que sur le plat A B, la ligne A B dans le fil quarré comparée à *a b* dans le fil tranchant (sur laquelle *a b c* l'écrouë porte) fait voir que le frottement est moindre sur le quarré à proportion de ces lignes, outre l'obliquité que nous examinerons ailleurs. *

Planche 11. Figure 14.

* Note 13.

66. LE desavantage occasionné à la force de la puissance par le grand frottement de la vis, est bien récompensé dans l'usage de cette machine ; parce que ce frottement est cause que la vis



Planche 11. Figure 14.

ſoutient le poids même après que la puiſſance s'eſt éloignée, ou ceſſe d'agir ou de preſſer les corps contre leſquels elle a pouſſé le poids; au lieu que dans la balance & le levier, & dans les autres puiſſances méchaniques, (excepté le coin qui forme la vis) le poids ceſſe d'être ſoutenu, & recule dès que la puiſſance ceſſe d'agir. La raiſon eſt, que les poids lorſqu'ils ſont élevés par les vis, font effort pour deſcendre perpendiculairement, au lieu que la vis a été pouſſée contr'eux fort obliquement, en ſorte qu'elle ne peut être repouſſée en arriére que dans cette direction oblique, qu'elle ne peut pas recevoir par la peſanteur du poids qui tend en bas, s'il y a le moindre frottement contre le fil de la vis : ainſi lorſqu'un corps eſt preſſé par une vis, ſa ſurface réagit par des lignes qui lui ſont perpendiculaires, c'eſt-à-dire, dans la direction de l'arbre de la vis, au lieu qu'elle ne peut pas être pouſſée en-arriére, à moins qu'elle ne ſoit müë dans la direction de ſes fils, qui ſont un grand angle avec l'axe de l'arbre. Ainſi la planche K *k* (*Figure* 10.) ne peut pas tomber dans la direction de peſanteur vers M L, à moins qu'elle ne faſſe mouvoir les vis dans la direction B *b* ou D *d*. La dent de la roüe J (*Figure* 13.) ne peut pas non plus, en preſſant comme la vis C *c* D dans la direction C B, mouvoir cette vis ou faire tourner la manivelle H dans la direction du cercle dont le rayon eſt A H, quoique la puiſſance qui tournoit dans ce cercle ſoit écartée, & que le grand poids W faſſe de grands efforts par l'axe E F, pour faire tourner la roüe J.

Par où l'on voit le grand uſage de la machine de la *Figure* 10. par le moyen de laquelle une piéce forte J peut ſoutenir le penchant d'une maiſon, & ſi l'on en applique pluſieurs en différens endroits, on peut ſoutenir tout un bâtiment pendant qu'en en radoube ou qu'on en renouvelle les fondemens.

67. Soit que la vis ſoit conſidérée comme un coin ou comme un plan incliné, il ſuit de ce qui a été dit, que plus les fils de la vis ſont ſerrés, plus ſa force eſt grande, & plus le frottement eſt avantageux; la puiſſance pouſſant en avant la vis avec plus de facilité, & la difficulté de la pouſſer en-arriére devenant plus grande.

68. Comme la percuſſion eſt utile dans le coin pour diminuer le frottement, auſſi employe-t'on dans certains cas une eſpéce de percuſſion pour pouſſer une vis, comme dans les inſtrumens pour

LEÇON III. l'Imprimerie, pour la Monnoye & pour cacheter avec de grands sceaux, où il faut une grande pression; & cela se fait par le moyen d'un volan, qui est une balance laquelle traverse l'arbre de la vis, & qui est chargée de poids à ses extrémités, ou quelquefois par le moyen d'une seule branche de ce volan comme dans les presses d'Imprimerie.

Ici au lieu du marteau ou du maillet qui tombe sur le dos du coin par un mouvement acceleré, & dans une direction circulaire pour le pousser dans le bois, le poids du volan descend aussi par un mouvement acceleré, mais sur un plan spiral incliné, & par ce moyen ayant surmonté le frottement des filets de la vis à mesure qu'elle descend, il pousse son extrémité avec une grande force contre les corps qui doivent être pressés. *Mais on expliquera ceci plus au long dans une autre Leçon.*

69. Le frottement d'une vis attachée à un volan, est souvent employé pour regler le mouvement en retardant un poids qui descendroit trop vite, & réduisant le mouvement acceleré d'un corps pesant dans sa chûte à un mouvement uniforme, en détruisant précisément autant de force que la pesanteur en ajouteroit au mouvement du corps qui descend. Mais on explique ceci plus à fond en parlant de la chûte des corps.

Quoique les balances, les leviers, les poulies, les tours & même les coins, puissent agir les uns sur les autres pour augmenter la force de la puissance, (ainsi qu'on l'a fait voir dans la considération du levier, de la poulie & du tour;) cependant les vis ne peuvent pas être appliquées directement les unes sur les autres, sans l'intervention de quelque autre puissance méchanique: mais dans la composition avec d'autres puissances méchaniques ou machines simples, la vis sert à en faire une machine d'une grande force. C'est ce qui me conduit aux réfléxions suivantes sur les machines composées.

Machines composées.

70. La combinaison de deux ou de plusieurs machines simples, pour les usages de la vie (soit qu'elles soient de la même espéce ou de differentes espéces) par le moyen d'un cadre de bois ou de quelque métal, forme ce que nous appellons une *machine*

composée. Comme le détail des différentes sortes de machines composées qui sont en usage seroit infini, nous ne rendrons compte que de quelques-unes, pour juger de ce que l'on peut faire avec une machine qui a été faite ou qui pourra dans la suite être mise en execution, en jettant les yeux sur un devis exact de la machine proposée ; afin qu'on puisse avoir une juste idée de ce qui est ou peut devenir utile, & qu'on ne soit pas trompé par ceux qui prétendent avoir trouvé le mouvement perpetuel, ou par ceux qui promettent par leurs machines de plus grands effets qu'il ne convient à la proportion réciproque entre l'intensité des puissances & des poids avec leurs vîtesses. * * Note 14.

71. Les deux machines représentées dans les *Figures* 1. & 2. de la *Planche* 6. représentent les scorpions que les Anciens employoient à la guerre pour lancer des pierres, tels que je les ai déja décrits, (*Leçon* 2. *Note* 7.) j'ajouterai seulement ici, qu'ils sont composés d'un levier fourchu, de deux tours & deux poulies, & celles-ci dans la *Figure* 1. ne font que diriger la corde, n'étant que des rouleaux, mais dans la *Figure* 2. elles doublent la force de la puissance.

72. La machine hydraulique de la *Planche* 7. *Figures* 14. & 15. est composée de deux leviers E D & J K, & on en a expliqué l'usage dans l'endroit où j'en ai parlé la premiere fois (*Leçon* 2. *Note* 9. à la fin.)]

73. La 14e. *Figure* de la *Planche* 9 représente une machine d'une grande force composée de trois leviers qui agissent l'un sur l'autre, comme on l'a décrit ci-devant.

74. Quoique dans la 10e *Planche*, les machines representées dans les *Figures* 4, 5, 6, 7 & 8, soient composées de plusieurs poulies simples, ou chapes (leurs rouës tournant autour d'une cheville centrale) telles que celle de la *Figure* 1 ; cependant comme la même corde passe au-dessus & au-dessous de toutes ces poulies, on doit ne les considérer que comme une seule machine ; car les Ouvriers ne leur donnent que le nom simple de moufles, & les Anciens considéroient une ou plusieurs poulies jointes de la maniere qu'elles sont représentées par ces figures, comme une seule machine, à laquelle ils donnoient différens

LEÇON III. noms selon le nombre des chapes ; comme *monopastum*, lorsqu'elle n'en avoit qu'une, *dispastum*, lorsqu'elle en avoit deux, *trispastum* pour trois, *tetraspastum* pour 4, *pentaspastum* pour 5, & ordinairement *polyspastum* pour plusieurs.

75. MAIS la machine de la *Figure* 9. *Planche* 10. est une machine composée, parce que les poulies y agissent les unes sur les autres, & qu'elles augmentent la force de la puissance en plus grande proportion que celle du nombre des chapes dans les précedentes, comme on l'a fait voir. (n°. 41.)

76. LA 13e *Figure* représente une figure composée de deux tours, & dont l'opération a été décrite & la force calculée (n°. 47.)

77. LA 9e & 10e *Figure* de la *Planche* 11, sont des machines composeés, parce que de si grandes vis ne sçauroient se tourner sans des leviers qui leur soient appliqués. N. B. *Il est à remarquer, que lorsqu'un levier, ou plusieurs leviers tournent circulairement un aissieu, auquel cas on les nomme des* barres, *ils font la fonction d'une rouë qui feroit tourner cet aissieu, & qu'ils peuvent par conséquent être regardés avec l'aissieu comme un* Tour.

Cela est encore plus évident, si l'on observe le mouvement de la manivelle A H dans la *Figure* 13. *Planche* 11, qui sert à faire tourner circulairement la vis & l'aissieu A B.

78. COMME la vis ajoute beaucoup à la force de la puissance, parce que les pas en sont fort serrés, elle n'éleve le poids qu'à une petite hauteur ; & le tour (par la raison qu'on en a donnée dans la description qu on en a faite n°. 46.) quoiqu'il éleve le poids à une fort grande hauteur ou qu'il le tire dune grande profondeur, n'augmente pas beaucoup la force de la puissance ; il s'ensuit que la combinaison de ces deux machines doit conserver les avantages de chacune, & en ôter les défauts : c'est ce qui arrive lorsqu'on fait en sorte que les fils de la vis CD saisissant obliquement les dents de la rouë en *c*, & qu'en faisant tourner continuellement la rouë, ils lui font élever un grand poids comme W par le moyen de la corde qui est roulée sur l'aissieu EF. Si l'on ajoute à l'aissieu EF une autre vis, comme en GH, pour faire tourner une seconde rouë L, dont l'aissieu M étant d'une longueur suffisante, reçoit la corde N à la place de KO, elle élevera un poids

beaucoup plus grand. On peut faire une machine d'une force immense pour percer les métaux les plus durs par le moyen d'un instrument bien aceré fixé à l'extrémité de l'aissieu M, ou pour faire d'autres opérations qui exigent la plus grande force.

79. La gruë est un instrument d'un si grand usage, que nous ne pouvons pas nous dispenser d'en donner ici la description. Il y en a de deux sortes : dans la premiere la potence seule se meut sur son aissieu, & dans la seconde, toute la gruë avec son poids tourne sur un assieu bien solide.

Planche 12. Figure 1.

80. La *Figure* 1. de la *Planche* 12 représente la premiere espéce de gruës, vûë de profil. LBED est la coupe de la partie du quai où elle est fixée, dont LB est la ligne horizontale. AC est une forte poutre horizontale qui forme une partie supérieure de la gruë, & dans laquelle sont arrêtées les trois piéces verticales X, Y, Z, (dont la derniere nommée piéce moyenne, est plus forte que les autres) avec leurs traversiers JE & leurs crampons HJ; le crampon *h*E est plus long & plus fort que les crampons & traversiers NM & DS des deux autres piéces verticales, & il est chevillé de fer, au lieu que les autres n'ont que des chevilles de bois. Lorsque le quai ou la gruë est arrêtée n'est pas pavé de pierres, (comme on le représentée ici) les trois traversiers ne doivent être que d'une seule piéce, & s'étendre de D en E, quatre crampons, tels que K, joignant les pieces verticales aux poutres horizontales. On attache avec de fortes chevilles de fer, à la poutre horizontale dont on a parlé ci-devant, une petite piéce PP, qui porte un anneau de fer pour y recevoir le pivot de fer ou l'aissieu de l'arbre vertical RF, qui est un *tour;* son extrémité inférieure est aussi un pivot de fer qui tourne dans un autre anneau de fonte placé dans une piéce de bois solide F. Le tour au lieu d'une rouë porte quatre barres *e*, *f*, *d*, & l'autre qui est derriére *d*, lesquelles entrent dans sa partie la plus épaisse, qui est à huit pans, la partie supérieure étant ronde pour recevoir la corde. Lorsque cette piéce est liée avec du fer au-dessus & au-dessous de *d*, il vaut mieux n'employer que deux barres au lieu de quatre, en leur faisant traverser entiérement la piéce, comme *eb*, & les hommes à chaque bout pousseront circulairement dans la direction *b*O*e*, pour rouler en haut la corde, & élever le poids qui est à son extrémité. Cet aissieu vertical de bois,

LEÇON III.



avec ses barres se nomme *cabestan* de la gruë (toutes ces sortes d'aissieux se nommant *cabestans*, lorsqu'ils tournent dans une situation perpendiculaire, comme les cabestans des navires, & *vindas*, lorsqu'ils tournent dans une position horizontale, quoiqu'ils soient destinés à la même fin que les cabestans) & la corde R r r, qui passe premierement sur la poulie ou rouleau T, ensuite dans les poulies P & Q, & enfin sur la poulie *r*, ayant à son extrémité un double crochet, qu'on nomme une *Louve*, & auquel sont attachés les poids que l'on veut élever. La potence G V B est mobile sur son aissieu C B par le moyen des pivots de fer qui sont à ses deux bouts B & C; en sorte que lorsque le poids est porté assez haut, on peut aisément le tirer du vaisseau ou du bateau, par le moyen d'une petite corde qui lui est attachée, ou qui est à l'extrémité de la potence en *g*; par exemple, étant sur l'eau en W, on le tire sur une charrette ou sur une autre voiture placée sur le quay vers *u*, à droite ou à gauche de le piéce Z. Il y a un toît ou un petit appentis de bois A *a* Q, pour mettre la corde à l'abri de la pluye, lorsque la gruë n'est pas en mouvement, la potence étant alors tournée vers Y sous ce toît.

Planche 12. Figure 1.

La 2e *Figure* marque le plan de la partie supérieure de la gruë, ou telle qu'elle paroît vûë d'en haut, où l'on doit observer la position des poulies P & Q, & de l'endroit (où est le centre de la potence dans une ligne qui touche la circonférence des deux poulies; car si ce centre du mouvement de la potence étoit dans la ligne qui joint les centres des poulies; la potence étant chargée exigeroit une force pour pousser son extrémité *g* au-dessus du quay de l'un des deux côtés, & cette force cessant d'agir, le poids & la potence reculeroient & ne seroient en repos que sur W. Vous trouverez cela expliqué plus en détail dans les notes,* où l'on examine la troisiéme *Figure* qui est une partie de la gruë & des diverses situations de la potence & de la corde, tracée sur une plus grande échelle.

Planche 12. Figure 2.

* Note 15.

Cette gruë est fort expéditive lorsqu'on a plusieurs bras, étant toujours nécessaire que quelques-uns se tiennent aux barres pour empêcher le poids de retomber, ce qui seroit d'une conséquence dangereuse. Mais si au lieu du cabestan en O, il y avoit une vis sans fin, & une rouë horizontale avec un aissieu attaché à la piéce X qui doit être très-forte à ce dessein, ou une machine dans le goût de la *Figure* 13. *Planche* 11. seulement avec un pignon, au lieu

lieu d'une vis en GH, racourcissant l'axe EF, & allongeant l'aissieu M, pout y recevoir la corde ; alors deux hommes suffisent, & souvent un seul, pour amener aisément les poids du bateau ; parce que pat la résistance de la vis contre les dents de la rouë, la machine soutient le poids à toutes les hauteurs, pendant que l'homme abandonne la manivelle pour amener le poids par la petite corde attachée en *g* (*Planche* 12. *Figure* 1) au-dessus de la charréte sur le quai, pour le recevoir ; & même le poids tombera doucement de lui-même, si un homme pat une prompte secousse fait tourner la manivelle du côté opposé à celui par où le poids a été élevé ; ce qui est commode pour charger la charréte. N. B. *Cette impulsion subite sur la manivelle, produit dans la vis le même effet que le coup dans le coin pour le faire avancer.* (n°. 57.) Leçon III.

Planche 12. Figure 1.

Comme cette derniere espéce de gruë avec la vis & la rouë augmente beaucoup la force de la puissauce, il n'est pas nécessaire de rappeller dans l'esprit du Lecteur, qu'il y faut employer plus de tems pour élever le poids ; puisque la vitesse du poids, comparée avec celle de la main de l'homme qui fait tourner le manche, doit être diminuée en proportion réciproque de l'intensité du poids à l'intensité de la force de l'homme (L. 2. n°. 9. 12. 17) : cela étant également vrai dans toutes les machines composées, comme dans les machines simples.

81. La 4e. *Figure* de la *Planche* 12 représente la seconde espéce de gruë, qui non-seulement est utile sur un quai pour élever les fardeaux pesants, mais qui est aussi d'une grande utilité dans la batisse pour élever de grandes pierres, & les porter circulairement au lieu destiné. Elle est composée des parties suivantes. Sur les croisieres inférieures LLLLLL, la forte piéce verticale K est soutenuë & arrêtée par des étançons obliques. Toute la machine tourne sur la partie supérieure du fuseau S, qui est couvert de fer (& quelquefois tout de fer) ; se mouvant aisément de C en G, lorsqu'elle est chargée de son fardeau H. CA est la contre-rouë avec son aissieu DB, qui ne porte que par les extrémités de fer dudit aissieu, sur deux piéces perpendiculaires suspenduës en B & *b* ; F*f* est le bras ou échelle dont le sommet F porte la poulie au-dessus du poids, les autres poulies étant aux extrémités des piéces M, N, E : Les parties qui restent sont trop claires dans la Figure, pour avoir besoin d'une plus longue explication. La puissance est quelquefois appliquée par le moyen

Planche 12. Figure 1.

LEÇON III.


d'une corde sur la circonférence extérieure de la rouë A, mais ordinairement des hommes ou un cheval ou un asne, la font tourner en y marchant en-dedans.

Planche 12. Figure 4.

Quelquefois aussi on gagne de la force par le moyen d'une contre-rouë dentée, en donnant le mouvement à sa circonférence avec un pignon.

82. LA 5e. *Figure* représente un cric, qui est un instrument fort usité, pour élever des poutres pésantes ou de fort grands fardeaux de toute espéce; mais comme son mouvement à rouës est caché sous une forte piéce de bois C B, je crois qu'il est à propos d'en représenter l'intérieur dans la *Figure 6*, où il faut seulement supposer la crémaillere A B au moins quatre fois aussi longue à proportion de la rouë Q (la figure de la crémaillere étant ici raccourcie parce que la place y manque) & ses crans, qui doivent être quatre fois plus nombreux pour qu'il y en ait environ trois dans un pouce. Ensuite si la manivelle a sept pouces de longueur en diametre, cinq tours, c'est-à-dire, cinq fois 22 pouces ou 110 pouces, feront la vitesse de la puissance pendant que le poids élevé par la griffe A, ou abaissé par la griffe B, se meut d'un pouce : car comme le pignon n'a que quatre dents, & la rouë Q vingt, il doit y avoir cinq révolutions de la manivelle fixée au pignon pour faire tourner la rouë une fois, dont le pignon à trois dents fera mouvoir précisément trois crans de la crémaillere, ou un pouce. On auroit aussi connu cela sans voir, ou même sans connoître le nombre des dents de la rouë & des pignons, en mesurant une révolution de la manivelle dans la *Figure 5*. & comparant l'espace parcouru par la main avec l'espace parcouru par l'extrémité A ou B. Ainsi dans toute autre machine composée, nous pouvons juger de sa force, en comparant la vitesse de la partie à laquelle la puissance est appliquée avec la vitesse qui meut le poids, comme on l'a fait voir ci-devant. (no. 32, 47.) Quelquefois cette machine est ouverte par derriere depuis le bas presque jusqu'à la rouë Q, afin que la griffe inférieure (qui dans ce cas est tournée en haut vers B) tire le poids en haut. Lorsque ce poids est tiré ou poussé à une hauteur suffisante, on l'empêche de retomber en suspendant l'extrémité du crochet S attaché à une gache au-dessus de la partie courbée de la manivelle en *h*. (*Figure 5*.) Tout l'ouvrage doit être très-fort dans cette machine, mais surtout les parties qui soutiennent immédiatement le poids; & cela doit

être auſſi obſervé dans toutes les machines compoſées.

83. Toutes les puiſſances méchaniques ſont réunies enſemble dans la machine repréſentée par la premiére *Figure* de la *Planche* 13e. qui reſſemble à nos tourne-broches ordinaires. Dans un cadre ABCD attaché par l'écrouë *o* ſur le guéridon *o* O, & affermi par les traverſiers VW & BQ, on applique premiérement la piéce EF, dont les vannes ou aîles peuvent ſe mettre en mouvement par le vent, ou ſe tirer par un cheveu attaché en F, repréſentant le lévier & la balance : à angles droits ſur cette piéce on joint le fuſeau perpendiculaire GH, qui porte la vis ſans fin H, laquelle doit être auſſi regardée comme un *coin* (n°. *63*). Cette vis ſans fin prend les dents de la rouë K, ce qui forme le *tour*, & cette rouë en tournant fait rouler ſur ſon aiſſieu la corde LM, laquelle paſſant autour des poulies en M & N (ou tirant par une *mouffle à cinq yeux*) éleve le poids P. Mais comme la vis n'a point de mouvement progreſſif ſur ſon axe, on ne peut pas la prendre ici pour un plan incliné ; pour faire donc une machine qui renferme toutes les puiſſances méchaniques mentionnées ci-devant, il faut ajouter à celle-ci un plan incliné *rq* RQ, en le faiſant appuyer ſur le terrain en QR, & ſur le traverſier *q* B en *qr*, & par ce moyen la force de la puiſſance tirant en F, ſera encore plus augmentée en raiſon de QT à TS. (n°. 49.) On trouve toute la force que cette machine donne, en comparant l'eſpace parcouru par le point F avec la hauteur à laquelle le poids eſt élevé dans un nombre déterminé de révolutions de F (n°. 32, 47, 82). Un cheveu de la tête d'un homme tirant en F, élevera aiſément un poids de cent livres en P. Planche 13. Figure 1.

84. Dans les machines précédentes, tant ſimples que compoſées, la puiſſance ſelon ſon intenſité eſt tellement appliquée à une partie de la machine, qu'elle agit immédiatement ſur le poids dont la réſiſtance détruit toute la force de la puiſſance, lorſqu'il ſe fait un équilibre en donnant au corps qui eſt mû & au corps mouvant, une vîteſſe réciproquement proportionnelle à leurs intenſités, & lorſque le produit de la puiſſance par ſa vîteſſe ſurpaſſe celui du poids par ſa vîteſſe, il ne reſte pas plus de *moment* à la puiſſance, que ce qu'elle a par-deſſus le poids. (n°. 14.) Mais il y a d'autres inſtruments méchaniques où la force de la puiſſance eſt accumulée &, pour ainſi dire, condenſée, avant que le poids

LEÇON III. agisse sur elle en aucune façon ; tel est le marteau, le robinet ; le chien de la platine d'un fusil, qui porte la pierre qui doit fraper l'acier, le belier des Anciens (dont on a parlé dans une autre Leçon) & le pendule ; en un mot pour ce qui sert à donner un coup subit, ou une forte impression instantanée ; & quoique tout cela puisse se réduire au calcul géométrique, lorsqu'on est certain des effets produits par ces puissances, cependant on ne peut pas l'expliquer par les principes qu'on a donné ci-devant ; c'est pourquoi nous en différerons l'explication jusqu'à ce que nous ayons dévelopé les loix du mouvement d'où ces instruments dépendent. Mais je crois qu'il est à propos de rappeller ici l'explication que *Newton* donne de toutes les puissances méchaniques par une seule figure, telle qu'on la trouve dans le second corollaire de ses loix du mouvement ; car quoique cette explication dépende de ces mêmes loix que nous examinerons dans la suite, en supposant comme vrai tout ce qui est contenu dans son premier corollaire, nous viendrons à notre but.

Planche 13. Figure 2.

85. Si *deux forces agissent toutes à la fois sur un corps placé en* A (Figure 2. Planche 13) *& que leurs intensités soient comme la longueur des lignes* A B *&* A C, *& leurs directions selon la position de ces lignes ; le corps ainsi poussé décrira la diagonale du parallélogramme formé, en tirant les deux lignes* CD *&* DB *respectivement égales & parallèles aux deux premières, & cette diagonale sera décrite par ces forces réunies dans le même tems que l'une des forces auroit fait décrire séparément au corps la ligne* A B *ou* A C. *Et comme par la composition des forces ce corps doit se mouvoir dans la ligne* A D ; *ainsi un corps qui se meut dans cette ligne* A D, *quoique par l'action d'une seule force, doit être considéré comme s'il avoit été poussé par deux forces, en réduisant cette force simple en deux autres, telles que* A C *&* A B.

Planche 13. Figure 3.

86. Si les *rayons* inégaux OM (*Planche* 13. *Figure* 3.) & ON tirés du centre O d'une roue, soutiennent les poids A & P, par le moyen des cordes MA & NP, & qu'il soit question de connoître les forces de ces poids pour mouvoir la roue : il faut abaisser du centre O la ligne droite KOL perpendiculaire aux cordes en K & L, & du centre O avec OL, la plus grande des distances OK & OL, décrivez un cercle, qui rencontre la corde MA en D ; menez OD, & tirez AC parallèle, & DC perpendiculaire à OD. Maintenant comme il est indifférent que les

Planche 13. Figure 3.

points K, L, D, des cordes ſoient ou ne ſoient pas fixés au plan de la rouë, les poids auront toujours le même effet, ſoit qu'ils ſoient ſuſpendus aux points K & L, ou D & L. Soit toute la force du poids A repréſentée par la ligne AD, & qu'elle ſoit décompoſée en deux forces AC & CD; celle AC qui tire le rayon OD directement depuis le centre, n'a aucun effet pour contribuer au mouvement de la rouë: mais l'autre force DC tirant le rayon DO perpendiculairement, a le même effet que ſi elle tiroit perpendiculairement le rayon OL égal à OD; c'eſt-à-dire, qu'elle aura le même effet que le poids P, ſi ce poids eſt au poids A, comme la force DC eſt à la force DA; c'eſt-à-dire, (à cauſe des triangles ſemblables ADC, DOK) comme OK eſt à OD ou OL. Donc les poids A & P, étant *réciproquement* comme les rayons OK & OL qui ſont dans la même ligne, ont la même force, & ainſi ils reſtent en *équilibre*, ce qui eſt la propriété connuë de la balance, du lévier & de la rouë. Si l'un des poids eſt plus grand que ſelon cette raiſon, ſa force pour mouvoir la rouë en ſera d'autant plus grande, ſi le poids *p* égal au poids P eſt partie ſuſpendu par la corde N*p*, partie ſoutenu par le plan oblique *p*G; menez *p*H, NH, la premiere perpendiculaire à l'horizon, & la ſeconde au plan *p*G; & ſi la force du poids *p* tendant en bas eſt repréſentée par la ligne *p*H, elle ſera décompoſée en deux forces *p*N, HN. S'il y avoit un plan perpendiculaire à la corde *p*N, qui coupât l'autre plan *p*G dans une ligne parallele à l'horizon, & que le poids *p* fût ſoutenu uniquement par ces plans *p*Q, *p*G, il preſſeroit ces plans avec les forces *p*N, HN; ſçavoir, le plan *p*Q avec la force pN, & le plan *p*G avec la force HN. Et par conſéquent ſi le plan *p*Q étoit ſupprimé, enſorte que le poids dût étendre la corde, comme cette corde en ſoutenant le poids tient la place du plan ſupprimé, on aura la force de ce poids, en le regardant comme la même force *p*N qui preſſoit auparavant le plan. Donc la tenſion de cette corde oblique *p*N, ſera à celle de l'autre corde perpendiculaire *p*H, comme *p*N eſt à *p*H. Et par conſéquent ſi le poids *p* eſt au poids A en raiſon compoſée des moindres diſtances des cordes *p*N, AM au centre de la rouë & de la raiſon directe de *p*H à *p*N, les poids auront le même effet pour mouvoir la rouë, & par conſéquent ſe ſoutiendront mutuellement, comme on peut le voir par expérience.

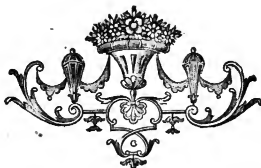
Mais le poids *p* preſſant ſur ces deux plans obliques, doit être regardé comme un coin entre deux ſurfaces intérieures du corps

LEÇON III.



Planche 13. Figure 3.

qu'il fend ; & par-là on détermine les forces du coin & du maillet : car la force avec laquelle le poids *p* presse le plan *PQ*, est à la force avec laquelle le même poids, soit par sa propre pésanteur ou par le coup d'un maillet, est poussé dans la direction de la ligne *p*H vers les deux plans, comme *p*N à *p*H ; & à la force avec laquelle il presse l'autre plan *p*G, comme *p*N à NH. Et ainsi l'on peut tirer la force de la vis d'une décomposition semblable des forces ; la vis n'étant qu'un coin poussé par la force d'un lévier. Donc l'usage de ce corollaire s'étend fort loin, & par cette grande étenduë on en sent mieux la vérité. Car de ce qui a été dit dépend toute la théorie des méchaniques, démontrée en diverses maniéres par les Auteurs. Delà on tire aisément la force des machines qui sont composées de rouës, de poulies, de léviers, de cordes & de poids qui montent directement ou obliquement, & des autres puissances méchaniques, comme aussi la force des tendons pour mouvoir les os des animaux.



NOTES SUR LA TROISIÉME LEÇON.

1. [Art. 1 — *Les Machines simples ou Instruments, que quelques-uns nomment* Méchaniques *ou* Puissances Méchaniques.]

Notes sur la III. Leçon.



LE mot *Puissance* doit être pris ici dans un sens différent de celui qu'on lui a donné dans la seconde Leçon, où le mot *Puissance* (L. 2. n°. 19) signifiant tout ce qui sert à élever un poids, est défini en général ; car ici il ne signifie que l'outil ou l'instrument, qui fait qu'une puissance d'une intensité connuë agit sur un poids ; & par conséquent nous devons prendre garde de n'attribuer aucune force réelle à aucune machine simple ou composée, comme plusieurs le font uniquement parce qu'on a donné le nom de *Puissance* aux instruments méchaniques ; quoique ce ne soit pas à raison de leur effet, mais à cause de l'effet que la puissance produit par leur moyen. Car de quelque maniere que la force de la puissance soit augmentée par les instruments pour soutenir ou pour élever un poids qui lui est de beaucoup supérieur en intensité ; on ne peut pas cependant y parvenir sans perdre en espace & en tems ce que l'on gagne en force ; ce qui est bien opposé à ce que quelques-uns ont vainement imaginé ; parce que le vulgaire parle ordinairement d'une machine comme si c'étoit un animal, & attribue à la machine l'effet qui ne vient que de la puissance qui le produit par le moyen de la machine ; delà vient qu'on dit ordinairement, *cette machine éleve une telle quantité d'eau*, ou *fait un tel & un tel ouvrage ;* au lieu qu'on devroit dire, si l'on vouloit parler exactement & philosophiquement, *ce courant d'eau, cette chute d'eau, le vent*, ou *un tel nombre d'hommes, de chevaux* ou *de bœufs*, &c. *élevent une telle quantité d'eau dans un tel tems*, &c. *par une telle ou telle machine*, comme nous l'avons observé dans la Note 6. sur la derniere Leçon. Il seroit donc à souhaiter que le mot *Puissance* fût borné à son sens propre, & qu'on ne s'en servît pas pour exprimer des instruments méchaniques ; mais comme on est en usage de le prendre dans ce sens, je crois qu'il est à propos de suivre cet usage avec la précaution que je viens de donner.

2. [— 3. *Réduisant toutes les puissances méchaniques au lévier, ou expliquant toutes leurs opérations par celle du lévier*, &c.] Quoiqu'on puisse faire voir aisément (comme nous le ferons à la fin de cette Note) que tous les autres instruments méchaniques contiennent virtuellement un lévier ; c'est-à-dire, que si on ne laissoit que le seul lévier dans toutes les autres machines simples, en retranchant tout le reste, la même proportion réciproque entre les vitesses de la puissance & du poids, & leurs intensités, se verroit aussi clairement dans un tel lévier, que dans la machine, avant qu'elle y fût réduite : il ne suit pourtant pas delà, qu'on puisse avec le lévier seul venir au but de tous les autres instruments méchaniques ; car on les a imaginés de différentes formes, pour répondre aux différentes maniéres de travailler, qui sont requises dans les opérations méchaniques pour les usages de la vie,

NOTES sur la III. Leçon.



étant souvent impossible d'employer un instrument méchanique à la place d'un autre, & toujours étant plus commode d'employer l'un que l'autre, dont le choix dépend de la sagacité de l'Artiste.

Ainsi dans la balance (soit que ce soit une balance simple ou une romaine) les marchandises que l'on achete, ou les corps pésants dont on veut connoître la quantité de matiére, ne doivent pas être élevés avec vîtesse, mais on suppose seulement qu'ils fassent *équilibre* avec un poids connu, qui dans cette machine sert de *puissance*.

Mais on ne se sert que rarement ou presque jamais du poids comme d'une puissance dans les autres instruments méchaniques, excepté dans un très-petit nombre, & dans les machines de guerre des Anciens, qui ne sont plus en usage.

La force d'un ou de plusieurs hommes est la puissance appliquée au lévier; ici la puissance doit toujours surpasser le poids, en ajoutant un peu plus de vîtesse ou un peu plus d'intensité à la puissance, par-dessus la proportion réciproque requise dans la balance. Avec cet instrument on écarte un peu les corps pésants pendant un tems, comme les grandes pierres dans la bâtisse, les grands tuyaux de bois, de plomb ou de fer dans les machines hydrauliques, & les grandes poutres; mais les léviers ne servent qu'à élever ces corps assez haut pour les poser sur les voitures, &c.

Si l'on veut élever une pierre à une hauteur considérable pour la poser dans l'endroit qui lui convient dans une bâtisse, ou si l'on veut élever un autre corps à quelque hauteur au-dessus de trois ou quatre pieds, le lévier devient inutile, & il faut alors employer les poulies selon quelqu'une des méthodes dont on a parlé dans cette Leçon. (n°. 37, 38, 39, 40, 41). Les poulies & mouffles sont fort commodes lorsqu'on n'a point de place pour un cabestan, & lorsque les corps doivent être élevés en différents endroits, parce qu'on peut les transporter aisément; mais le poids ne doit pas être fort grand, par la raison que plusieurs hommes ne peuvent pas agir tous à la fois & également sur une seule corde; & que si l'on augmente beaucoup la puissance par le nombre des poulies ou des rouës dans les mouffles, la corde doit être d'une longueur prodigieuse, & par conséquent incommode.

Le tour, le cabestan, ou le vindas, qui ne sont qu'une même machine différemment située, est en usage lorsque les poulies ne suffisent pas. Par exemple, s'il faut tirer l'eau d'un puits profond, on se sert d'une rouë avec des rayons pour tourner l'aissieu sur lequel la corde est roulée pour élever le sceau ou les sceaux. Dans la bâtisse un cabestan, dont la construction ne donne pas plus d'avantage qu'une mouffle ou poulie à plusieurs yeux, ne laisse pas d'être plus utile, parce qu'on peut y employer huit, dix ou douze hommes pour pousser les barres, au lieu qu'on ne peut en employer que trois ou quatre à la corde d'une poulie. Si les quatre barres du cabestan sont si longues, que trois hommes appliquant leur force sur chacune, celui du milieu se trouve à trois pieds de distance de l'axe du mouvement, & que l'aissieu sur lequel la corde se roule ait six pouces & demi de diametre, ces douze hommes feront autant que 72, mais en six fois plus de tems. On feroit la même chose & dans le même tems, par le moyen de deux hommes qui marcheroient dans une rouë verticale de 24 pieds de diametre (que quelques-

uns

ens nomment contre-rouë, dont l'aissieu horizontal auroit huit pouces de diametre, & l'on pourroit par l'une de ces machines élever un poids d'environ un tonneau & demi, ou de deux tonneaux. Mais si sur un quai, où l'on ne pourroit employer que deux hommes pour travailler à la gruë, il étoit requis d'enlever de grands blocs de marbre trois ou quatre fois plus pesants que le poids dont nous venons de parler, (car un bloc de marbre de six pieds de longueur, de quatre de largeur, & de 4 d'épaisseur, peseroit de 7 à 8 tonneaux) la contre-rouë devroit être de 72 pieds de diametre, & l'aissieu de 8 pouces, ce qui est impraticable, à cause du volume & des frais; ou l'aissieu devroit avoir trois fois moins de diametre, & alors il ne seroit pas assez fort pour soutenir le poids.

Dans ce cas il faut employer un tour composé, tel qu'il est décrit dans cette Leçon (N°. 47); mais avec un pignon de plus: par exemple, si l'on arrête à l'aissieu précédent de huit pouces de diametre, une rouë dentée de fer de quatre pieds de diametre, & si cette rouë est engrainée dans un pignon de fer de six pouces de diametre, dont la rouë a trois pieds de diametre, & engraine dans un pignon de 8 pouces, dont la manivelle a un pied de longueur, deux hommes feront la même opération avec cette machine, mais ils employeront trois fois plus de tems. N. B. *Si les dents des rouës sont de cuivre, & les dents ou fuseau des pignons de fer, le mouvement de la machine en sera plus doux & plus uniforme.*

Voici le nombre des dents, des rouës & des pignons.

Le premier pignon qui porte la manivelle, 28.

La premiere rouë qui engraine dans ce pignon, 112.

Le second pignon, 19

La seconde rouë, 171

Et l'aissieu sur lequel la corde se roule, doit être d'environ huit pouces de diametre, parce qu'il porte immédiatement le poids par la corde qui passe sur quelques poulies supérieures ou rouleaux, qui n'augmentent pas la force de la puissance.

Si le cabestan avec les barres dont on a parlé, est fixé pour faire le travail dont il est capable, & qu'il survienne une occasion imprévûe d'élever de fort grands fardeaux, il n'est pas nécessaire d'ôter ce cabestan, pour mettre à sa place la combinaison des rouës dont on vient de parler, parce qu'on peut alors attacher une mouffle à quelque partie du bâtiment, au-dessus de l'endroit où le poids doit monter, & recevoir la corde du cabestan, ensorte que la force de la puissance sera augmentée, selon que les mouffles seront à *deux*, à *trois*, à *quatre*, ou *cinq*, &c. yeux; ensuite on ôtera les mouffles, & le cabestan agira comme auparavant. Dans l'usage de la contre-rouë ou de la gruë de la seconde espéce (n°. 82), on peut dans les occasions augmenter aussi la puissance de la même maniére.

Lorsqu'il n'y a pas lieu d'employer un tour composé de deux grandes rouës & de pignons, on peut faire la même chose par une vis sans fin que l'on fait tourner par deux manivelles d'un pied de longueur chacune, & qui engraine dans une rouë de deux pieds de diametre, avec 72 dents portant un aissieu de 8 pouces de diametre. On a fait voir dans cette Leçon (n°. 79, 81) l'avantage de cette machine.

Notes sur la III. Leçon.

Si l'on veut faire descendre dans un cellier des muids ou pipes de vin ou d'autres liqueurs, ou si l'on veut les en tirer, on pose une planche le long des dégrés, qui dans ce cas est un *plan incliné;* c'est le seul instrument méchanique propre à ce dessein. De même lorsqu'on fait des réservoirs pour l'eau, dans le jardinage, dans les travaux des fortifications, où les charretes ne peuvent pas aller, on se sert utilement de plans inclinés de bois à la place des brouétes, pour porter la terre d'un lieu bas à un endroit plus élevé.

Le coin seul est en usage pour fendre le bois; car la hache qui sert à fendre le petit bois, n'est qu'un coin avec un manche. Le coin est aussi d'un grand usage pour élever une poutre qui doit étayer un plancher qui commence à céder à un trop grand poids dont on l'a chargé, comme dans un Magazin, & il faut y appliquer de cette maniére une si grande force, qu'on soit en état d'élever en même-tems avec le plancher plusieurs mille tonneaux, & les arrêter tous par le moyen de cette petite machine. Car quoique les vis tournées par de longs léviers puissent beaucoup servir à ce dessein, il doit y avoir un espace assez grand pour tourner circulairement avec les léviers; ce qui ne se trouve pas lorsque la partie inférieure du Magazin est pleine de marchandises, qu'il faudroit enlever avec beaucoup de peine & de dépense. Voyez la maniére de faire cette opération dans la 4e. *Figure* de la *Planche* 13.

Planche 13. Figure 4.

BA*b*DEC est une poutre, qui dans sa situation horizontale marquée par les lignes ponctuées B*b* & CD, soutient un plancher. Or lorsqu'on met sur ce plancher de trop grands poids, la poutre se plie, & prend la courbure BA b, ou CED (qui est la même); alors on prend un pilier de bois vertical P*p*, & on le place au-dessus d'une forte planche FF, & au-dessous d'une piéce horizontale E, (que l'on voit ici de côté.) On glisse cette piéce sous la poutre & au-dessus du pilier de bois; ensuite on pousse à grands coups de marteaux les deux coins de bois W, *w* aussi larges que le pilier, en les frapant tous à la fois dans des directions contraires, pour redresser la poutre, & remettre le plancher à sa place, sans ôter aucune des marchandises qui sont sur ce plancher, & sans remuer aucune de celles qui sont en-dessous, excepté autant qu'il le faut pour placer, le pilier & la planche.

Tout le monde connoît les usages de la vis pour élever, abaisser, tirer, pousser, presser ou joindre ensemble les corps; & il est évident par la seule inspection, qu'aucun des autres instruments méchaniques ne peut atteindre au même but.

Nous allons maintenant faire voir comment on peut réduire au lévier tous les autres outils ou instruments méchaniques.

On l'a déja fait voir au sujet de la *romaine*, (& l'on peut l'appliquer aux balances ordinaires) par la 6e. Expérience de cette Leçon. (N°. 29.)

Planche 10. Figure 3. 4.

2°. Les poulies se réduisent au lévier de la maniére suivante. On voit clairement qu'une poulie simple comme ED (*Pl.* 10. *Fig.* 3) est un lévier de la premiére espéce, si l'on en ôte toute la chape, & qu'on ne laisse que la ligne ponctuée ED, qui tient deux corps égaux en *équilibre* autour du centre C. Dans la 4e. *Figure* la poulie inférieure *ge*, & la cheville du centre *e*, est évidemment un lévier de la seconde espéce, où la puissance appliquée en g, éleve dans la direction g *d* un poids W suspendu à la cheville du centre *e*. Ici il est clair que *e* est le point fixe ou *apui* du lévier, g *e* la distance de

la puissance, & *c e* celle du poids; & par conséquent dans l'expérience, la puissance P : est au poids W :] comme *c e* : est à *g e* :: 1 : 2.

En comparant les léviers composés de la *Planche* 9. *Figure* 14. avec le systême des poulies de la *Planche* 10. *Figure* 9, on verra que les quatre poulies réduites à leurs diametres horizontaux, agissent l'une sur l'autre comme quatre léviers de la seconde espéce, dont chacun a pour distance de la puissance 2, & pour distance du poids 1, & par conséquent la raison composée de toutes (n°. 32) est celle du poids à la puissance, ou de 16 à 1; car $2 \times 2 \times 2 \times 2 =$) 16. on verra la même chose en comparant ce systême des poulies inférieures avec la *Figure* 5. *Planche* 13, qui est précisément le même systême, ou assemblage de léviers de la deuxiéme espéce, où les léviers sont marqués, aussi-bien que les forces qui poussent en bas chaque lévier.

Planche 10. Figure 11.

On peut par la 11e. *Figure* de la *Planche* 10, réduire aisément le tour à un lévier de la premiére espéce, représenté par la ligne ponctuée E T; le point fixe étant en K, la puissance appliquée en E, & les différents poids successivement en A, B & T, coupant toujours le reste de la machine. Mais comme la corde qui soutient le poids ne se meut pas dans le même plan que celle qui est tirée par la puissance, il vaut mieux considérer le tour comme un lévier de la premiére espéce deux fois coudé, & comme ayant un axe de mouvement qui passe par l'une des parties coudées, comme dans la 6e. *Figure* de la *Planche* 13. où le lévier coudé A C *c* B se meut sur l'axe J *j* fixé dans le cadre J K L J. B *c* représente le rayon de l'aissieu, & A C celui de la rouë, en supposant B *c* & A C dans le même plan, & à angles droits sur l'axe; autrement s'ils étoient obliques, il faudroit les réduire aux léviers droits, en ne prenant pour longueur que les distances perpendiculaires de B & A à l'axe J J : alors P étant la puissance, & W le poids, la proportion réciproque sera celle-ci, A C : B *c* :: W : P.

Planche 13. Figure 6.

Pour réduire le plan incliné à un lévier, il faut le regarder comme un lévier coudé dans le poids qui roule sur le plan, dont les bras sont comme la longueur du plan à sa hauteur.

Planche 10. Figure 14.

Puisque le triangle A B C (*Planche* 10. *Figure* 14.) est semblable à w Y B (par 4. 6. *Eucl.*) & w Y B à w B N (par 8. 6) dans le lévier coudé w B N, w B : B N :: A B : B C. Mais puisque w N est la ligne de direction du poids w, ce poids doit être regardé comme pressant sur N B, bras le plus court du lévier, au point N, le centre du mouvement étant en B, où le poids sphérique touche le plan, & la puissance appliquée à angles droits à l'extrémité w de w B, bras le plus long du lévier, donc en nommant P la puissance, & w le poids, P : w :: N B : B w :: A B : B C.

N. B. *Ici la puissance, par le moyen d'une corde qui passe sur la poulie* M, *tire dans une direction parallèle au plan; mais si elle tiroit dans quelque autre direction, il faudroit calculer la force oblique de la puissance par le moyen d'un lévier coudé; mais nous renvoyons ceci à des observations particulieres que nous ferons sur le plan incliné, & à des considérations statiques, dans d'autres Notes, excepté la direction parallèle à la base, qui réduit le coin au lévier.*

Ici le triangle A B C représente le coin, qui étant poussé sous le poids, le fait monter à la hauteur perpendiculaire C B, pendant que la puissance pousse le coin dans la longueur de sa base A C; ou, ce qui revient au même,

Notes sur la III. Leçon.

la puissance π tire selon la ligne *W r* parallèle à la base A C. Ici le lévier coudé est O B N, dont le bras le plus court N B soutient le poids en N, pendant que la puissance attachée en O, tire le bras O B à angles droits.

Planche 13. Figure 7. 8. 9. 10. 11.

Les Auteurs ont donné d'autres moyens de réduire le coin au lévier. Par exemple, le coin B F C de la *Planche* 13. *Figure* 7, est regardé comme un lévier de la seconde espéce, dont *l'appui* est en F, & le poids en W, lequel se mouvant autour du centre du mouvement F, par une puissance portée en avant à l'extrémité du lévier de A en L, éleve le poids W. Ou autrement le lévier étant retenu par l'apui B, en sorte qu'il fasse toujours le même angle avec l'horizon, est porté en avant de la position CFB à la position *c f b*, l'apui s'avançant avec lui pour élever le poids en *w*. Dans la 8e. *Figure*, où deux corps sont séparés pour répréſenter l'action de fendre le bois, le coin est réduit à deux léviers de la premiére espéce, qui ont leurs apuis en F, f, les poids en W, w, & les puissances en L, *l*. Ou dans la 9e. *Figure*, deux léviers de la seconde espéce sont supposés fort minces & enfoncés entre les deux poids, en sorte qu'ils pressent contre les extrémités de chacun, & qu'ils ont pour apui commun F, les puissances se mouvant de L, *l*, en *a* & *b*, pendant que les poids W, *w* se séparent : ou autrement (ce qui revient au même) lesdits deux léviers se joignant dans un angle fixe par les apuis L, *l*, (*Figure* 10.) sont regardés comme enfoncés entre les poids, pendant que l'apui commun s'avance dans la ligne F G. Mais parce que dans toutes ces maniéres d'expliquer le coin, la distance de la puissance (& par conséquent sa force) change continuellement, ce qui n'est pas vrai dans le coin, je vais proposer une autre méthode qui conviendra au cas du coin simple ou du coin double, (les distinguant ainsi, selon que le coin agit avec une ou avec deux surfaces) & qui conservera à la distance de la puissance & du poids la proportion qui convient à l'angle du coin. Par exemple, dans le coin LFW (*Figure* 11.) L F W est un lévier coudé, dont le petit *bras* restant toujours le même, éleve le poids x, & le porte en *w*, pendant que le lévier tourne autour du centre F, la puissance en L décrivant l'arc L *l* : ainsi dans le coin double (*Fig.* 12) deux léviers coudés se mouvant autour du centre F, par leurs petits bras F W, F w, séparent les poids W, w; & lorsqu'ils les ont conduits circulairement en X x, les longs bras L F, *l* F tournant autour de F, & décrivans les arcs L M, *l* M, on voit qu'il en résulte le même effet, que si tout le coin F M avoit été poussé entr'eux dans la direction N M.

Ayant fait voir que la vis agit, ou comme un plan incliné, ou comme un coin, il est évident que ce que l'on vient de dire la réduit au lévier.

3. [— *La quantité du frottement dans les machines.*] La plûpart des Écrivains en Méchanique, ont observé qu'il y avoit une perte de force dans l'operation des machines, eu égard au frottement de leurs parties ; mais ils n'ont pas assez considéré ce frottement. Delà vient que plusieurs personnes (qui se sont appliquées à l'étude des méchaniques, sans s'être beaucoup exercées à la pratique) s'imaginent en comparant les effets qui sont produits par les machines qu'ils examinent, avec les puissances qui leur sont appliquées, que la machine est fort défectueuse, & l'invention mauvaise, parce que l'effet différe trop du calcul qu'elles ont fait en faisant abstraction du frotte-

ment ; se persuadant qu'à la vérité on doit avoir quelque égard à la perte de la force causée par le frottement, mais qu'elle ne doit pas être à beaucoup près aussi grande qu'ils la trouvent. Prévenus de cette idee, les faiseurs de projets inventent de nouvelles machines (qui sont nouvelles pour eux, quoique peut-être on les trouve dans de vieux Livres, qu'elles ayent été autrefois en usage, & ensuite oubliées & négligées). Ils supposent qu'elles feront beaucoup plus, que ce qu'ils ont vû exécuter avec la même puissance, parce qu'ils ont trop peu d'égard au frottement. Pleins de cette espérance, ils font la dépense de 70 ou 80 livres pour obtenir un privilége en faveur de leur nouvelle invention ; ils divisent ensuite le privilége en portions, & ils engagent des gens plus ignorants qu'ils ne sont eux-mêmes, à contribuer à cette entreprise (qu'ils supposent avantageuse) ; jusqu'à ce qu'après bien du tems & de l'argent perdu, ils trouvent que leur propre machine est plus mauvaise que les autres qu'ils se flattoient de surpasser de beaucoup. C'est ce qui s'est pratiqué fort communément les vingt derniéres années ; car quoique quelques-uns de ces faiseurs de projets ayent été d'ailleurs des fripons, cependant la plûpart se trompent les premiers eux-mêmes, & ceux qui sont réellement trompés, trompent plus aisément, & attirent les autres par leur vivacité, & par leur entêtement. C'est pourcela que je crois qu'il sera avantageux au Public de traiter ici à fonds ce qui regarde les frottements, autant que je pourrai y parveair par les expériences que les autres ont fait (surtout les Membres de l'Académie Royale à *Paris*,) & par mes propres expériences & observations.

Je n'examinerai pas ici le frottement, ou plûtôt la résistance qui vient de la mauvaise construction des parties d'une machine qui doivent agir les unes sur les autres par leur mutuelle application ; lorsqu'on fait agir ces parties obliquement dans le tems qu'elles devroient agir à angles droits, ou lorsqu'on les fait agir plus obliquement qu'elles ne doivent le faire, ce défaut ne venant que d'une théorie imparfaite, & de l'igorance de l'Ouvrier.

Mais je parlerai seulement du frottement, qui est inévitable par la nature des matériaux, quelque polis qu'ils soient, dans le premier usage que l'on fait d'une machine, & de celui que le tems produit, à mesure que les parties portent inégalement, ou deviennent rouillées, ou pourries, faute d'huile, ou de graisse, ou par un long usage : ensorte que les surfaces qui se touchent, & qui étoient aussi polies que la main d'un habile Ouvrier a pû le faire, deviennent très-rudes & inégales par ce moyen, & ajoutent beaucoup de frottement à celui, qui par la nature des matériaux n'a pas pû s'éviter au commencement. C'est ainsi qu'un vieux tourne-broche demande plus de poids pour le faire aller, lorsque les pivots & les trous où ils entrent sont beaucoup usés, & une ferrure bien faite s'enrouille faute d'huile, qui la défendroit contre les sels acides de l'air, & l'on ne peut pas l'ouvrir sans peine avec une clef rouillée, quoique la figure tant de la ferrure que de la clef, soit aussi parfaite qu'au commencement. Le bois se pourrit, se gonfle, se déjette & s'écarte de ses premiéres dimensions par le tems, & les cordes qui roulent autour des poulies ou des rouleaux, le font avec plus de difficulté à mesure qu'elles se roidissent par l'humidité, ou qu'elles deviennent plus entortillées de quelque maniére que ce soit.

NOTES sur la III. Leçon.

Pour procéder méthodiquement, nous examinerons le frottement inévitable de chacune des machines simples, ou instruments méchaniques en particulier.

Le lévier eû égard au travail qu'il fait, est sujet à un fort petit frottement, se mouvant sur une petite surface qui traverse l'instrument comme une ligne où est appliqué l'*appui* ou l'*axe du mouvement*, que l'on ne regarde dans la théorie que comme un point, & qu'on nomme *centre du mouvement*.

Quoique la balance (dont la construction aproche le plus de celle du lévier) n'ait pas plus de frottement à proportion de sa longueur, que le lévier; cependant elle en a trop de beaucoup, pour une balance délicate, comme on le voit par expérience. Il y a peu de faiseurs de romaine qui connoissent en quoi consiste la délicatesse d'une balance; mais ils suivent ordinairement leur routine, ou lorsqu'ils veulent exceller, ils tâchent de se surpasser les uns les autres en ornements, ou dans la finesse de l'ouvrage, consultant plûtôt la beauté que l'utilité, & croyant que tout est fait, lorsqu'ils ont construit une balance qui tombe avec une petite partie d'un grain.

Pour me rendre utile à ceux qui veulent faire des balances fort exactes, ou à ceux qui veulent s'en servir, j'entrerai ici dans le détail des défauts que j'ai trouvé dans les balances qui passent pour être extraordinairement bonnes, & je ferai voir de quelle maniére on peut, à mon avis, éviter ces defauts, & ce que l'on peut attendre de mieux d'une balance bien faite.

M. *George Graham*, & moi, l'été dernier, nous étant mis à faire quelques expériences avec le Brigadier *Armstrong*, Intendant pour les Ordres de Sa Majesté, nous avons examiné une balance faite par un Ouvrier fort habile, & conservée dans un étui de verre, afin que l'air n'eût point d'action sur elle. Cette balance étoit regardée comme extrêmément délicate, parce que la 256e. partie d'un grain la faisoit tomber; mais après l'avoir bien examinée, il parut qu'elle s'écartoit de cette délicatesse, quelquefois de trois des parties précédentes; ce qui nous fit d'abord penser que la balance avoit peut-être un *bras* plus long que l'autre; mais à la fin nous trouvâmes que cette différence venoit de la situation de l'axe du mouvement; car si dans le cercle

Planche 13. Figure 13.

A *a* B *b* (*Planche* 13. *Figure* 13.) qui porte sur sa partie inférieure A, l'axe ou le côté tranchant de C, ce côté ne reste pas en repos en A, mais en *a* ou *b*, le *bras* qui fera de l'autre côté de A fera prépondérant; ce qui arriva dans nos expériences, jusqu'à produire une différence trois fois plus grande que lorsque nous faisions tomber la balance dans sa vraie situation. Or puisque le frottement augmente à proportion des poids qui portent sur l'axe du mouvement (comme nous le ferons voir dans la suite), cette erreur augmentera de la même maniére, & deviëndra considérable à mesure qu'on y pésera des corps plus pésants; de sorte que lorsque nous croyons avoir un *équilibre*, en tenant seulement en haut le fleau E L avec le poids suspendu à ses extrémités dans la balance, nous trouvons en le laissant tomber de nouveau, que l'*équilibre* est perdu; tant il est difficile de placer le tranchant ou l'axe du mouvement au même endroit où il étoit auparavant, ou de lui donner un vrai support au commencement, sur la partie inférieure de l'anneau en A. Les Faiseurs de balances tombent aussi de tems en tems dans une autre faute, qui est de ne pas faire les bras exactement de la longueur requise; & pour cacher ce défaut, ils ajustent la balance en limant une partie de



Planche 13. Figure 13.

l'épaisseur du plus long bras, & quelquefois par le moyen des bassins. D'autres aussi voulant orner une balance délicate, affoiblissent un fleau trop délié, précisément sous l'axe où il doit être plus fort.

Pour faire une balance très-exacte, il faut garder les régles suivantes.

1. L'aissieu C doit être de bon acier bien trempé & bien poli, mais son tranchant ne doit pas être assez aiguisé pour pouvoir couper.

2. Les deux anneaux sur lesquels l'aissieu doit porter, tels que *A a* B *b*, doivent aussi être d'acier bien trempé & bien poli, mais leur partie inférieure doit former l'extrémité étroite d'une ovale, ensorte que le trou soit de la figure K. Les plans de ces anneaux avec les piéces qui les menent, qui sont répréséntées par *m n* comme rompuës, avec la languette *O*, qui est aussi rompuë entre les deux) doivent être aussi exactement paralléles l'une à l'autre, & leur axe commun doit être une seule & même ligne.

N. B. *Si l'on faisoit ces anneaux d'agathe ou de quelque pierre plus dure bien polie, ils vaudroient mieux que s'ils étoient d'acier.*

3. Les points de suspension des bassins, tels que S, doivent être à une distance exactement égale du point C du milieu du fleau, & la partie inférieure du trou S, doit être le tranchant d'un acier bien dur & bien poli.

4. Chaque bassin étant accommodé avec son crochet & ses cordons, doit être pésé séparément dans une autre balance, & l'on doit observer de les péser chacun dans la même bassin, & avec le même contre-poids dans l'autre bassin, sans sécouer le fleau pour changer la position de l'axe de la maniére qu'on l'a dit ci-devant.

5. Lorsque le fleau étant suspendu, il paroît par sa languette (c'est-à-dire, par la piéce déliée perpendiculaire au-dessus de l'axe) qu'il a ses deux *bras* exactement en *équilibre;* on éprouvera si les points de suspension sont à une distance exactement égale de l'axe en A, en y suspendant les bassins (préparés comme on vient de le dire) & s'ils sont en *équilibre*, on les changera l'un pour l'autre, & l'on sera par ce moyen assuré que les deux bassins & le fleau sont bien ajustés.

6. Mais si l'un des bassins l'emportant sur l'autre, on voit que le fleau est divisé inégalement, alors on pliera avec des pincettes la partie L du crochet, pour approcher ou éloigner S autant qu'il faudra, du point A; & si cela trouble l'*équilibre* du fleau sans les bassins, on suspendra un fil ou quelque petit poids du côté du fleau que l'on a rendu plus court, pour rétablir cet *équilibre*; ensuite on éprouvera avec les bassins, si cet *équilibre* subsiste, & on limera du bras le plus pésant autant que pese le fil ou le petit poids. Si le fleau est d'acier, après que le crochet L F a été trempé, on doit en ôter la trempe de la partie L, afin qu'elle soit assez douce pour plier sans se rompre.

7. Les points de suspension pour les bassins, tels que S, doivent être dans la même ligne horizontale que l'axe A, les bassins doivent être suspendus fort librement à leurs crochets, & le centre de gravité du fleau doit être fort peu au-dessous de A.

8. Lorsque le fleau d'une balance pese de trois ou quatre onces jusqu'à environ une ou deux livres, quelquefois les point de suspension des bassins sont enfermés dans des boëtes comme B (*Planche* 13. *Figure* 14.) & ils sont

Notes sur la III. Leçon.

Planche 13. Figure 14. 15. 16. & 17.

traversés par une piéce quarrée d'acier C, dont la partie supérieure a au milieu un tranchant comme l'axe du fleau, mais qui tourne seulement en haut, pour soutenir l'œil E *e*. Le crochet C *c* (*Figure* 15.) du bassin représente une des piéces da la boëte, & sa section du milieu est marquée D, (*Figure* 16) dont le tranchant supérieur supporte l'œil D F. Pour ajuster parfaitement cette balance (tout le reste étant fixé comme on l'a dit ci-devant) il doit y avoir un long trou comme H *h* (*Figure* 17) pour suspendre les piéces telles que C *c*, qui doivent s'y mouvoir, ensorte qu'elles soient poussées plus près ou plus loin de l'axe de la balance, par le moyen d'un clou à vis P; afin que lorsqu'elles parviennent à être dans une distance exactement égale de cet axe (ce qui ne peut se connoître qu'en y suspendant des bassins ou des poids exactement égaux, ayant égard à l'effet des clous allongés ou raccourcis hors de la boëte par le mouvement de la vis) on puisse arrêter les piéces C *c*, limer les clous à vis, & remplir le reste du trou de chaque côté de la piéce C *c*.

N. B. *Il ne faut pas s'attendre qu'une grande balance soit aussi exacte que l'est une petite balance; parce que le frottement augmente à mesure qu'elle est plus pésante: ensorte que si une balance, dont le fleau & les bassins pésent six onces de Troy, trébuche avec $\frac{1}{16}$ d'un grain, on peut dire qu'elle est aussi délicatement ajustée que celle dont on a parlé, du Brigadier* Armstrong, *laquelle pésant 16 fois moins, trébuche avec $\frac{1}{256}$ d'un grain. De même lorsqu'une balance trébuche avec une petite partie d'un grain, on ne doit pas s'attendre qu'elle le fasse aussi aisément lorsque les bassins seront chargés; car alors ils deviendront moins exacts à proportion que leur poids augmentera.*

La poulie est sujette à un grand frottement par la roideur des cordes, la petitesse des roues à proportion de leurs chevilles centrales, & leur frottement contre les côtés du bloc ou de la chape où elles se meuvent.

Il faut éviter avec soin, que les poulies qu'on employe dans la bâtisse, ou en quelque endroit que ce soit à terre, ne reçoivent aucune humidité; car autrement les cordes s'entortillent & s'épaississent, de sorte qu'il faut souvent une grande force pour les tirer des chapes dans cet état, même lorsqu'elles ne portent aucun poids; mais lorsqu'on ne peut pas éviter de les mouiller, il faut se servir de cordes gaudronnées comme à la mer.

Pour empêcher les roues de frotter trop contre les chapes qui les portent, il faut mettre sur les chevilles de chaque côté de la roue des anneaux minces de cuivre ou de fer d'un diametre beaucoup moindre que celui de la roue.

Pour diminuer le frottement qui résulte des grandes chevilles lorsqu'on a de grands poids à élever, il faut augmenter considérablement le diametre des roues, quoiqu'en certains cas la machine en devient trop embarassante, & par conséquent difficile à manier. Mais parce qu'on ne s'imagine pas communément qu'il y ait tant de différence entre les petites & les grandes poulies, pourvû que leur nombre & leur combinaison ne varient pas. Je vais expliquer ce cas en examinant le moyen de trouver la quantité de frottement, & me bornant à dire que selon les expériences & les calculs de M. *Amontons* (Mémoires de l'Académie Royale pour 1699.) Il y a tant de frottement dans les poulies, eû égard à la force requise pour plier les cordes, & pour surmonter le frottement des chevilles, lorsque les roues sont petites,

que

que si sur une poulie fixe de trois pouces de diamétre avec une cheville d'un pouce, on fait passer une corde de $1\frac{1}{3}$ pouces de diamétre, qui porte 800 livres à chaque bout, ces deux poids se soutiendront en équilibre dans ce cas (parce que la poulie ne fait ici que la fonction d'un rouleau) ; mais pour faire que l'un des poids soit prépondérant, & qu'il surmonte tous les frottemens, en sorte qu'il emporte l'autre poids, il faudra ajouter $436\frac{2}{3}$ à celui que l'on veut prendre pour la *puissance :* mais si la poulie avoit eu 24 pouces de diamétre, les diamétres de la corde & de la cheville restant les mêmes qu'ils étoient dans la petite poulie, l'addition de 45 livres auroit suffi à la puissance, pour la mettre en état de mettre le poids en mouvement & de vaincre le frottement. Il est donc à propos de considérer la quantité de frottement pour se bien conduire dans la pratique ; car dans cet exemple, en n'employant seulement qu'une roue de poulie de 24 au lieu de 3 pouces de diamétre, la force nécessaire pour surmonter le frottement se trouve diminuée de la quantité de 391 $\frac{1}{4}$ livres ; de sorte qu'en ajoutant à la puissance moins que $\frac{1}{16}$, elle enlevera le poids, tandis que dans l'autre cas, il faut y ajouter plus de la moitié.

Le *Tour* a fort peu de frotement, si la roue est grande & l'aissieu petit ; excepté celui qui résulte de la corde qui se plie autour de l'aissieu, si l'on employe une grande corde pour élever un grand poids. Mais nous ferons voir comment on peut trouver le frottement de l'aissieu quel qu'il soit, après que nons aurons parlé du frottement des autres machines en general.

Le plan incliné n'est pas sujet à beaucoup de frottement, si le poids qui y roule est sphérique ou cylindrique ; car alors tout le frottement ne résulte que de ce que le plan n'est pas parfaitement dur, en sorte qu'il cede un peu au corps qui roule, ce qui altére dans cet endroit l'inclinaison du plan en le rendant plus escarpé, & rendant la ligne de direction un peu inclinée au plan : de même si le plan étant dur, le corps cede un peu & change de figure, il doit être élevé à chaque impulsion ou monter par secousses. Mais si le corps qui monte sur un plan incliné n'est pas sphérique ni cylindrique, mais plat comme une poutre, ou au moins comme un traîneau chargé, alors le plan incliné doit avoir un grand frottement, & nous ferons voir de quelle maniére on doit l'estimer.

Le coin a un grand frottement ; car outre tout celui du plan incliné dont on vient de parler, lorsque des corps plats glissent l'un sur l'autre, on doit y ajouter le tiers de la pression que le même corps donne de plus au coin qu'au plan incliné, à raison de l'obliquité de la traction, le coin n'étant qu'un plan incliné dont la ligne de direction est paralléle à la base, au lieu d'être paralléle à lhypotenuse d'un triangle, dont la hauteur est l'epaisseur du coin.

N. B. *Je ne ferai pas mention ici de la cohésion du bois ou des corps qui doivent être fendus, parce que la résistance qui de ce côté-là doit être surmontée, est regardée comme un poids, & par conséquent attribuée au poids, & non à la puissance.*

La vis a un frottement de la meme espéce que celui du coin ; mais il est

Notes sur la III. Leçon.



plus grand, parce qu'elle touche tout à la fois dans toutes ses parties, ce que le coin ne fait pas. *

Planche 11. Figure 11.

La vis plate ou à fil quarré (*Planche* 11. *Figure* 11.) ne représentant qu'un simple coin qui s'éleve dans la direction H K ou L M, &c. a moins de frottement que la vis à fil tranchant (*Planche* 11. *Figure* 14.); parce que dans celle-ci la surface du fil est inclinée à la base aussi-bien qu'à l'axe ou arbre de la vis. Mais la vis sans fin (*Planche* 11. *Figure* 13.) a encore plus de frottement que la vis ordinaire à fil tranchant, parce qu'elle est obligée de prendre obliquement les dents de la roue qu'elle pousse.

C'est pour cela que dans les horloges ou montres de poche, ceux qui veulent changer les rouës & pignons en vis sans fin, doivent être prevenus du grand frottement qu'ils y trouveront, & ils ne doivent pas s'en servir à moins que la nature du mouvement ne l'exige, & qu'ils ne gagnent plus par l'altération de la direction du mouvement, qu'ils ne perdent par le frottement.

Pour établir une Théorie du frottement, qui puisse nous diriger dans la pratique (afin que nous puissions non-seulement en estimer au juste la quantité dans chaque machine simple, mais trouver encore le frottement de toutes les différentes parties qui forment une machine composée, en sorte que nous soyons en état de connoître ce que nous devons attribuer au frottement dans le total de la machine complexe;) la chose dépend de tant d'expériences & d'observations, que j'ai pris le parti d'examiner cette maniére dans une *Leçon* destinée à cette fin (c'est-à-dire dans la 4e *Leçon* suivante) plûtôt que de m'y attacher ici, ce qui donneroit trop d'étendue à ces notes & en feroit un volume; d'autant plus qu'il me reste tant de réflexions à faire sur différens articles particuliers de cette 3e *Leçon*, qu'elles surpasseront de beaucoup la longueur de la *Leçon* même; à moins que je n'obmette à dessein certains articles très-importans, dont il seroit trop difficile de parler dans les Leçons suivantes, que j'ai rendu assez aisées, pour n'exiger que l'attention du Lecteur, sans aucune connoissance préliminaire des Mathématiques.

4. [20 — *Du fleau qui pend librement sur son centre de mouvement, lequel est placé un peu au-dessus de son centre de gravité.*] Comme il n'y a que la position horizontale du fleau de la balance qui puisse nous faire juger du poids des corps comparés par cet instrument, nous devons bien prendre garde que le centre du mouvement ou le point de suspension du fleau ne soit pas dans le centre de gravité, parce qu'alors non-seulement le fleau restera dans toute position donnée (aussi-bien étant incliné qu'étant horizontal) par L. 2, n°. 26. mais qu'il continuera aussi dans cette position lorsqu'on aura suspendu des poids égaux à ses extrémités. Pour éclaircir ceci nous examinerons la premiere *Figure* de la *Planche* 14.

* Quoiqu'à parler exactement, le frottement des corps du même poids n'augmente pas à proportion du nombre des parties qui frottent; cependant la chose arrive dans le cas present, parce que les surfaces qui frottent s'appliquent moins exactement raproché l'une à l'autre que dans le coin.

Notes sur la III. Leçon.



Planche 14. Figure 1.

H C *b* D représente la coupe d'un fleau qui a quelque épaisseur, lequel étant suspendu par son centre de gravité K, restera aussi-bien dans la position inclinée A E B F que dans la position horizontale : si les corps pesans P, W (égaux, supposé que le fleau soit divisé également dans sa longueur par le point K, ou réciproquement proportionnels aux *bras*, si le fleau est divisé inégalement) sont suspendus aux extrémités A, B, ils resteront en *équilibre* dans toutes les inclinaisons du fleau de quelque grandeur que soit le fleau. 1°. Supposons le fleau si délié qu'il ait peu ou point de poids en comparaison des corps, comme la ligne A B, avec son centre de gravité en K, il est évident que le centre commun de gravité de P & de W qui est en G, ne sera pas éloigné sensiblement du point G par l'addition du fleau que l'on suppose n'avoir que peu ou point de poids, ni par l'écart des corps en *p*, *w*, lorsque le fleau prend l'inclinaison *a b*. (Leç. 2, n°. 31, 32, 33.) 2°. Si l'on considére le fleau avec tout son poids; lorsque dans la situation horizontale C D, la partie pesante C B pressant sur A B, étant égale & également distribuée au-dessus du fleau & la partie inférieure A D égale à C B étant suspenduë au-dessous de la même maniére que C B presse au-dessus, le centre de gravité du fleau ne sera pas à cet égard éloigné du point K; mais le centre commun de gravité des corps P, W, & le fleau seront éloignés de G en *g* sous le centre du mouvement K; donc la balance & les poids resteront dans cette position, puisque le point K de la ligne de direction est soutenu (L. 2, n°. 47). Ni les poids (qui dans une balance pendent toujours librement) ne seront pas non plus capables d'altérer cette position par leur suppression, parce que les distances A K, B K de leurs lignes de direction au centre du mouvement K, (d'où dépendent leurs vîtesses) seront égales, ou réciproquement proportionnelles à leurs masses. (L. 2, n°. 13. & L. 3, n°. 18 & 22). Maintenant si le fleau est incliné dans la position E A F B, nous pouvons encore y considérer le fleau délié A B chargé en-dessus & en-dessous de deux coins prismatiques A F B & A E B dont les centres de gravité étant en *m* & *n*, leurs lignes de direction passeront par les points *r* & *s*, également éloignés du centre du mouvement K, donc ils se balanceront mutuellement (n°. 18), & par conséquent ils n'altéreront pas la position inclinée du fleau. Ensuite si nous considérons les poids *p* & *w* suspendus aux points *a* & *b*, le centre commun de gravité du fleau & des poids sera toujours en *g*, & les distances des lignes de direction des poids devenant à présent *t* K & *u* K, décroîtront exactement en raison réciproque des poids; en sorte qu'ici il ne sçauroit y avoir aucun mouvement occasionné par cette position du fleau & des poids, parce qu'il n'y a point de changement de place, dans le centre commun de gravité de toute la balance chargée ou dans la vîtesse respective des poids.

Mais si l'on porte en *k* le centre de mouvement ou le point de suspension de la balance, un peu au-dessus du centre de gravité du fleau K, la ligne de direction qui dans la position horizontale du fleau est *k g*, sera dans sa position inclinée hors du point de suspension, qui alors viendra en *c*, & le centre de gravité ira de *g* en *q*, ce qu'il peut faire en décrivant un petit arc autour du point *c*. Cela réduira le fleau à sa position horizontale,

NOTES sur la III. Leçon.

Planche 14. Figures 1, 2.

dans laquelle la ligne de direction sera *cq*, passant par le point de suspension *c*, & par conséquent *les poids qui étoient en* équilibre *sur une balance dont le centre de mouvement est au-dessus du centre de gravité du fleau, réduira ladite balance de la situation inclinée à la position horizontale.*

Maintenant en fixant le centre de mouvement du fleau au-dessus du centre de gravité, on doit avoir soin de le fixer au-dessus des points de suspension, comme quelques Auteurs l'ont enseigné, & comme on le fait dans la pratique des balances ordinaires, que l'on peut considérer comme composées de deux leviers, formant un angle obtus en *k* centre du mouvement, pendant que les points de suspensions A, B sont au-dessous de son niveau dans la ligne AB. Cette balance est en usage pour les destinations communes, parce qu'elle se met plûtôt en équilibre, que si A*k*B n'étoit qu'une seule ligne; *mais c'est une balance fausse, & les personnes rusées peuvent s'en servir pour tromper à proportion que l'angle* A *k*B *est plus aigu; sur-tout lorsqu'il n'y a point de piéce perpendiculaire ou languette* C*r* (*Figure 2. Planche 14.*) *pour faire voir si la balance est véritablement horizontale; car des poids inégaux peuvent former un* équilibre *sur une telle balance, & on ne le découvrira pas en changeant les bassins*, ce qui pourtant découvre la tromperie dans une balance dont le fleau a les *bras* inégaux (n°. 27.) Par exemple, soit la balance ACB*e* (dont le centre de gravité est en *c*, & le centre de mouvement en C, avec les poids égaux PP, suspendus à ses extrémités AB) placée dans une position inclinée *a b*; je dis que comme la ligne de direction D*d* du poids P est portée plus près du centre de mouvement (sçavoir en *q π*) ledit poids peut être augmenté à proportion que sa distance C*π* se diminue étant réduite à C*q*, & il agira avec toute la même force sur son point de suspension: pendant que la ligne de direction du poids opposé P, étant éloignée de D*d* en *b ω*, sa distance C*ω* devient C*b*, & par conséquent P doit être diminué à proportion que sa distance est augmentée; donc dans cette situation de la balance les poids P & P se tiendront en *équilibre*, lorsqu'ils seront en raison réciproque de leurs distances *q*C & *b*C ou *b*C & C*α*, si la balance est inclinée de l'autre côté dans la ligne *α β*; & la découverte ne pourra s'en faire que par l'inclinaison visible de la languette vers *s* ou *t*. C. Q. F. D.

Plus le centre de gravité du fleau est proche du centre du mouvement, plus la balance sera délicate; parce que le fleau sera plus propre à faire promptement ses vibrations d'un côté à l'autre. Comme par exemple, si *a c b* C (*Planche 14. Figure 2.*) est le fleau, & C le centre ou axe du mouvement, la différence entre l'effet d'avoir le centre de gravité en K, ou *c*, sera la même que si nous comparions les vibrations de deux pendules des longueurs CK & C*c*, dont les vitesses dans leurs vibrations sont en raison réciproque sous doublée de leurs longueurs (comme je le ferai voir plus au long lorsque j'en viendrai aux pendules) car le fleau est réellement un pendule.

EXPERIENCE *Planche 14. Figure 3.*

Planche 14. Figure 3.

FIXEZ au fleau AB dont l'axe de mouvement est C un clou à vis K*c*,

& une balle W qui puisse entrer à vis vers l'axe C ou s'en éloigner. Lorsqu'en portant la balle vers W le centre de gravité est en K, les vibrations du fleau seront plus promptes que lorsque le centre de gravité est poussé vers k en abaissant la balle en w. *Cela peut servir dans la pratique pour quelques expériences délicates, parce que par cette invention le centre de gravité peut s'approcher autant que l'on veut du centre du mouvement.*

NOTES sur la III. Leçon.



Planche 14. Figures 3, 4.

N. B. On voit par ce qui a été dit dans la 2e Leçon, que le centre de gravité ne doit jamais être au-dessus du centre du mouvement.

5. [27 — *Dans tous ces cas nous supposons que les poids sont suspendus librement aux extrémités de la balance où ils sont attachés.*] QUOIQUE dans l'usage commun de la balance les poids qui se contrebalancent, ou les bassins, pendent pour l'ordinaire librement : cependant il y a certains cas où ils ne le font pas : & dans les machines composées, où les balances sont souvent une partie de la machine complexe ; au lieu des poids, les puissances sont appliquées à leurs extrémités dans toutes sortes de directions, & alors elles deviennent des leviers de la premiere espéce ; tels sont les Régulateurs dans plusieurs machines hydrauliques, les fleaux pour mouvoir les soufflets, &c. Je vais donc examiner les effets des puissances appliquées obliquement à une *balance mathématique*, ou à une ligne droite inflexible ; ce qui résoudra aussi tous les cas du levier, & pourra (avec les restrictions convenables) s'appliquer à toutes sortes d'instrumens méchaniques.

Soit la balance A B (*Planche* 14. *Figure* 4.) de douze pouces de longueur, & divisée également à son centre de mouvement C, qui soutienne à ses extrémités les deux poids égaux W, P, en regardant celui-ci comme la puissance. Pendant que la puissance tire dans la direction B P, elle agit selon toute son intensité (L. 2, n°. 20.) sa distance alors C B = C A distance du poids, & les deux distances étant mesurées sur le fleau : mais si la puissance est éloignée vers P, & si (sa corde B x P passant sur sa poulie x) elle tire obliquement selon la ligne B x qui fait avec le fleau l'angle aigu C B F, ou (ce qui revient au même) l'angle obtus C B E (parce qu'on le suppose ici surpasser autant l'angle droit que C B F en est surpassé, C B F étant = C B φ) la force de la puissance sera diminuée à proportion que C F ou C φ, distance à la ligne de direction de la puissance qui agit obliquement, est moindre que C B distance à la ligne de direction de la puissance qui agit directement ou à angles droits sur le *bras* de la balance C B (n°. 20) ; connoissant donc l'intensité de la puissance, laquelle agissant à angles droits en B (ou qui étant suspendue librement en B, si c'est un corps pesant qui représente comme ici la puissance) tient le poids opposé W *en équilibre*, on peut aisément trouver combien on doit augmenter la puissance pour tenir ce poids en équilibre, lorsqu'il tire obliquement selon une direction connue, comme par exemple, selon la direction représentée dans la figure ; ou (ce qui revient au même) combien le poids P attaché en B passant sur la poulie x, doit être plus grand que le poids P, qui pend librement, pour produire le même effet. Menez avec la distance C F ou C φ l'arc F f φ, qui coupe C B en f, & vous aurez la quantité de P par cette analogie :

Leçon sur la III. Leçon.

Comme la longueur C f *sur le fleau, qui est* 4, 8 *pouces :*

Est à C B *bras total du fleau qui est ici de* 6 *pouces* : :



Ainsi l'intensité de la puissance ou du poids P, *que l'on suppose ici de* 40 *livres :*

Planche II. Figure 4.

Est à la nouvelle puissance, ou poids P, 50 *livres.*

Par où l'on voit que le poids P ainsi trouvé, conservera l'*équilibre* avec le poids W qui le contrebalance, s'il est suspendu au point f, aussi-bien qu'il le feroit en tirant obliquement sur la poulie x; parce que le moment de W (ou W × A C) étant divisé par C f, donne la quantité du poids P; ou, en d'autres termes, il y aura une proportion réciproque entre les poids W & P, & leurs distances C A & C f (n°. 13 & L. 2, n°. 9, 12, 13 & 15). Donc C f = C φ = C F distance de la ligne de direction au centre du mouvement (*laquelle se trouve toujours par la longueur d'une perpendiculaire abaissée de ce centre à cette ligne de direction*) peut dans tous les cas semblables, se nommer proprement *la distance active de la puissance.* Voyez n°. 20.

Autre Méthode.

Par le point x pris dans la circonférence de la poulie, sur laquelle passe a corde B x P, menez x E parallèle à la balance A B qui coupera la ligne de direction perpendiculaire de la puissance (ou du poids qui pend librement) P à angles droits en D, D x étant = D E, & l'angle x B D = D B E par la supposition. Dans le triangle D B x autant que l'hypothenuse B x est plus longue que la perpendiculaire B D, autant la quantité ou l'intensité du poids P (qui étant librement suspendu, tient W *en équilibre*) est augmentée lorsqu'il tire obliquement dans une ligne B x; c'est-à-dire autant P est plus grand que P, pour tenir W *en équilibre* en le tirant obliquement. Le même seroit vrai si x étoit placé en E; & par conséquent on aura toujours cette regle pour estimer la force des puissances qui tirent obliquement;

Comme le sinus de l'angle de la traction, qui est l'angle de la direction de la puissance avec le fleau :

Est au sinus total : :

Ainsi l'intensité de la puissance qui tire le fleau à angles droits :

Est à l'intensité de la puissance qui tire obliquement.

N. B. L'angle de traction est ici C B x ou C B E dont le sinus commun est B D; ainsi dans ce cas B D : B x : : P : p.

On verra que cette Méthode aura toujours les mêmes conséquences que la premiere, si l'on compare ensemble les deux triangles B x D & C B F; car puisque C F B est un angle droit par la supposition, & C B x = B x D, à cause des parallèles C B & x D, B C F sera égal à x B D, & par conséquent les triangles seront semblables, ce qui fait voir que C F (48.) : C B (60) : : B D (40) : B x (50) : : P : p. C. Q. F. D.

On peut encore expliquer cela par une troisième Méthode, en décomposant la force qui tire obliquement dans la ligne B x en deux forces, dont l'une tire le long du levier dans la ligne B C, & l'autre dans la ligne B D, à la manière de Newton (n°. 85, 86); mais nous examinerons cela dans

le cas de la trusion ou de l'impulsion oblique contre un point du fleau, qui est la même que la traction dans un sens contraire. *Notes sur la III. Leçon.*

On verra l'accord de toutes ces Méthodes dans l'Expérience suivante.

Expe'rience. *Planche 14. Figure 5.*

Planche 14. Figure 5.

La balance ou levier A de 12 pouces de longueur, est mobile sur le centre C du gueridon S, qui a une longue piéce tellement appuyée en S, qu'elle reste dans une position horizontale, de maniére à porter les poulies *x* & E, éloignées chacune de 3 pouces du point D, qui est placé perpendiculairement sous B. Lorsque la puissance P de 4 onces égale à W pend librement, elle tient W *en équilibre;* mais si l'on fait passer la corde PXB sur la poulie *x* ou E, alors la puissance P sera surmontée par W jusqu'à ce qu'on y substitue le poids P ou *p* de 5 onces, lequel tirant obliquement sur *x* ou E, tiendra W *en équilibre.* Maintenant on peut observer que lorsque P descend d'un pouce ou de P en *r*, il fait descendre l'extrémité du fleau B seulement jusqu'au point *b* dans la ligne horizontale *f e*, & il éleve l'extrémité opposée A en *a* précisément aussi haut au-dessus de la ligne AB; mais lorsque la puissance en P, descend d'un pouce, par exemple en *q*, elle tire en bas l'extrémité B vers *β* dans la ligne horizontale *b g*, & par conséquent elle éleve l'extrémité opposée d'autant plus haut, en sorte qu'elle donne plus de vitesse au poids W le portant en *w*, au lieu de W. Maintenant puisque les puissances P & *p* avec la même vitesse (ou descendant également) donnent à W différens dégrés de vitesse, leurs intensités doivent être différentes en cette proportion, parce que *les causes sont toujours proportionnelles à leurs effets;* donc *p* doit être plus grand que P à mesure que les arcs A *a* & B *β* sont plus grands que A *a* & B *b*, ou plûtôt à proportion que le sinus *a o* est plus grand que *an*. Cela se voit aussi en observant (puisque B x, *β* x = (= *y x*) + B *y*) que les cordes BP, B *x* P, & *β x p q* sont toutes égales.

N. B. *Cela n'est vrai à la rigueur qu'au commencement du mouvement du fleau, ce qui suffit à notre dessein.*

La seule inspection de la machine fait voir clairement que la puissance qui agit à angles droits est la plus efficace. Car comme en éloignant la puissance de la perpendiculaire, elle tire plus foiblement en E, & qu'en *m* elle ne fait que tirer le centre C dans la direction B *m;* en sorte qu'elle n'a aucun effet pour élever l'extrémité opposée A du fleau; & qu'allant du côté opposé, la puissance affoiblie en *x* devient tout-à-fait inefficace lorsqu'elle est appliquée au fleau pour le tirer dans la direction BC, parce qu'alors elle n'agit que contre le centre C sans mouvoir en aucune maniére l'extrémité A: il faut donc que la situation moyenne de la ligne de direction entre ces deux extrémes inefficaces, soit la plus effective; & cette situation est celle de la ligne BP perpendiculaire au fleau.

C'est sur ce principe que sont fondés la plûpart des tours de souplesse des prétendus hommes forts ou Samsons *modernes; les machines dont ils se servent sont tellement imaginées, que les chevaux qui tirent ou les poids qui sont suspendus*

NOTES sur la III. Leçon.

agissent sur les membres de l'homme qui resiste (& qui sont la fonction d'un levier ou d'une balance) de telle maniere qu'ils sont tirés directement contre le centre du mouvement. Mais j'expliquerai ceci dans un plus grand détail, lorsque je viendrai à parler de ces tours de souplesse & de force.

Si à l'une des extrémités du levier ou de la balance on attache un poids; qui (se mouvant avec cette extrémité du levier) ne pende pas librement pendant que la puissance qui agit à l'autre extrémité est ou un corps pesant suspendu librement ou une puissance animée pressant perpendiculairement vers la terre; je dis qu'un tel poids fixe variera de force selon la position du fleau, & que cette force variera d'une façon opposée selon que le centre de gravité du poids est au-dessus ou au-dessous du fleau: par exemple, lorsque le centre de gravité du poids fixe est au-dessous du fleau (comme dans la Figure 6.) le poids deviendra plus pesant (ou agira plus fortement) lorsqu'il sera élevé au-dessus de la ligne horizontale (comme en G) dans la situation inclinée du levier D C G; *& il deviendra plus leger lorsqu'il sera abaissé au-dessous de la ligne horizontale (comme en* E) *dans la situation inclinée du levier* A C E; *au contraire, si le centre de gravité du poids fixe est au-dessus du levier (comme dans la Figure 7.) il deviendra plus pesant lorsqu'il sera abaissé sous la ligne horizontale (comme en* K) *dans la situation inclinée du levier* A C K; *& il deviendra plus leger lorsqu'il sera élevé au-dessus de la ligne horizontale (comme en* E) *dans la situation du levier* D C E. *Mais ce poids fixe agira de la même maniére que s'il étoit librement suspendu, lorsque le levier est dans la situation horizontale, comme en* B F (Figure *6.*) *&* B J. (Figure *7.*)

Planche 14. Figures 6, 7.

Le premier cas (*Figure 6.*) peut s'expliquer ainsi. Dans la position du levier B F la ligne de direction *q* O passant par le point de suspension *q*, & faisant un angle droit avec le levier, C *q* est la *distance active* (*Voyez p. 150.*) du poids aussi-bien que la distance au point de suspension; donc comme B C : est à C *q* :: ainsi le poids F : à la puissance R; de la même maniére que si le poids F étoit librement suspendu au point *q*. Mais lorsque le poids est élevé en G, & que le centre de gravité O ne peut pas venir sous le point K (le même que *q*, point de suspension dans le levier horizontal) O *r* devient la ligne de direction au lieu de K M, qui auroit été la ligne de direction si le poids avoit été suspendu librement en K; donc C *r* est la distance active du poids au lieu de C M, tandis que la distance active de la puissance est devenuë L C; & par conséquent le poids a plus de force & ne peut se balancer que par une puissance plus grande comme P. Car au lieu de C L : C M :: F (ou G) : R, nous avons C L : C *r* :: F (ou G) : P, puissance plus grande ou contre-poids plus pesant. Mais si le poids est porté en E, sa ligne de direction au lieu de *n* H devient M O, & par conséquent sa distance active est moindre qu'elle ne devroit être à proportion de C Q à la distance active de la puissance, qui doit donc être diminuée en intensité, & devenir S au lieu de R.

Par ce qui a été dit, & par l'inspection de la *Figure 7*, on voit que le contraire doit arriver, lorsque le poids fixe a son centre de gravité au-dessus du levier ou du fleau. Car dans la situation du levier E D, la ligne de direction

direction du poids venant trop vîte en avant (& devant O L au lieu de E h) C L la distance active du poids en E a moins de proportion avec C N distance active de la puissance en S, que C g à C B leur proporrion dans la situation horizontale, & par conséquent la puissance S d'une moindre intensité servira de contre-poids à la place de R. Mais lorsque le poids est abaissé en K, il faut faire usage de P, contre-poids plus grand, parce que C g devient la distance active à la place de C t, & dans la situation horizontale du fleau, le corps O pese de la même maniére que s'il étoit suspendu librement, parce que O g est sa ligne de direction, telle qu'elle auroit été si ce corps avoit été suspendu en g. On peut observer cela dans la pratique. Supposons qu'un homme M (*Figure* 8.) éleve du foin, des gerbes de bled, ou un grand fagot A, par le moyen de la fourche A B appuyée sur son genou c comme sur un point d'appui, & qu'il pousse en bas, l'extrémité B de la fourche ou levier, si la fourche A passe sous le fagot, ce sera le cas du levier incliné A K (*Figure* 7.) & le fardeau deviendra plus leger à mesure qu'il s'éleve. Mais si la fourche avoit été insinuée dans la ligature au-dessous du fagot, ç'auroit été le cas du levier incliné A E (*Figure* 6.) à l'extrémité duquel le poids devient plus pesant à mesure qu'il s'éleve; & alors si l'homme avoit été précisément capable de commencer à l'élever, il seroit forcé de la laisser retomber ou de trouver un nouvel appui en C pour élever ce poids. Supposons encore que le fleau d'une grande balance soit incliné dans la position A C E; un homme suspendu dans le bassin en H, peut en appuyant fortement sa main en haut contre le fleau, se mettre dans la position du corps pesant H E, & par conséquent paroître moins peser qu'il ne pese effectivement, étant contre-balancé par un poids tel que S. Mais si le bassin où il s'est mis est élevé en sorte que son point de suspension soit en K, dans la position du levier D C K; l'homme en appuyant fortement coutre le fleau au-dessus de sa tête, peut mettre son corps dans une position perpendiculaire au levier, & se trouver avec le bassin dans la position du corps K G; en sorte que s'il y a plus de poids dans le bassin opposé, le poids n'a pas besoin d'être diminué jusqu'à ce que son intensité soit égale au poids de l'homme, mais il commencera à s'élever pendant qu'il est encore plus grand; en sorte que dans ce cas le poids de l'homme paroîtra plus grand qu'il n'est, à proportion que le contre-poids P est plus grand que R. Il arrivera précisément le contraire, si l'homme est placé au-dessus du fleau; car alors il pesera moins, lorsqu'on l'élevera au-dessus de la ligne horizontale qui passe par le centre, comme en E M (*Figure* 7.) & il pesera plus au-dessous de cette ligne, comme en F K. Maintenant quoiqu'on puisse estimer ainsi l'action des corps pesans les uns sur les autres dans la balance & le levier, & dans quelques autres instrumens méchaniques, par la distance de leur ligne de direction au centre du mouvement; cependant cela n'est vrai qu'autant que l'élevation & la chute perpendiculaire s'accorde avec cette distance: car il y a des cas, sur-tout dans le travail des machines composées, où la distance de la ligne de direction du centre du mouvement dans un corps qui s'éleve ou qui tombe, n'est pas proportionnelle à l'élevation ou à la chûte perpendiculaire de ce corps. Ainsi la vîtesse d'une puissance, lorsque c'est un corps pesant, doit être

Notes sur la III. Leçon.

Planche 14. Figure 5.

regardée de la même maniére que celle d'un poids, comme on l'a clairement expliqué dans la 8e Note sur la 2e Leçon, & comme on va le prouver encore mieux par l'Expérience suivante.

EXPE'RIENCE. *Planche 14. Figure 9.*

Planche 14. Figure 9.

A C B E K D est une balance qui a la figure d'un parallélogramme, passant par une fente dans la piéce verticale N O, fixée à un piedestal M, en sorte qu'elle soit mobile sur les pointes centrales C & K. Aux piéces verticales A D & B E de cette balance on fixe à angles droits les piéces horizontales F G & H J. Il est évident que les poids égaux P, W doivent se tenir l'un avec l'autre en *équilibre ;* mais on ne voit pas d'abord aussi clairement, que si W est porté en V étant suspendu en 6, il sera en équilibre avec le poids P, quoique l'experience nous l'apprenne.

Bien plus, si l'on suspend successivement W à chacun des points 1, 2, 3, Y 4, 5 ou 6, l'*équilibre* continuera ; ou si W étant suspendu à quelqu'un de ces points, on porte P successivement vers G, ou à chacun des points de suspension de la piéce fixe F G, P sera dans tous ces points équilibre avec W. Maintenant lorsque les points sont en P & V, si l'on ajoute au poids V le moindre poids tel que *u* capable de surmonter le frottement des points de suspension C & K, le poids V l'emportera, & cela de la même maniére étant en V que s'il étoit étoit en W.

On voit très-clairement par ce qui a été dit ci-devant, la raison de cette expérience. Comme les lignes A C & K D, C B & K E continuent toujours d'être de la même longueur dans chaque position de la machine, les pieces A D & B E continueront toujours d'être paralléles l'une à l'autre, & perpendiculaires à l'horizon, de quelque maniére que toute la machine tourne sur les points C & K ; comme on le voit en plaçant la balance dans une autre situation, comme *a b e d :* & par conséquent comme les poids appliqués en chaque point des piéces F G & H J, ne peuvent porter en bas les piéces A D & B E que verticalement, de la même maniére que s'ils étoient appliqués aux crochets D & E ou en X & Y, centres de gravité de A D & B E ; la force des poids (si leur quantité de matiére est égale) sera égale ; parce que leurs vîtesses seront comme leurs élevations ou leurs chûtes perpendiculaires, lesquelles seront toujours comme les lignes égales 5 *x*, & 5 *y*, en quelque point des piéces F G & H J que les poids soient appliqués. Mais si au poids en V on ajoute le petit poids *u*, ces deux poids l'emporteront, parce qu'en ce cas le *moment* est composé de la somme de V & *u* multipliée par la vîtesse commune 5 *y*.

De-là il suit que ce n'est pas la distance C 6 multipliée par le poids V qui fait son *moment ;* mais sa vîtesse perpendiculaire 5 *y* multipliée par sa masse. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Cela paroîtra encore plus clairement si l'on ôte la pointe en K, car alors le poids P emportera l'autre poids en V, parce que leurs élevations ou chûte perpendiculaires ne seront point égales.

Pour conclure tout ce qui regarde les forces appliquées en différentes directions aux leviers & aux balances, je vais expliquer l'action des forces

obliques par la *composition* & *résolution* du mouvement par la méthode de *Newton*, que j'appliquerai à la solution d'une proposition sur la balance, dont les Écrivains en Méchanique n'ont pas fait mention, quoique les gens de métier en ayent souvent parlé.

NOTES sur la III. Leçon.

THÉORÉME. *Planche 14. Figure 10.*

Planche 14. Figure 10.

AB est une balance, à laquelle on suppose qu'est suspendu à l'une de ses extrémités B le bassin E, avec un homme en-dedans, lequel est contre-balancé par le poids W, suspendu à l'autre extrémité A de la balance. Je dis *que si cet homme avec une canne ou autre corps droit & inflexible, pousse en haut contre le fleau en quelque endroit que ce soit entre les points C & B, (pourvû qu'il ne pousse pas directement contre B) il se rendra lui-même par ce moyen plus pésant, ou qu'il emportera le poids W, quoique l'obstacle GG empêche le bassin E de s'écarter de C vers GG.* Je dis aussi, *que si le bassin & l'homme sont suspendus en D, l'homme en poussant en haut contre B, ou en quelque endroit que ce soit entre B & D (pourvû qu'il ne pousse pas directement contre D) il se rendra lui-même plus leger, ou que le poids W l'emportera, quoiqu'auparavant ils ayent été en équilibre.*

Si le centre commun de gravité du bassin E, & de l'homme qui est supposé s'y tenir droit, étoit en *K*, & que l'homme en apuyant contre une partie du fleau fit mouvoir le bassin en-dehors, ensorte que le centre commun de gravité fût porté en *x*; alors au lieu de BE, L*l* deviendroit la ligne de direction du poids composé, dont l'action seroit augmentée en raison de LC à BC. C'est ce qui a été expliqué par plusieurs Auteurs en Méchanique; mais aucun, que je sçache, n'a considéré le cas où le bassin est arrêté par un obstacle, comme ici GG, qui l'empêche de s'écarter en-dehors, & le retient à sa place, comme si les cordes du bassin étoient devenuës infléxibles. Maintenant pour expliquer ce cas, nous supposerons que la longueur BD de la moitié du bras BC est de trois pieds, la ligne BE de 4 pieds, & que la ligne ED (de 5 pieds) est la direction dans laquelle l'homme pousse, DF & FE étant respectivement égales & paralléles à BF & BD, & la force totale ou absoluë avec laquelle l'homme pousse, égale à (ou capable d'élever) 10 pierres. * Soit la force oblique ED (= 10 pierres) décomposée en deux autres EF & EB (ou son égale FD) dont les directions sont à angles droits l'une à l'autre, & dont les quantités respectives (ou intensités) sont comme 6 & 8, parce que EF & BE sont en cette proportion l'une à l'autre, & à ED. Maintenant puisque EF est paralléle au fleau BDCA, cette force ne l'affecte en aucune maniére pour le faire mouvoir en haut, & par conséquent il n'y a que la force représentée par FD ou de 8 pierres, qui pousse le fleau en haut en D. Par la même raison, & parce que l'action & la réaction sont égales, le bassin sera poussé en bas en E avec la force aussi de 8 pierres. Donc puisque la force en E pousse le fleau perpendiculairement en bas depuis le point B éloigné de C de toute la longueur du *bras* BC, son action en bas ne sera pas diminuée, mais sera

* *Pierre* signifie ici un poids de 8 livres à Londres.

NOTES sur la III. Leçon.

Planche 14. Figure 10.

exprimée par $8 \times BC$: au lieu que l'action en haut contre D sera perduë à moitié, à cause de la distance au centre diminuée de la moitié,* & elle ne sera exprimée que par $8 \times \frac{BC}{2}$; & lorsqu'on aura soustrait l'action en haut pour élever le fleau, de l'action en bas pour l'abaisser, il restera encore 4 pierres pour pousser en bas le bassin, parce que $8 \times BC - 8 \times \frac{BC}{2} = 4\,BC$: par conséquent il faudra ajouter un poids de 4 pierres à l'extrémité A, pour rétablir l'*équilibre. Donc un homme* &c. *poussant en haut sous le fleau entre B & D, devient plus pesant.* C. Q F D.

Au contraire si le bassin étoit suspendu en F du point D à trois pieds seulement de distance du centre de mouvement C, & si un obstacle *gg* empêchoit le bassin d'être poussé en-dedans vers C ; alors si un homme dans ce bassin F poussoit obliquement contre B avec la force absoluë précédente ; la force totale par les raisons données ci-devant (en décomposant la force oblique en deux autres forces qui agissent par des lignes perpendiculaires l'une l'autre) sera réduite à 8 pierres, qui poussent le fleau directement en haut en B, pendant que la même force de 8 pierres le tire directement en bas vers F en D. Mais comme CD n'est que la moitié de CB, la force en D comparée avec celle en B, perd la moitié de son action, & par conséquent n'emporte que la force de 4 pierres, pour pousser en haut en B ; donc le poids W en A doit l'emporter, à moins qu'on ne suspende en B un poids de 4 pierres. *Donc un homme*, &c. *poussant en haut sous le fleau entre* B & D, *devient plus léger.* Ce qu'il falloit aussi démontrer.

SCHOLIE I.

DELA connoissant la force absoluë de l'homme qui pousse en haut (c'est-à-dire, toute la force oblique) la place du point de trusion D, & l'angle fait par la direction de la force avec le fleau dans ce point, on peut avoir une régle générale pour connoître quelle force est ajoutée à l'extrémité du fleau B dans toutes les inclinaisons de la direction de la force ou place du point D.

Régle pour le premier cas.

CHERCHEZ d'abord la force perpendiculaire par l'analogie suivante, dont la démonstration est connuë de tous ceux qui sont au fait de l'application des forces obliques.

Comme le sinus total :
Est au sinus droit de l'angle d'inclinaison de la force au fleau : :
Ainsi la force oblique :
Est à la force perpendiculaire.

Ensuite la force perpendiculaire étant multipliée par la longueur du bras BC, moins la ditefore multipliée par la distance DC, donnera la valeur de la force additionnelle en B, ou du poids requis pour rétablir l'*équilibre* en A.

Ou pour l'exprimer en termes algébriques : Soit of l'expression de la force oblique, op celle de la force perpendiculaire, & x la force requise, ou la valeur du poids qu'il faut ajouter en A pour rétablir l'*équilibre*.

DE : DF (= BE) :: $of : pf$. Et $pf \times BC - pf \times DC = x$.

Planche 14. Figure 10.

La même régle servira pour le second cas, si l'on rend négative la quantité trouvée, & si l'on suspend en B le poids additionnel. Ou ayant trouvé la valeur de la force perpendiculaire, l'équation deviendra : $- pf \times BC + pf \times DC = - x$; & par conséquent le poids additionnel doit être suspendu en B, parce que $- x$ en A, est le même que $+ x$ en B.

SCHOLIE II.

DE LA il suit aussi, que si dans le premier cas on prend le point de trusion en C, la force en B (ou la force dont la valeur est requise) sera la force perpendiculaire totale, parce que CD est égal à zero. Et si le point D est pris en-delà de C vers A, la force perpendiculaire qui pousse en haut à ce point, multipliée par BC, sera ajoutée à la même force multipliée par BC, c'est-à-dire $pf \times BC + pf \times DC = x$.

Voici la machine dont je me suis servi pour prouver cela par expérience. (*Figure* 11.)

Planche 14. Figure 11.

La balance de cuivre AB a 12 pouces de longueur, elle se meut sur le centre C avec une piéce perpendiculaire Bb, suspenduë à l'extrémité B, & mobile autour d'un pivot en B ; elle est arrêtée à son extrémité inférieure b (par la piéce verticale GG) qui l'empêche de sortir de la perpendiculaire, en poussant le tuyau FE, qui porte un fil de fer en haut, ou une pointe (lorsqu'on la fait entrer dans un autre petit trou sous le fleau en D) & qui par le moyen du ressort spiral EF presse contre la cheville E, pour pousser en avant ledit fil de fer bD, destiné à pousser en haut le fleau avec la force du ressort EF. TSS est un guéridon qui est fixé à la colomne TC, laquelle soutient la balance, & qui a aussi une fente SS pour recevoir le pied de la plaque mobile GG, & le fixer dans chaque endroit de la fente par le moyen d'une vis en-dessous.

EXPE'RIENCE. *Planche* 14. *Figure* 11.

Suspendez Bb comme dans la *Figure*. Ensuite appliquez tellement EF au point H, que son fil de fer supérieur bDk puisse passer par une petite gance en D, de maniére qu'il ne pousse pas le fleau en haut, mais qu'il soit dans la même position où il doit être pour que le poids W étant suspendu en A, soit en équilibre avec le bras BC, avec Bb & FE, afin que l'on puisse estimer l'action contre D & H, indépendamment du poids du tuyau repoussant.

Ensuite tirant en bas l'extrémité k du fil de fer, on le fera entrer dans un petit trou sous D, & alors B sera poussé en bas autant que l'exige le poids additionnel P de 4 onces, qui doit être suspendu en A pour rétablir l'*équilibre* ; lorsque BH est de 4 pouces, BD 3 pouces, & toute la force du ressort égale à 10 onces.

NOTES sur la III. Leçon.



Planche 14. Figure 11.

Il n'est pas nécessaire d'avertir ici, que pour expliquer le second cas, B *b* doit être suspendu en D, avec la piéce G G, fixée pour l'arrêter dans l'endroit M, & l'empêcher d'être poussé vers T, & que l'extrémité supérieure de G F E D *K* doit être insinuée dans un trou fait sous B, auquel cas le poids P doit être suspendu en B pour rétablir l'*équilibre*.

N. B. Pour faire voir par expérience que la force du ressort dans cette trusion oblique, est égale à 10 onces, tirez le fleau A B qui pese 4 onces, de son piedestal C T; & ayant suspendu à chaque extrémité A & B, 3 onces, vous le soutiendrez sous son centre de gravité par le tuyau repoussant E H, placé verticalement au-dessous, & vous trouverez que le fleau avec les deux poids s'enfoncera dans le fil de fer H *k* jusqu'en D, qui est le point où la trusion oblique le pousse.

6. [29. — *Dans tous ces cas le levier est toujours dit de la premiére espéce.*] Il y a un autre moyen de distinguer les léviers, selon *Aristote* & selon les Écrivains en Méchanique parmi les Anciens, & c'est, suivant que le poids s'éleve ou ne s'éleve pas dans la même direction que la puissance. Par exemple, dans le lévier de la premiére espéce, comme il a son point d'apui (centre de mouvement, ou *hypomoclion*) entre la puissance & le poids, la puissance doit se mouvoir en bas, pendant que le poids se meut en haut, & ce levier se nomme par les Auteurs, Levier *Hétérodrome*; c'est-à-dire, qui *travaille ou se meut de différents côtés*: mais le lévier de la deuxiéme, aussi-bien que celui de la troisiéme espéce, se nomment tous deux Léviers *Homodromes*, parce que la puissance & le poids étant du même côté de l'*Hypomochlion*, ou point d'apui, ils vont du même côté, quoique dans l'un la puissance gagne toujours, & que dans l'autre elle perde toujours.

Planche 14. Figures 12. 13, & 14.

Si nous examinons les instruments qui sont le plus en usage, nous verrons clairement que ce sont des leviers de l'une des trois espéces. Par exemple, les tenailles (*Figure* 12.) sont composées de deux léviers de la premiére espéce, dont le centre de mouvement commun est au clou C, la puissance étant appliquée aux manches B *b* pour les presser l'un contre l'autre, & pincer par ce moyen le corps D, qui est comme le poids à l'extrémité opposée A *a*. Dans ce cas la puissance a six fois plus de force que si elle étoit appliquée directement au corps D en A, *a*; supposé que dans les deux léviers A B & *a b*, la distance de la puissance B C & *b* C soit triple de la distance C A & C *a* du poids. Ainsi les ciseaux sont composés de deux léviers semblables, dont le centre de mouvement commun est C, la puissance étant appliquée en B *b* (*Figure* 13.) & le corps qui doit être coupé étant comme un poids en D; par où l'on voit évidemment que plus D est proche des points A, *a*, plus la difficulté de le couper est grande, & qu'elle est toujours moindre à mesure que D s'approche de C. La force d'un tel lévier est remarquable dans les ciseaux des Chaudronniers ou des Taillandiers en fer-blanc, (*Figure* 14.) où un homme appuyant sur le manche B qui fait monter la tenaille inférieure A C mobile sur le centre C, a la force de couper un morceau de cuivre D d'un quart de pouce d'épaisseur, l'autre tenaille *a* C E étant rivée sur deux fortes piéces fixées au bloc F. Les pin-

cettes, mouchettes, & autres instruments semblables se trouvent aussi de la même maniére être des leviers de la premiére espéce.

NOTES sur la III. Leçon.

Planche 14. Figures 15. 16, 17. & 18.

La petite charréte B C A (*Figure* 15.) fort utile à la bâtisse, est aussi un lévier de la premiére espéce: elle est destinée à élever de grandes pierres, & à les porter aux Maçons. Sur l'extrémité avancée de la planche A, on place une pierre D, & avec un peu de peine, en pliant la planche, on la meut vers C; alors la force d'un homme qui saisit le long manche en B, & qui le soutient pendant qu'il tourne autour de l'aissieu E F des rouës, est capable d'élever cette pierre, & lorsqu'elle est élevée, de la porter par le moyen des rouës au lieu destiné.

Le couteau (*Figure* 16.) dont les Droguistes & Faiseurs de patins se servent pour couper leurs drogues ou le bois dont ils se servent, est mobile à la charniére ou centre de mouvement C, où il est attaché à la planche C E; la puissance est appliquée au manche B, & le bois ou la drogue qu'il faut couper, est comme le poids D: cela fait voir que cet instrument est un levier de la deuxiéme espéce.

(30.) Telle est aussi une porte dont les gonds sont le centre ou l'axe du mouvement, la main ou la puissance étant appliquée à la partie qui est auprès de la serrure, pendant que le corps de la porte est le poids du levier. Les soufflets sont deux leviers de la seconde espéce, dont le centre commun du mouvement est à l'extrémité des planches où commence la noix, la puissance étant appliquée aux manches, pendant qu'il doit être pressé entre les deux planches, agit par sa résistance contre le milieu des planches comme un poids. Ainsi l'on peut aisément s'appercevoir que le loquet d'une porte, que l'on tire en haut par une corde, est un levier de la seconde espéce; tels sont aussi les casse-noisettes, les mouraill es avec quoi on serre le nez des chevaux, &c. Les avirons ou rames d'un batteau ou d'une galére, & le gouvernail d'un navire, sont aussi des leviers de la seconde espéce, quoique *Aristote* les ait supposés de la premiére; mais l'erreur vient de ce qu'il a regardé l'eau comme un poids à mouvoir; au lieu que c'est le batteau ou la galére qui est le poids qui doit être mû; car l'eau forme une résistance en C (*Figures* 17. & 18.) comme un point d'*apui*, l'homme ou la puissance agissant en B, pendant que le bâtiment F D se meut par la partie du levier qui presse sur lui au point D, comme la rame dans la *Figure* 17, & le gouvernail dans la *Figure* 18. Mais *Aristote* dans sa *Méchanique*, regarde avec raison les mats des vaisseaux comme des leviers de la seconde espéce, déterminant le *point d'apui* ou *hypomochlion* au fond du vaisseau B, (*Planche* 15. *Figure* 1.) considérant le vaisseau lui-même comme le poids ou la charge avec son tillac ou pont sur le mât comme sur un levier, & qui doit être mû en avant. Ensuite il ajoute, que la force mouvante est le vent qui frape la voile, laquelle par le moyen de la vergue, est appliquée en A, & alors il donne la raison par les principes établis jusqu'ici, pour laquelle plus la vergue D A E est élevée, plus le vaisseau va vîte avec le même vent & la même voile; *sçavoir*, parce que plus l'*apui* est éloigné de la force mouvante, (tout le reste étant en même-tems égal) plus il sera aisé à la même force ou puissance de mouvoir le poids.

Un même instrument, selon ses différentes applications, peut devenir un levier de la premiére ou de la seconde espéce: Par exemple lorsqu'un homme

NOTES sur la III. Leçon.



Planche 14. Figure 15.

qui a porté une pierre sur une charréte, vient à la décharger dans le lieu destiné, ensorte qu'elle se repose sur son côté E, il apuye l'extrémité de la planche sur le terrein en E; & élevant l'extrémité B en haut, il fait tourner la pierre sens-dessus-dessous; cette opération change le lévier de la premiére espéce en un levier de la seconde, dans lequel E est le point d'*apui*, B la puissance, & le poids est en A.

Planche 15. Figure 2.

Les ciseaux à tondre (*Planche* 15. *Figure* 2.) sont deux léviers de la troisiéme espéce, le centre commun du mouvement étant dans l'anneau à ressort C, pendant que la puissance ou la main est appliquée en P*p*, & le poil à couper est comme le poids en W. Ainsi les deux jambes d'une paire de pincettes sont visiblement des leviers de la troisiéme espéce. Une échelle ou une perche que l'on dresse contre une muraille, sont aussi des léviers de la troisiéme espéce. Mais l'usage des leviers de cette espéce paroît d'une maniére beaucoup plus admirable dans le corps d'un animal, où le Créateur infiniment sage a fourni aux animaux tous les moyens de mouvoir leurs membres avec une grande vîtesse, en appliquant la puissance des muscles fort près du centre du mouvement, & donnant en même-tems aux muscles une fort grande force, pour faire leurs fonctions très-subitement, & pour élever leurs membres même avec de grands poids suspendus à leurs extrémités; comme par exemple, lorsque nous élevons des poids avec nos mains ou avec nos pieds, ou lorsque nous tenons ou que nous brisons des corps durs avec nos dens. A peine y a-t'il un os dans le corps d'un animal, qui ne soit un lévier de la troisiéme espéce. C'est une spéculation agréable & curieuse, de considérer la proportion qui est observée dans le corps d'un animal comme dans une machine que les Arts ne copient que foiblement.

On peut y voir différentes applications des puissances, qui se soutiennent mutuellement pour mouvoir les membres, qui agissent quelquefois de concert dans un même-tems, qui se succédent quelquefois l'une à l'autre pour changer de directions, & qui agissent quelquefois l'une contre l'autre pour arrêter & éteindre le mouvement; dans d'autres tems elles tirent sur des poulies pour changer l'angle de traction, selon que la nécessité l'exige. Mais ce sujet est si abondant, que je ne puis en donner ici qu'un ou deux exemples, renvoyant les Curieux a *Alphonse Borelli*, qui a écrit un Livre entier sur cette matiére (*de motu animalium*) & de qui je n'emprunterai que quelques Propositions. Voici la vingt-&-uniéme de son *premier Livre.*

PROPOSITION XXI. *Planche* 15. *Figure* 3. & 4.

» *La puissance absoluë de chaque muscle d'un animal, doit être nécessairement* » *plus grande que le poids du membre qui y est suspendu; mais elle ne peut pas être* » *moindre.*

» La nature infiniment sage, a tellement construit le corps des animaux, » composés de différents organes joints ensemble, qu'elle les a rendu capables » de se mouvoir d'un lieu à un autre, & de former les différentes opérations » requises pour la conservation de leur vie. Mais cela ne sçauroit se faire en » donnant à un animal une figure orbiculaire comme celle d'une balle, & » il étoit à propos qu'il fût composé de différentes articulations, comme les

mains

» mains & les pieds, pour marcher & saisir les objets. Or ces membres « n'auroient pas pû se mouvoir autour de leurs jointures, s'ils n'avoient pas » été tirés par des cordes musculaires, & ces cordes devoient être resserrées » par une force mouvante. Il est question de faire voir que la force mou- » vante ne doit pas être moindre, mais qu'elle doit être nécessairement » plus grande que le poids & la résistance des membres suspendus. Consi- » dérons un membre, par exemple, le bras entier; il est clair qu'il étoit » nécessaire à ce membre qu'il pût se mouvoir de tous les côtés autour de la » jointure de l'épaule, pour être en état de tirer, de suspendre & de pousser » les résistances tant du poids du bras même, que des corps extérieurs qu'il » doit saisir : ces opérations demandent une figure particuliére des forces & » des instruments convenables, & tous propres à ce dessein. La figure sans » doute doit être longue comme un levier mobile autour d'un centre, d'un » point fixe ou d'un *apui* solide dans l'épaule. Dans ce levier on doit considérer » les positions où la force mouvante & la résistance sont appliquées. La puis- » sance mouvante agit en resserrant les cordes musculaires, qui ne peuvent » être attachées qu'auprès du centre du mouvement du levier, comme on » l'a dit ci-devant, * pendant que la résistance est appliquée à l'extrémité de

NOTES sur la III. Leçon.

* Notre ingénieux Auteur dans sa vingtiéme Proposition, a fait voir qu'il est à propos que les tendons qui font mouvoir les os, soient attachés auprès de l'extrémité de l'os (à une grande distance du centre du mouvement, comme nous tâchons de le faire dans les instruments méchaniques) mais auprès de l'articulation ou de la jointure. Voici ses paroles : » Planche 15. Figure 3. soient » deux os A B & G F joints & articulés en » A F, & de maniére que A B soit tiré » autour de C, centre de l'articulation, » comme les deux os du bras; & soit le » muscle D E attaché à G, extrémité fixe » de l'épaule en G, & que son extrémité » soit jointe en E, extrémité de l'os infé- » rieur du bras ou du coude A B; laquelle » extrémité doit être tirée autour du centre » C de l'articulation, décrivant l'arc B H; » je dis que la nature ne peut ni ne doit pas » attacher l'extrémité tendineuse E auprès » de l'extrémité B de l'os A B. Car si elle » le pouvoit, supposons que la liaison E » soit faite auprès de B où est le poignet, » alors le tendon & le muscle D F est ou » détaché du membre & des os D A B, » pouvant s'en séparer, ou il lui est attaché » en bas par quelque ligament ou *faisceau* » comme R. S'il en est détaché, voici ce » qui s'ensuivra : Comme l'os A B ne peut » pas se tourner en haut entiérement dans » la situation A H, sans être tiré par la » contraction de la corde musculaire D E, » auquel cas sa longueur D E pour être » réduite à D M, doit devenir moindre que » la huitiéme partie de D E, laquelle con- » traction dans le bras seroit d'environ un » pied & demi, ce qui seroit non-seulement » embarassant, mais encore impossible. Cela » seroit embarassant, parce que la largeur & » l'épaisseur du bras seroit beaucoup aug- » mentée pour contenir les dimensions de » C M, égal à C E, ensorte que le bras par » cette seule raison deviendroit aussi gros que » le ventre de l'animal, & cette grosseur » monstrueuse, empêcheroit le reste des » mouvements du bras & de l'animal. De » plus comme la structure d'un muscle est » telle qu'il ne peut se resserrer que fort peu, » rarement au delà la largeur de deux ou » trois doigts, une telle fixation du muscle » qui exige une contraction si prodigieuse » (sçavoir d'un pied & demi) seroit d'ail- » leurs impossible. Mais l'absurdité d'une » telle position paroitra plus évidemment, » si l'on suppose que l'os A B est l'*humerus* » (ou l'os supérieur) du bras gauche, qui » doit être mû de tous les côtés autour de la » jointure C de l'épaule, afin qu'il puisse » être amené à sa poitrine, il est clair qu'il » doit être tiré par le muscle E D, fixé en D, » côté droit de la poitrine. Il faut encore » qu'il y ait un autre muscle pour l'élever, » & qui soit fixé au sommet de la tête, & » celui qui doit l'abaisser aura son origine » dans la partie inférieure du ventre; ces » muscles avec ceux du bras droit demande- » roient un grand espace enflé comme un

Planches Figures.

Notes sur la III. Leçon.

» sa longueur la plus éloignée ; donc la *puissance : sera toujours à la résistance : » comme la plus grande distance de la résistance : est à la moindre distance de » la puissance au même point fixe.* Et par conséquent la puissance mouvante est » plus grande que la résistance.

» Proposition XXII.

» *La première recherche de la force absoluë apparente, qui peut se déveloper » par les deux muscles, nommés le* Biceps *&* *le* Brachiæus, *qui bandent le » coude (ou l'os inférieur du bras) lorsque tout le bras est dans une situation » renversée & horizontale ; c'est que cette force est plus grande que vingt fois le » poids qu'ils soutiennent, & qu'elle surpasse la force d'un poids de 560 livres.*

Planche 15. Figure 4.

» Soit l'*humerus* E A, & l'avant bras avec la main A B, presque dans une » ligne droite & horizontale, mais renversée, (c'est-à-dire, avec le coude » en bas) & que la corde G B soit roulée autour des extrémités des doigts » de la main étenduë G, à laquelle corde en G est suspendu le poids R, » qu'il faut augmenter par dégrés, jusqu'à ce que l'excès de la puissance » mouvante des muscles D C, devienne entiérement insensible, & qu'ils ne » puissent plus soutenir de poids plus grand que R, mais qu'ils soient seu- » lement capables de le soutenir avec une force égale ; alors on peut juger » que les *moments* des puissances du muscle & du poids, sont entiérement » égaux, aucune de ces forces ne surmontant l'autre. Or l'expérience nous » apprend que dans un jeune homme robuste, le poids R n'excéde pas 26 » livres, auquel il faut ajouter tout le poids de l'avant-bras & de la main, » qui valent à peu-près 4 livres, & ce poids n'agit pas à l'extrémité du levier » comme en B, mas dans un point moyen H, qui est au centre de gravité. » Donc si l'on suspend un autre poids de 2 livres en B, qui ait la même » proportion au poids de tout l'avant-bras, que la distance O H à O B, » nous aurons pour notre levier une ligne indivisible & sans pésanteur, à » l'extrémité de laquelle B sont suspendus deux poids, sçavoir R & le » poids de l'avant-bras, qui font en tout 28 livres ; & de plus, à cause que » la direction C D du tendon du muscle qui tire le poids, fait un angle fort » aigu avec la ligne C O, parce que le tendon du muscle touche exacte- » ment la tête de la jointure A, il faut du point fixe ou *apui* O, tirer la » droite O J perpendiculaire à C J, direction du tendon, & alors par les » principes déja démontrés, on verra que la *puissance qui tire le muscle* D C *: » a la même proportion à la résistance du poids* R *joint au poids additionnel dont » on vient de parler : : que la distance* O B *: à la distance* J O. Mais par un » examen rigoureux, on sçait que O B, longueur de l'avant-bras & de la » main, surpasse plus de vingt fois le demi-diametre de J O, tête de l'os. » Donc la force & la puissance qui tire le muscle D C, est environ vingt » fois plus grande que le poids R avec son poids additionnel ; & puisque » ces deux poids valent 28 livres, il paroît que la force avec laquelle le

» grand tonneau ; & la même chose feroit » requise pour les muscles du pied, ce qui » rendroit un homme si éloigné d'être bien » fait & bien articulé, que ce feroit au » contraire une masse lourde & ridicule, peu » propre au mouvement & à manier les » corps ; ainsi cette forme doit être entié- » rement rejettée.

» muscle tire l'avant-bras, & fait effort pour bander le coude, est plus » grande que celle de 560 livres.



PROPOSITION XXIII.

» *Trouver la force que le muscle précédent exerce lorsque* l'humerus *ou la* » *partie supérieure du bras est perpendiculaire à l'horizon, & que* l'avant-bras » *est parallèle à l'horizon.* Planche 15. Figure 5.

Planche 15. Figure 5.

» Soit en second lieu E A l'*humerus*, & A B l'*avant-bras* à angles droits » l'un avec l'autre, l'*humerus* étant perpendiculaire, & l'*avant-bras* toujours » horizontal. Dans cette position la longueur du levier A B reste toujours » la même, & le même muscle D C soutient à l'extrémité B un grand poids » de 33 livres (comme on le sçait par expérience); mais comme l'angle » J C O formé par le tendon & l'os O C, est moins aigu que dans la pré- » cédente situation horizontale des mêmes deux os, parce que lorsque » l'*humerus* E A est bandé vers l'*avant-bras* A B, le tendon du muscle D C » adhérant à l'humerus, est aussi bandé; cependant l'angle J C O ne devient » pas un angle droit, parce que le tendon en J est fortement attaché par » des *faisceaux* membraneux, & par la peau extérieure, ces ligaments ser- » vants comme de poulie pour conserver au tendon vers A l'angle de la join- » ture; mais le tendon J C n'est pas joint si étroitement en J, qu'il ne » s'éleve un peu, & par conséquent la ligne droite O J perpendiculaire à » la direction du tendon C J, devient sensiblement plus longue que dans le » cas précédent, comme nous pouvons le voir en maniant notre bras: & » par conséquent la distance O B aura moins de proportion à J O, qu'on ne ,, l'avoit trouvé dans la premiére situation. Mais quelle proportion qu'ayent ,, ces distances, elle sera la même réciproquement, que celle de la force ,, qui resserre le muscle D C, & qui tire l'os avec la résistance du poids R ,, & du poids de l'*avant-bras* joints ensemble: Donc cette force aura moins ,, de proportion à cette résistance, que celle de 20 à 1; & puisqu'on a vû ,, par la recherche précédente, que la plus grande force des muscles *Biceps* ,, & *Brachiaus* étoit égale à celle de 560 livres, on verra (par la recher- ,, che pré ente, où le grand poids R est de 33 livres, & en y joignant le ,, poids de l'avant-bras, le tout est de 35 livres) que la distance O J n'est ,, que la soixantiéme partie de celle O B, & non pas la vingtiéme, comme ,, auparavant, & que par conséquent la distance J O étant sensiblement ,, augmentée, il s'ensuit que ces muscles peuvent élever un plus grand poids, ,, sçavoir de 35 livres.

,, On doit ici observer que quoique (par la raison que le membre E A B ,, est bandé,) les muscles ne sont pas étendus comme auparavant, mais qu'ils ,, doivent être un peu relâchés; cependant la force mouvante de chaque ,, muscle a moins de force de contraction, parce que réellement les muscles ,, D C ne sont pas tous deux fixés au sommet de l'*humerus*; car le *biceps* ,, est attaché à l'épaule ou à l'os de l'épaule H L E en L, & le *brachiaus* ,, au milieu de l'*humerus*. Et parce que l'épaule H E L est toujours dans ,, la même situation transversale, l'*humerus* E A roulant autour du centre ,, E de son articulation, doit rendre l'angle I E O avec le *scapula* moins

Notes sur la III. Leçon.

„ aigu à mesure que l'humerus est plié en bas, & alors l'origine D du muscle „ *biceps* est plus élevée, & s'éloigne plus du sommet de E, tête de l'os, „ parce que la longueur de la ligne L D J, soutendante de l'angle L E O, „ est augmentée, & par conséquent ce muscle est d'autant plus étendu à „ mesure que l'*humerus* est plié en bas. Donc quoiqu'à raison de l'angle „ E O B, le muscle *brachiæus* soit relâché; cependant le *biceps* en sera d'au„ tant plus étendu, à raison de l'élevation du point D sur la tête de l'*humerus*.

„ Proposition XXIV.

Planche 15. Figure 6.

„ *Par-là on peut trouver séparément avec vraisemblance les forces absoluës* „ *du muscle* biceps, *qui équivaut à 300 livres*, & *du* brachiæus, *qui est* „ *égal à la force de 260 livres*. Planche 15. Figure 6.

„ Soit l'*humerus* O E plié en arriére pour faire l'angle H E O aussi aigu „ qu'il est possible, & soit de même l'*avant-bras* A B tellement plié, qu'il „ devienne paralléle à la ligne supérieure du *scapula* H L; alors les angles aigus „ alternes H D J & C J D seront égaux entr'eux; & autant que le muscle „ *biceps* D J C est relâché à cause de la petitesse de l'angle concave C O E, „ autant est-il tiré & étendu à cause de l'angle convexe H D O: donc la „ tension naturelle du muscle *biceps* n'est en aucune façon altérée, & elle „ reste exactement de la même longueur que si le bras étoit dans une situa„ tion horizontale; & comme il ne souffre point de rélaxation, il doit avoir „ la même force pour se resserrer lui-même, qu'il a dans la position horizon„ tale. Mais le muscle *brachiæus* n'a pas le même avantage, son origine „ étant au milieu de l'humerus en F, & son extrémité ou insertion en J, „ auprès de la tête de l'*avant-bras*, & parce que l'angle E O C est aigu, „ le muscle *brachiæus* doit souffrir la plus grande rélaxation, & par con„ séquent avoir peu ou point de force mouvante. On peut donc en ce cas „ trouver la force mouvante du *biceps* seul; (c'est-à-dire, supposé que la „ distance O J du tendon au centre de la tête de l'*avant-bras*, ne varie pas.) „ Supposons donc que le poids R soutenu dans cette situation, joint au poids „ de l'*avant-bras*, soit de 25 livres, puisque la distance J O est presque la „ douziéme partie du *radius* & de la main, B O, la force absoluë du muscle „ *biceps* sera douze fois plus grande que le poids suspendu R joint au poids „ de l'avant-bras; c'est-à-dire, qu'elle sera égale à une force de 300 livres, „ lorsque le *brachiæus* ne fait point de force à raison de sa grande rélaxation. „ Ensuite puisque les forces réunies des deux muscles, le *biceps* & le *bra*„ *chiæus*, agissant ensemble dans la premiére expérience, sont égales à une „ force de 560 livres; si l'on ôte de cette force celle du *biceps* seul, qu'on „ vient de trouver de 300 livres, la force restante de 260 livres, sera celle „ de muscle *brachiæus*, & c'est ce qu'il falloit trouver.

„ Proposition XXV.

„ *Trouver quelle force les mêmes muscles font, lorsque* l'avant-bras *pend en*



„ *bas, pendant qu'on tient* l'humerus *perpendiculaire à l'horizon.* Planche 15. „ Figure 7.

Planche 15. Figure 7.

„ Soit maintenant l'*humerus* E A, & l'*avant-bras* A B dans une ligne „ droite perpendiculaire à l'horizon; le plus grand poids que l'on puisse suf- „ pendre en B, seroit presque immense, si la force & la tenacité des liga- „ ments pouvoit toujours résister, & si elle étoit entiérement insurmontable. „ Si ensuite on fléchit un peu l'*avant-bras*, ensorte qu'il fasse un angle obtus „ E A B avec l'*humerus*, qui est maintenant perpendiculaire à l'horizon, & „ un angle aigu B A K avec la ligne horizontale O K, alors certainement „ le grand poids R sera beaucoup augmenté, parce que si du point B on „ mene la ligne B K perpendiculaire à la ligne horizontale A K, le poids „ R qui tire le levier A B obliquement, agira de la même maniére que s'il „ avoit été suspendu au point K du levier O K; & par conséquent nous aurons „ un nouveau levier O K plus court que O B: mais la force du muscle qui „ éleve le levier, tire du point J, & a pour distance de sa ligne de direction, „ J O. Donc la force absoluë qui resserre le muscle (& qui est toujours la „ même) a la même proportion à la résistance du poids R, que K O à J O. „ Donc si K O n'est que double de O J, le poids R, qui est soutenu dans „ cette position, sera la moitié de toute la force mouvante, & par consé- „ quent égal à 780 livres; & si la distance O K étoit moindre que O J, „ alors le poids R seroit aussi plus grand que la force mouvante de ces mus- „ cles.

„ Delà on peut aussi conclure, que dans la fléxion ou élevation de l'*avant-* „ *bras*, l'effet de la même force qui tire le muscle, diminue continuelle- „ ment, parce que la longueur du levier O K augmente successivement, & „ par conséquent le poids R doit être diminué de la même maniére.

PROPOSITION XXVI.

„ *Trouver la force des mêmes muscles, lorsque le bras est placé dans une* „ *situation horizontale renversée.* Planche 15. Figure 8.

Planche 15. Figur. 8.

„ La force des muscles qui plient l'*avant-bras*, peut agir d'une autre „ maniére; sçavoir, lorsque l'*avant-bras* A B étant dans une situation hori- „ zontale renversée, doit se fléchir en bas vers G par les muscles D C, „ qui sont maintenant sous l'*avant-bras*; car la corde B L G passant sur la „ poulie ou rouë M L, mobile autour de l'aissieu fixe M, il est évident que „ pendant que la main B descend, le poids R monte, A B étant le levier „ dont l'*apui* est O, & le poids R tirant l'extrémité B du levier en haut vers „ L, la puissance des muscles D C tire en bas le levier A B de J vers D. „ Et par conséquent ce qu'on a dit ci-devant, se vérifiera encore ici, avec „ cette seule différence, que dans le premier cas l'extrémité B étoit tirée „ en bas, non-seulement par la résistance du poids R, mais encore par le „ poids de tout l'avant-bras & de la main; & qu'au contraire, ici le poids „ de l'avant-bras n'agit pas contre la puissance des muscles, mais il la favo-

LEÇON sur la III. Leçon.



Planche 15. Figure 8.

„ rise pour l'aider à tirer, parce que comme dans cette situation les muscles „ tirent en bas l'*avant-bras*, ainsi l'*avant-bras* pousse aussi en bas par sa „ pesanteur, & ces deux puissances prises ensemble ont un *moment* égal a „ celui du poids R. Or comme dans le premier cas le poids de l'*avant-bras* „ a été ajouté à la résistance du corps pesant R, ainsi est-il ajouté a la „ puissance des muscles dans celui-ci; & puisqu'on a fait voir que la plus „ grande puissance des muscles D C étoit égale à celle de 560 livres (par la „ vingt-deuxième Proposition citée ci-devant) il suit que si le levier A B „ n'avoit aucune pesanteur, ayant trouvé que la distance O B est vingt fois „ celle O J, le poids R doit être de 28 livres; mais parce que 2 livres „ ajoutées à R sont en *équilibre* avec le poids de l'*avant-bras* A B (c'est-à-„ dire, qu'elles en font comme un levier sans pesanteur) il s'ensuit que le „ poids avec cette addition faisant trente livres, sera le plus grand poids „ que la force des muscles puisse soutenir dans cette situation. On peut „ prouver cela d'une autre manière; car le poids de l'*avant-bras* qui descend „ étant comme deux livres suspendues en B, & agissant également avec „ une force de 40 livres qui le tire appliquée en J (à cause de la propor-„ tion réciproque de 20 à 1) la force de la puissance D C J sera de 560 „ livres; donc cette force jointe au *moment* de l'*avant-bras* qui agit avec „ elle, produira un effet égal à tout le poids de 600 livres.

Mais ce qui paroît le plus merveilleux, c'est la force des muscles qui font mouvoir la machine inférieure, que Borelli examine dans la quatre-vingt-septiéme & quatre-vingt-huitiéme Proposition de la premiere Partie de son Livre, où il fait voir que ces petits muscles, qui, pris ensemble, n'excedent pas dans un homme le poids d'une livre, agissent pourtant avec une force égale à 534; & dans les mâtins, les loups, les éléphants, & les lions, ils ont une force de beaucoup supérieure, laquelle les met en état de briser de gros ossements, comme ils le font journellement en prenant leur nourriture.

7. [35. — *Et si le bras* C W *est placé en ligne droite avec* P C, &c. *On verra clairement que l'instrument est un levier de la première espéce.*]

Quoique le levier recourbé ne soit pas un instrument d'un usage commun, excepté dans le marteau & autres outils de cette espece, cependant il est très-nécessaire d'y faire attention, pour expliquer différentes machines qui contiennent virtuellement un tel levier, surtout dans les Propositions de statique, dont nous allons donner ici quelques exemples. On peut clairement expliquer par ce moyen les cas du *plan incliné* & du coin. (n°. 48, 49, 50, 51, 52.) Par exemple, lorsque le poids P (*Planche* 10. *Figure* 14.) soutient le poids W dans le plan incliné A B, en tirant le centre du poids dans la ligne M W paralléle au plan, on peut considérer dans ce poids le *levier recourbé* W T *n*, dont le plus long *bras* est W T, & le plus court T *n*. Or, comme le ligne de direction de la puissance est M W paralléle au plan, la ligne T W menée à angles droits sur cette direction, sera la distance de la puissance; & comme W *n* est la ligne de direction du poids, *n* T sa perpendiculaire sera la distance du poids; donc *comme* n T (*bras le plus court du levier recourbé*) : *est à* W T (*son plus long bras*) : : *ainsi la puissance* P : *est au poids* W. *Or comme les triangles*

Planche 10. Figure 14.

NOTES sur la III Leçon.

Planche 10. Figure 14.

W T n & A B C sont semblables, la puissance ainsi considerée : est au poids :: comme B C *hauteur du plan : est à sa longueur* A B ; ce qui avoit déja été prouvé. (n°. 49.) Mais si la puissance avoit tiré le poids par une ligne parallele à la base du plan, qui est le cas du coin, on expliqueroit son action en cette maniére : La puissance agissant obliquement à l'extrémité du long bras du levier recourbé W T *n*, on doit trouver sa *distance active* en menant du centre du mouvement T, la ligne T *o* perpendiculaire à la ligne de direction de la puissance, que l'on doit maintenant considerer comme le long *bras* du levier, pendant que *n* T est toujours le petit bras, & agit par le poids à angles droits. On trouvera donc la quantité ou intensité du poids п par cette analogie.

Comme le long bras du levier, qui est maintenant T *o* :
Est au petit bras T *n* : :
Ainsi W *le poids* :
Est à п *la puissance ;* ou : : *la base* A C : *à la hauteur* C B.

Lorsque j'ai consideré le *plan incliné* comme un instrument méchanique (n°. 48, 49, 50, 51, 52.) je n'ai parlé que de deux applications de la puissance, l'une avec sa ligne de direction paralléle au plan, & l'autre (qui le réduit au coin) avec sa ligne de direction paralléle à la base du triangle, c'est-à-dire, inclinée au plan autant que le plan est incliné à l'horison, l'angle W B A (que l'on nomme *Angle de Traction* *) étant égal à l'angle B A C, à cause des paralléles W B, A C ; mais comme dans les machines composées, & dans l'usage des voitures, l'angle de traction ou l'inclinaison de la ligne de direction de la puissance avec le plan est fort variable, il est à propos de considerer le *levier recourbé* dans le corps que l'on tire pour tous les cas ; ce qui deviendra sensible dans l'exemple suivant.

Soit D L B l'angle de traction, comme lorsque la puissance п tire sur la poulie *p* dans la ligne *p* L. W T *n* est un *levier recourbé*, dont le centre de mouvement est T, point où le globe W touche le plan ; *n* T le bras le plus court du levier, & sur son extrémité *n*, on imagine que le poids est placé, comme y étant supporté, & le pressant à angles droits, parce que sa ligne de direction passe par *n* (L. 2. n°. 47.) ; W T est le long bras du levier auquel la puissance est appliquée obliquement. Mais comme T *z* perpendiculaire à la ligne de direction de la puissance, est sa distance active, nous pouvons considerer T *z* comme le long bras du levier. Alors tous les cas seront résolus par cette analogie.

Comme le long bras du levier, qui est maintenant z T :
Est au bras le plus court T *n* : :
Ainsi W, *le poids* : :
Est à п *la puissance.*

Afin qu'on puisse trouver ce dernier levier recourbé, dans chaque direction de la puissance, c'est-à-dire, dans tous les angles de traction, on tirera de la régle précédente celle-ci, qui est pour toutes les directions de la puissance.

* L'angle de traction est celui qui est fait par la ligne de direction de la puissance avec le plan ; & par conséquent lorsque la puissance tire parallelement au plan, il n'y a point d'angle de traction.

NOTES sur la III. Leçon.

Comme le sinus de l'angle du plan :
Est au sinus complement de l'angle de traction : :
Ainsi la puissance :
Est au poids.

Planche 10. Figu e, 14.

MAIS pour faire voir que cette régle se tire du levier recourbé, il faut faire voir que *n* T, bras le plus court de ce levier, est toujours à son long bras z T, comme le sinus d'inclinaison au sinus complement de l'angle de traction ; ou que C B dans le triangle A B C : est à L z dans le triangle T L z : : comme *n* T : est à T z : & delà nous tirerons quelques Corollaires utiles de notre régle générale.

DÉMONSTRATION.

PUISQUE W T est perpendiculaire à A B, & que les angles W *q* T, & A *q* E sont égaux (étant opposés par la pointe) le triangle A *q* E (rectangle en E) ayant deux angles égaux à deux angles du triangle W *q* T, le troisiéme angle A sera égal au troisiéme angle *q* W T ; par conséquent ces triangles seront équiangles & semblables ; (par la 4e. & 6e. *Eucl.*) & comme *q* E est le sinus d'inclinaison pour le rayon A *q* (parce que dans son triangle semblable B C est le sinus d'inclinaison pour le rayon A B) on aura aussi *q* T sinus d'inclinaison pour le rayon W *q*. Mais comme T *n* paralléle à l'horison, tombe sur W *q*, qui étant la ligne de direction du poids, lui est perpendiculaire, le triangle W T *n* sera semblable à W *q* T (par la 8. 6. *Eucl.*) & ainsi T *n*, petit bras de notre levier recourbé, deviendra le sinus d'inclinaison pour le rayon W T. *Ce qui étoit une des deux choses à démontrer.*

De plus comme T z est par la construction perpendiculaire à L W, le triangle W z T est semblable à L W T (par la 8. 6. *Eucl.*) Donc l'angle z T W est égal à W L T, angle de traction ; ensorte que comme L T est le cosinus de l'angle de traction pour le rayon L W, T z (long bras de notre levier recourbé) sera le cosinus de l'angle de traction pour le rayon T W. *Ce qui étoit la deuxiéme chose à démontrer.*

COROLLAIRE I.

DELA il suit que lorsque la ligne de direction est paralléle au plan, la puissance est la moindre qui soit possible pour cette inclinaison du plan ; parce qu'alors le cosinus de l'angle de traction devient sinus total ; c'est-à-dire, que T z devient T W, où le long bras du levier W T étant poussé à angles droits, exprime la distance de la puissance, ou parlant exactement, l'angle de traction disparoît. Mais si la puissance tiroit directement en haut dans la ligne W *e*, elle seroit égale au poids, parce qu'alors W *q* T étant l'angle de traction, son cosinus (pour le rayon *q* W) seroit *n* T, qui est égal au sinus d'inclinaison exprimé ici par cette ligne. Par ou l'on voit clairement que si un cheval tire un poids au haut d'une montagne par le moyen d'une charréte ou d'une machine roulante quelconque, il le tirera d'autant plus aisément,

aisément, que la ligne de direction par laquelle il tire le poids, approche plus d'être parallèle au penchant de la montagne le long de laquelle il le tire.

Notes sur la III. Leçon.

COROLLAIRE II.

Planche 10. Figure 14.

Il suit aussi que si la ligne de direction comme BW & wW parallèle à AB, forment l'angle wWB, égal à l'angle wWD, la puissance appliquée en B sera égale à la puissance appliquée en D; parce que dans ce cas, les angles de traction WLB, WBL seront égaux, puisque par la 29. 1. *Eucl.* l'angle WLB est égal à son extérieur opposé DWw, qui est supposé égal à l'angle wWB, & par conséquent à son alterne WBL. D'où il suit que si la ligne de direction de la puissance, comme Wa & la ligne WT perpendiculaire a A forment l'angle TWa, égal à l'angle d'inclinaison A (ou qWT) la puissance appliquée en a sera égale au poids par le *Cor.* 1. parce qu'alors l'angle de traction WaL, est égal au complément de l'angle d'inclinaison A, c'est-à-dire, WaL est égal à Wqa = ABC.

COROLLAIRE III.

Enfin il suit aussi, que si la ligne de direction de la puissance est WT à angles droits sur le plan incliné AB, ce qui fait un angle de traction droit; la puissance appliquée en T ou en quelque point que ce soit de la ligne tT, doit être infinie. Ce qui signifie qu'une puissance qui devroit tirer le poids W directement de dessus le plan, ou le pousser directement contre le plan, ne pourroit pas le retenir, quelque grande que fût sa force ou son intensité, parce que dans ce cas le cosinus de l'angle de traction se réduit à rien, ou *étant infiniment petit*, la force appliquée en T doit être infiniment grande, puisqu'on a fait voir que cette puissance : doit être au poids : : comme le sinus de l'angle d'inclinaison : au cosinus de traction.

Avant que de quitter ce sujet sur les corps supportés ou tirés sur des plans inclinés, qu'il me soit permis d'appliquer ce qui a été dit dans la seconde Leçon (n°. 28, 35, 47) pour faire voir en général comment un corps doit être soutenu sur un plan incliné par un autre corps d'un moindre poids (si le premier est tiré dans une ligne de direction parallèle au plan, & si le dernier est suspendu perpendiculairement) lorsque le poids du grand corps : est au poids du petit : : comme la longueur du plan : est à sa hauteur. Le tout est tiré de ce principe établi & expliqué dans la seconde Leçon, sçavoir *que si le centre de gravité d'un systême de corps ne descend pas, les corps ne peuvent pas descendre.*

Planche 15. Figures 9.

Maintenant pour appliquer ceci à notre dessein, soit ADB un plan incliné, (*Planche* 15. *Figure* 9.) dont la hauteur est DB. Si par le moyen d'une poulie P, le poids w suspendu perpendiculairement retient par une corde le poids W sur le plan incliné, & que ces poids soient l'un à l'autre, comme la longueur du plan est à sa hauteur, (qui est ici comme 2 à 1) ils resteront en repos (c'est-à-dire qu'ils se tiendront en équilibre) en quelque partie que ce soit du plan où le poids W soit placé. Premiérement soit la situation des corps W & w; menez la ligne mn qui joint leurs centres

NOTES sur la III. Leçon.



Planche 15. Figures 9. 10.

de gravité ; & ayant trouvé leur centre commun de gravité en C (par la Leç. 2. n°. 39.) faisant Cn = 2 Cm, menez Hh ligne horizontale, par ce centre commun ; je dis que quelle que soit la position de ces corps, ou en quelque partie du plan que W soit placé, leur centre commun de gravité sera toujours dans la ligne horizontale Hh. Si W est porté en V, w tombera en u, & le centre commun de gravité sera en k. Si les centres des corps sont en E & e, leur centre commun de gravité sera en K, toujours dans la même ligne Hh, ce qui peut se prouver aisément, parce que les triangles nhC, mHC, bqk, rok, &c sont tous semblables. *Puis donc qu'il n'y a point de position de W sur le plan, & de w dans la perpendiculaire W q, qui puisse altérer la hauteur du centre commun de gravité des corps, ils doivent être en* équilibre, *parce qu'ils ne peuvent pas tomber, à moins que leur centre de gravité ne descende.* C. Q. F. D.

COROLLAIRE.

PAR LA on voit la raison pour laquelle deux corps inégaux se soutiennent l'un l'autre sur des plans inégaux de la même hauteur, dont les longueurs sont l'un à l'autre en raison réciproque des corps. Par exemple, soient les poids F & G (*Figure* 10.) joints par la corde F P G qui passe sur la poulie P, & qui soient l'un à l'autre comme les plans A B, B D (dont la hauteur commune est B E) sur lesquels ils sont respectivement en repos. Cherchez leur centre de gravité commun C, & par ce point C menez une ligne horizontale ; vous trouverez comme ci-devant, que de quelque maniére que l'on change leurs situations dans leurs plans respectifs, leur centre commun de gravité se trouvera toujours dans la même ligne horizontale qui passe par C, &c.

8. [37. — *La poulie supérieure qui est fixée, n'augmente pas la force, mais elle empêche seulement le frottement, en faisant couler la corde aisément, & d'autant plus aisément, que la rouë est plus grande par rapport à l'aissieu autour duquel elle tourne.* Je ferai voir exactement dans la Leçon suivante, combien le frottement d'un rouleau ou d'une poulie fixe est diminué à proportion que son aissieu ou ses tourillons ont un diametre plus petit que la rouë ou le rouleau. Je vais à présent parler de la diminution de pression sur l'aissieu d'une poulie, qui arrive toujours dans une certaine proportion des poids suspendus de part & d'autre, lorsqu'ils sont en mouvement, & cela sans aucun égard à la grosseur de l'aissieu, que je considére dans ce cas comme une ligne. La chose en général est comprise dans la Proposition suivante.

PROPOSITION.

Lorsqu'un fil ou une corde passe sur une poulie simple ou sur un rouleau par la chute d'un poids prépondérant (l'autre poids montant en même-tems) la pression sur l'aissieu de la poulie est toujours égale au quadruple du produit des poids multipliés l'un par l'autre, & divisés par la somme des mêmes poids.

Planche 15. *Figure* 11.

SOIT DE la poulie, C son centre, les poids p & q, & la corde qui passe dessus, $pDrEq$. Je dis que la pression sur l'aissieu ou centre C, est $= \frac{4pq}{p+q}$

Planche 15. *Figure* 12.

LA poulie étant représentée dans cette figure par les mêmes lettres que ci-devant, menez à volonté les lignes Dd, & Ee, dans lesquelles les poids montent ou descendent. Tirez du centre de la poulie, Ck parallele à ces lignes ; & par le point o pris à volonté dans la ligne Ck, menez la ligne horizontale pq ; & prenant la distance pP égale à qQ, menez la ligne oblique PoQ. Du point c, centre commun de gravité des poids, représentés par les lettres p, q, & supposés suspendus en ces points, abaissez la perpendiculaire cg jusqu'à la rencontre de la ligne PQ. Si l'on considere pq comme une balance dont les *bras* sont inégaux, & dont les longueurs sont en raison réciproque de p à q, ensorte que les poids p & q seroient sur cette balance en *équilibre*, on peut appeller cq le levier du plus grand poids, q & pc le levier du moindre poids p ; & si l'on suppose que le poids q descende jusqu'en Q, pendant que p s'éleve jusqu'en P, (par des espaces égaux) puisque Pg est à g Q comme pc à cq, la ligne cg représentera la descente du centre commun de gravité des 2 poids.

DÉMONSTRATION.

LA somme des poids $p + q$: est à leur différence $q - p$ :: comme la somme de leurs leviers $pc + cq$: est à leur différence $pc - cq$; & par conséquent :: comme la demi-somme de leurs leviers oq : est à leur demi-différence oc ; & de même, (par 2. & 4. 6. *Eucl.*) :: comme qQ, vîtesse du poids qui descend : est à cg, vîtesse du centre de gravité qui descend. Maintenant si l'on ôte de q un poids égal à p, il ne reste que $q - p$ pour donner le mouvement aux poids par sa pesanteur naturelle. Mais le *moment* de $q - p$ par la pesanteur naturelle, est $qv - pv$ (en prenant v pour la vîtesse naturelle du poids qui tombe.)

Donc la vîtesse exprimée par qQ, sera $\frac{qv - pv}{q + p}$. Mais nous avons eu ci-devant cette analogie, $p + q : q - p :: qQ : cg$. Nous avons donc $p + q : q - p :: \frac{qv - pv}{q + p} : cg$, vîtesse du centre de gravité, qui sera $\frac{\overline{q^2 - 2pq + pp} \times V}{p^2 + 2pq + q^2}$.

Donc le *moment* des deux corps sera cette vîtesse multipliée par les deux corps, & par conséquent le *moment* de la chute des deux corps sera $\frac{\overline{q^2 - 2pq + p^2} \times V}{q + p}$. Mais si les deux corps $q + p$ tomboient entierement,

Notes sur la III. Leçon.

leur *moment* feroit $qv + pv$. D'où il ne faut retrancher que ce qui tombe des deux corps, qui eſt $\frac{\overline{q^2 - 2pq + p^2} \times v}{q + p}$, il y a un reſte de ces corps, qui ne tombe pas, & ce reſte, qui eſt de conſéquence, doit appuyer ſur le centre, & preſſer l'aiſſieu. Donc en faiſant la ſouſtraction, on verra que ce reſte eſt $\frac{4pq}{p+q}$. Ce qu'il falloit démontrer.

SCHOLIE.

De là il ſuit, que ſi p eſt égal à q, (auquel cas il n'y aura point de mouvement dans les poids) la preſſion ſera $2p = p + q$; & ſi q eſt infini, la preſſion eſt $4p$. Pour éprouver cette Propoſition, je fais l'expérience ſuivante.

EXPÉRIENCE.

Planche 15. Figure 13. 14.

Je fais entrer à vis une poulie fort délicate D au fonds du baſſin b de la balance A B, mobile autour du centre C; & ayant mis la poulie en équilibre avec les poids dans le baſſin a, j'attache à un fil les deux poids p & q, peſant 2 & 6 onces; enſuite ayant fait paſſer le fil ſur la poulie D, je mets dans le baſſin a le poids de 6 onces & un denier, que j'arrête avec un fil pour l'empêcher de monter, ce poids étant attaché au fonds par le crochet fixe H, pendant que toute la balance eſt ſuſpenduë à un crochet fixe en M. Soutenant le grand poids q avec une regle placée horizontalement en-deſſous en e, je la tire ſubitement pour donner à q la liberté de deſcendre; & pendant ce tems-là, la preſſion ſur l'aiſſieu de la poulie D eſt tellement diminuée, (pendant que le poids p monte, & que q deſcend) que le baſſin a deſcend par l'action du petit poids d, même lorſque ce poids eſt beaucoup plus petit que celui d'un denier, comme on le voit clairement en ce que le fil H a devient lâche.

Lorſque q eſt $= 12$ onces, & $p = 3$, le contrepoids dans le baſſin oppoſé doit être de 9 onces & de 12 deniers, ſelon la théorie, & l'expérience le confirme; y ayant une chute viſible du baſſin a, par l'addition du petit poids d, même lorſqu'il eſt moindre que la 300e. partie de q, &c. Prenez q & p dans toute autre proportion, & les expériences ſeront toujours conformes à la théorie.

Cette maniere de conſiderer la preſſion ſur l'aiſſieu, peut auſſi s'appliquer à l'aiſſieu d'une rouë, comme on va voir.

Soit A C B (*Planche* 15. *Figure* 14.) un *tour* dont la rouë eſt A B, C le centre ou axe du mouvement, & A X l'aiſſieu, q un poids, (ordinairement le plus grand poids) & p l'autre; la ligne qp comme un levier diviſé inégalement en o, repréſente par ſa partie qo le bras ou demi-diametre de l'aiſſieu A C, & par ſa partie op le bras ou demi-diametre de la rouë C B.

Les corps p, q étant dans la ſituation repréſentée par la figure, & pb plus grand que qa, la partie de p qui fait *équilibre* avec q, ſera

Planche 15. Figure 14.

$\frac{qa}{b}$, & par conféquent il ne reftera de p que $p - \frac{qa}{b}$, ou $\frac{pb - qa}{b} \times V$ (faifant V égal à la vîteffe avec laquelle les corps defcendent) pour donner le mouvement aux deux corps ; parce que le refte du poids des deux corps $pV + qV$, qui eft $\frac{qbV + qaV}{b}$ des deux corps en équilibre $q + \frac{qa}{b}$ reftera preffant fur l'aiffieu de la machine. Soit u la vîteffe de p, celle de q fera $\frac{au}{b}$ & fon moment fera $\frac{qau}{b}$, lequel étant ajouté à pu, *moment* de p, donne $\frac{pbu + qau}{b}$, égal, à tout le *moment* produit par la force ou *moment*, $\frac{pbV - qaV}{b}$. Donc puifque le moment produit eft toujours égal à celui qui le produit, nous avons $\frac{pbu + qau}{b} = \frac{pbV - qaV}{b}$, ce qui donne $u = \frac{pbV - qaV}{pb + qa}$ & $\frac{au}{b} = \frac{pbaV - qaaV}{pbb + qab}$, ce qui donne le *moment* de $q = \frac{qpba - qqaa}{pbb + qab} \times V$, & ce *moment* doit agir comme s'il portoit fur l'aiffieu, qui par conféquent en doit fouffrir la preffion. Et comme q par fa réaction fur p lui fait perdre d'autant plus, (portant auffi fur l'aiffieu) ou retarde d'autant plus fa defcente, l'aiffieu doit néceffairement par cette action & réaction égale, fouffrir la double preffion $\frac{2qpba - 2qqaa}{pbb + qab} \times V$, à laquelle ajoutant le poids $\frac{qb + qa}{b} \times V$ des deux poids d'*équilibre*, toute la preffion fur l'aiffieu fera égale à $\frac{qpbb + qqab + 3pbqa - qqaa}{pbb + qab} \times V$. ou (divifant par le Dénominateur autant qu'il eft poffible) elle fera égale à $\overline{q + \frac{3pbqa - qqaa}{pbb + qab}} \times V$ Donc l'aiffieu fupporte autant de poids que s'il foutenoit la quantité de matiere, $q + \frac{3pbqa - qqaa}{pbb + qab}$.

COROLLAIRE I.

SI $pb = qa$, la preffion eft $q + p$, ou $q + \frac{qa}{b}$ (en fubftituant pb pour qa, ou au contraire dans la formule $\frac{qpbb + qqab + 3pbqa - qqaa}{pbb + qab}$ parce qu'en ce cas $\frac{qa}{b} = p$.

* NOTES sur la III. Leçon.

COROLLAIRE II.

* SI p eſt infini, la preſſion eſt $q + \frac{3qa}{b}$, ou le poids q avec trois fois le poids qui eſt capable de le tenir en équilibre à la diſtance de p, comme dans la poulie ci-deſſus, où la preſſion eſt $\frac{4pq}{p+q}$. Si q eſt infini, la preſſion eſt alors $4p$; & ſi b eſt infini, la preſſion n'eſt égale qu'à q.

N. B. *On peut donner pour regle générale de la preſſion ſur l'aiſſieu, tant de la poulie que de la roue & de ſon aiſſieu, par deux corps qui agiſſent l'un contre l'autre*, l'analogie ſuivante :

Comme le moment *des deux corps qui tombent librement :*

Eſt au moment *qui eſt perdu lorſqu'ils agiſſent l'un ſur l'autre par la machine : :*

Ainſi tout le poids des corps :

Eſt au poids qui preſſe ſur l'aiſſieu.

Feu M. *Pierre Daudé* qui m'a communiqué cette propoſition au ſujet de la preſſion ſur l'aiſſieu d'un *Tour* n'ayant pas d'abord fait réfléxion que les poids qui montent & deſcendent en faiſant tourner le *Tour*, étoient de la nature du pendule (parce que, comme ils ont différentes vîteſſes, ils s'accelerent & ſe retardent mutuellement) me donna quelque tems après la ſolution ſuivante, où il a corrigé cette erreur. Mais comme elle dépend de la théorie des pendules que je n'ai examiné que vers la fin de ce premier volume, je crois que le Lecteur la concevra mieux lorſque j'aurai parlé des pendules. Mais avant que d'entrer dans la ſolution de M. *Daudé*, il eſt bon de ſuppoſer quelques principes ſur le centre d'oſcillation.

1°. Le *centre de gravité* de deux corps joints enſemble par une ligne mathématique, eſt le *point de cette ligne, où chacun de ces deux corps agit avec tout ſon poids dans l'état de repos ;* & cela arrive lorſque leurs *momens*, qui ſont en ce cas le produit de leurs quantités de matiére, par leurs léviers, ou diſtances à ce centre de gravité, ſont égaux. En ſorte que ce centre reſſent le poids des deux corps.

2°. Le *centre d'oſcillation* de ces deux corps, eſt *un point dans cette ligne, ſur lequel les deux corps en mouvement agiſſent avec tous leurs momens ;* & cela arrive, lorſque les produits de leurs *momens*, par leur diſtance au centre d'oſcillation, ſont égaux ; & leurs forces étant égales en ce point, leurs mouvemens n'y étant pas contraires l'un à l'autre, ils y agiſſent ou y tombent, de maniére que ce point ſe meut avec la vîteſſe naturelle des corps qui tombent, & qu'ils y frappent un obſtacle avec tout leur poids.

3°. Si l'on ſuppoſe que ces deux corps roulent autour du centre de ſuſpenſion, les centres de gravité & d'oſcillation ſeront tous deux du côté où eſt le plus grand *moment.*

4°. Si le centre de ſuſpenſion eſt entre les deux corps, le centre d'oſcillation ſera en-dehors des deux corps. Mais ſi le centre de ſuſpenſion eſt en-dehors des deux corps, le centte d'oſcillation ſera entre les deux corps.

Voici maintenant la propoſition exprimée ſelon la derniere ſolution de M. Daudé.

Planche 8. Figure 15.

PROPOSITION.

Trouver la pression que deux corps p *&* q *dans leur mouvement avec des directions contraires, impriment sur l'aissieu d'un* tour *ou d'une* poulie double *d'une seule piéce.* Planche 8. Figure 15.

Supposons q plus grand que p, alors le centre de gravité des deux corps étant au-delà de leur centre de mouvement c vers a, le corps q descendra & sera monter p. Donc pour trouver le centre de gravité s nous ferons cette analogie; $q : p :: b + a - z : z$ & $qz = pb + pa - pz$, ce qui donne $z = \frac{pb + pa}{p + q}$ & ôtant cette valeur de a, nous aurons, $a - \frac{pb - pa}{p \pm} = \frac{qa - pb}{q + p} = cs$. Maintenant en considérant le mouvement des deux corps p, q, comme celui d'un pendule double, dont les poids p, q sont suspendus l'un au-dessous du centre de suspension & l'autre au-dessus, nous trouverons leur centre d'oscillation en cette maniére; $qa : pb :: b + a + x : x\ (qo)$ & $qa - pb : pb :: b + a : x = qo = \frac{ppb + bba}{qa - pb}$, & $qo + qc = co = a + \frac{pbb + pab}{qa - pb} = \frac{qaa + pbb}{qa - pb} = co$. Donc puisque le centre d'oscillation tombe avec la vîtesse naturelle des corps pesans, que nous appellerons $V = 1$, nous ferons cette analogie, $co \left(\frac{qaa + pbb}{qa - pb}\right) : cs \left(\frac{aa - pb}{q + p}\right) :: V\ (1) : sg$, vîtesse de la chûte du centre de gravité s. Ensuite réduisant les deux premiers termes de cette analogie au même dénominateur, nous aurons celle-ci, $co\ (qqaa + qpbb + pqaa + ppbb) : cs\ (qqa2 - 2qba + ppbb) :: 1 : \frac{qqaa - 2qpba + ppbb}{qqaa + pqbb + pqaa + ppbb} = sg$ vîtesse de la chûte du centre de gravité. Multipliant donc cette vîtesse du centre commun de gravité par la somme des deux corps $p + q$, nous aurons le *moment* de leur chûte (ou d'autant de leur poids entier qu'il en tombe actuellement) égal à $\frac{qqaa - 2pqba + ppbb}{qaa + pbb}$, lequel étant soustrait de tout leur moment naturel qui est $qV + pV$, il reste $\frac{qpbb + 2pqba + qpaa}{qaa + pbb} = \frac{qp \times \overline{b + a}^2}{qaa + pbb}$, qui est la partie de leur poids qui presse sur c leur centre (ou plûtôt leur axe) de mouvement. De cette seule derniére équation, on peut tirer les corollaires suivans.

COROLLAIRE I.

SI $b = a$ la pression sur l'axe c est $\frac{4pq}{p + q}$, comme dans la poulie simple.

Notes fur la III. Leçon.

COROLLAIRE II.

Si q eſt infini, la preſſion ſur l'axe ſera $\frac{p \times \overline{a+b}^2}{aa}$; d'où il ſuit que ſi $a = b$, la preſſion ſera $4p$, comme dans la poulie ſimple.

COROLLAIRE III.

Si b eſt infini, la preſſion ſur l'axe ſera q, parce qu'alors le levier a n'eſt rien en comparaiſon de l'infini b.

COROLLAIRE IV.

Si a eſt infini, la preſſion ſur l'axe ſera p, parce qu'alors le levier b n'eſt rien en comparaiſon de l'infini a.

SCHOLIE.

On a trouvé ci-devant, que la preſſion ſur le centre du *Tour* eſt exprimée généralement par $\frac{qpbb + 2pqba + qpaa}{qaa + pbb}$; mais lorſque $qa = pb$, alors il y a *équilibre*, & l'aiſſieu ſupporte les deux poids $p + q$; or dans ce cas $\frac{qpbb + 2qpba + qpaa}{qaa + pbb}$ doit $= q + p$; ce qui (en le ſuppoſant ainſi) donne $qpbb + 2qpba + qpaa = qqaa + qpbb + pqaa, + bb$, donc par réduction $2pqba = qqaa + ppbb$ & $qqaa - 2pqba + ppbb = 0$, & par l'extraction de la racine quarrée $qa - pb = 0$, & par conſéquent $qa = pb$. Il eſt donc vrai, que lorſque $qa = pb$, on peut également en déduire la vérité de notre expreſſion générale; ſçavoir, que la preſſion ſur l'axe eſt $q + p$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Le poids, qui preſſe ſur l'axe c d'une poulie double ne peut pas être augmenté par l'accelération du poids q; parce que ce qui forme le poids des corps qui ne tombent pas, à raiſon d'un obſtacle qui les arrête, n'eſt que chacune des impulſions ſimples de la gravitation, & non pas la ſomme de plusieurs de ces impulſions; parce que chaque impulſion particuliere eſt détruite par l'obſtacle auſſi-tôt qu'elle eſt donnée. Mais les impulſions ſur un corps qui tombe, lui donnent chacun un dégré de vîteſſe qui n'eſt pas détruit; ainſi les vîteſſes données étant accumulées produiſent une accélération dans la chûte du corps q, pendant que le poids qui preſſe ſur l'aiſſieu de la machine ou de la poulie, eſt toujours égal ou le même.

9. [41 — *Pendant que* 2 *deſcend en* a, 1 *monte en* B *préciſément* 2 *fois auſſi haut, &c.*] Il y a un autre cas d'élever un poids par des poulies ſéparées, que j'ai paſſé ici ſous ſilence. Le Docteur *Pemberton* en fait mention dans ſon Livre ſur la *Philoſophie de Newton*. Je commencerai par la ſolution

qu'il

Planche 15. Figures 15 & 16.

qu'il en donne, & ensuite je ferai voir avec quelle facilité on peut la réduire à nos regles, en prouvant que, de quelque façon que le cas soit varié, il y aura toujours une proportion réciproque entre la puissance, le poids & leurs vîtesses. Le poids W (*Planche* 15. *Figure* 15.) est soutenu par la puissance P, par le moyen des trois poulies C, D, E, dont l'une C est fixe & les autres mobiles, & d'une corde qui va du poids sur chaque poulie, comme on l'a représenté dans la figure. » Pour expliquer l'effet des poulies „ ainsi appliquées, il est bon de considérer différens poids suspendus comme „ dans la *Figure* 16. Si la puissance & les poids se balancent ici mutuelle- „ ment, la puissance P est égale au poids *w*; le poids **w** est égal à deux fois „ la puissance P ou à deux fois le poids *w*; & par la même raison le poids „ W est égal à deux fois le poids **w**, ou à quatre fois la puissance P. Il est „ donc évident que tous les trois poids *w*, **w**, W pris ensemble, sont égaux „ à sept fois la puissance P. Mais si ces trois poids étoient réunis en un „ seul, ils produiroient le cas de la *Figure* 15. En sorte que dans cette figure „ le poids W, où il y a trois poulies, vaut sept fois la puissance P. S'il n'y „ avoit eu que deux poulies, le poids n'auroit été que trois fois la puissance; „ & s'il y avoit eu quatre poulies, le poids auroit été quinze fois la „ puissance.

Pour expliquer ceci à notre maniére, imaginons que le poids W est élevé d'un pouce, par exemple, de la ligne horizontale A B à la ligne horizontale *a b*, & par la construction de la machine nous trouverons quelle doit être la vîtesse de la puissance. 1°. Le point F de la corde passant sur la poulie C, descendra d'un pouce, sçavoir de la ligne F*f* à la ligne G*g* (parce que W attaché à cette corde, s'éleve d'un pouce par la supposition, & la poulie D attachée à ladite corde D F, doit aussi descendre d'un pouce. Par la descente de la poulie D d'un pouce, le point H de sa corde doit descendre de deux pouces, qui lui sont fournis des deux côtés de la poulie, & d'un pouce de plus qui lui est fourni par l'élevation du poids W; donc le point H doit descendre de 3 pouces ou de H*h* en J*i*. Enfin comme la poulie E descend de 3 pouces, parce quelle est suspenduë à la corde H J, le point K de la corde K P (étant fourni par les deux côtés de la poulie E) doit descendre de 6 pouces à cet égard, & d'un pouce de plus à cause de l'élevation du poids W. Donc le point K de la derniére corde par lequel la puissance P tire, doit descendre de 7 pouces, sçavoir de la ligne K*k* à la ligne L*l*, par où la puissance descendra aussi d'autant, sçavoir de P en *p*. Par conséquent une livre en P à la place de la main, soutiendra un poids de W sept fois aussi pesant, 7×1 étant égal à 1×7. *Donc dans cette combinaison de poulies, aussi-bien que dans toutes les autres, & même dans tous les instrumens méchaniques* (comme nous l'avons dit souvent) *lorsqu'il y a équilibre, il doit y avoir une proportion réciproque entre les intensités de la puissance & du poids & leurs vîtesses.*

10. [40 — *Les cordes, &c.* (appliquées aux poulies) *seront toujours supposées paralléles, à moins qu'on n'avertisse du contraire.*] QUOIQUE dans une combinaison de poulies, où la derniére poulie est fixe, comme dans la 4e, 5e, 6e, 7e, 8e & 9e *Figures* de la *Planche* 10, la force qui agit (supposé

NOTES sur la III. Leçon.

que ce soit un homme ou plusieurs hommes qui tirent) soit la même dans quelque direction que la puissance tire la corde qui passe sur les poulies ; cependant si les cordes qui sont appliquées à la rouë ou aux rouës des poulies, & qui montent avec le poids, n'étoient pas paralléles, la force se perdroit à proportion de leur obliquité.

Planche 15. Figure 17.

Supposons que le poids W (*Planche* 15. *Figure* 17.) joint à la poulie inférieure ou mobile C, au centre de laquelle il est suspendu, soit de 6 livres ; s'il étoit suspendu en *c*, il faudroit une force égale à 6 livres pour le soutenir : & par conséquent si l'on suppose deux poulies supérieures ou fixes, commë A, B, sur lesquelles passe une corde qui porte à chaque bout 3 livres, pendant que le milieu de la corde passe sous la poulie C, il est évident que les deux poids (ou plûtôt les puissances P & *p*) étant prises ensemble égales au poids, le soutiendront aussi, & seront en équilibre. Maintenant, puisque P & *p* se balancent mutuellement, si l'on ôte P, & qu'on attache la corde en *a*, *p* seul soutiendra le poids W, comme nous l'avons déja dit & expliqué (n°. 57.) & cela paroîtra plus évident, si l'on réduit la poulie C à un levier, de la maniére qu'on l'a fait voir dans la seconde Note de cette Leçon. En ce cas *mn* est un levier de la seconde espéce, dans lequel le centre du mouvement ou *point d'appui* est en *n*, le poids W tire à angles droits en *o* avec la distance *on*, pendant que la puissance avec la double distance *mn* tire aussi à angles droits dans la direction *m* B. Mais si la poulie B est transportée en *b*, la direction de la puissance changera & deviendra *bm* ; par conséquent sa force diminuera à proportion de l'obliquité de sa direction ; c'est-à-dire, que la puissance capable de soutenir le poids dans la direction *bm* : est à la puissance qui le soutient dans la direction *m*B : : comme *bm* : est à B*m*. (*Leçon* 3. *Note* 5.

On peut tirer de cette considération la regle générale suivante, pour connoître l'intensité de la puissance ou des puissances, qui tirant obliquement sur des poulies fixes, font élever directement en haut un poids suspendu au centre d'une poulie mobile.

Comme 2 fois la tangente de l'angle d'inclinaison (c'est-à-dire, de l'angle formé par la ligne de direction de la puissance, qui est la corde oblique, avec l'horizon) :
Est à la secante de cet angle : :
Ainsi le poids, lorsque l'un des bouts de la corde est fixe :
Est à la puissance qui tire obliquement.

Mais si deux puissances agissent (l'une à chaque bout de la corde) alors l'analogie sera celle-ci :

Comme deux fois la tangente de l'angle d'inclinaison :
Est à deux fois la sécante du même angle : :
Ainsi le poids :
Est aux deux puissances prises ensemble.

PRÉPARATION.

Planche 15. Figure 17.

SOIENT les poulies AB transportées en *a*, *b*, & les lignes *bm* & *an* prolongées jusqu'à leur rencontre en C ; joignez les centres des poulies *a*, *b*, par la ligne horizontale *ab* ; menez ED paralléle à *ab*, du point E pris

en sorte que D *e* soit égale à D C & faisant D *c* = D C, menez E *c* & *or* perpendiculaire à C *b*.

Notes sur la III. Leçon.

Démonstration.

Puisque *c* C est la ligne de direction du poids W, elle doit être perpendiculaire à *ab*, ligne horizontale (*L.* 2, n°. 22), & par conséquent parallele à B *m*; donc le triangle *c* C *b* est semblable au triangle B *qb* (par la 4. 6. *Eucl.*) & par la même raison D E C est semblable à *cb* C, & *c* D E, leur est aussi semblable & égal à DCE, à cause des angles droits en D, du côté commun D E & des côtés égaux D C = D *c*. De plus le triangle *ac* C est semblable aux précedens; parce que comme le poids W (ou son centre de gravité) descend aussi bas qu'il le peut, *a* C *b* doit être un triangle isoscelle divisé en deux parties égales par la ligne de direction C *c*. Maintenant, si C *c* représente l'intensité du poids suspendu au centre de la poulie inférieure C, sa moitié D C représentera l'intensité de la puissance qui tire directement ou qui est à angles droits avec le levier *mn* & C E son intensité lorsquelle tire obliquement; & puisque l'angle D E C = *cb* C, E *c* la sécante de D E C sera la sécante de l'angle d'inclinaison, & D C tangente de D E C sera la tangente de l'angle d'inclinaison, & son double C *c* représentera l'intensité du poids. C. Q. F. D.

Si l'on employe deux puissances, P tirera avec la même obliquité que *p*, parce que l'angle *a* C *c* = *c* C *b*; donc P + *p* : P + *p* : : D C + D *c* : C E + E *c*. C. Q. F. D.

On peut en faire l'expérience en prenant le poids W joint à sa poulie, égal à 6 livres, & les poids P & *p* égaux à 5 livres chacun; car alors si les poulies A & B sont arrêtées à la distance de 8 pouces l'une de l'autre à leur circonférence, comme en *a* & *b*, les trois poids ne seront en répos que lorsque la ligne C *c* sera précisément de 3 pouces, auquel cas les triangles *a* C *c*, *c* C *b*, E D C, D E *c*, *mo* C, & *o* C *r* auront leurs 3 côtés en proportion de 4, 3 & 5. Mais la meilleure méthode d'éprouver tous les cas de cette espéce, est d'employer la machine que le Docteur *S'gravesande* a imaginé à ce dessein. (Voyez son Introduction à la Philosophie de *Newton*, *Partie* 1. n°. 205.) sur la planche horizontale H (*Planche* 15. *Figure* 18.) On fixe deux piéces verticales S, S, qui ont chacune en haut un sextant avec différentes lignes menées d'un centre que l'on prend sur la partie supérieure d'une poulie, en sorte que les fils qui passent sur les poulies, puissent couvrir ces lignes étant tendus. Au milieu des lignes sont écrits les nombres qui expriment les sécantes des angles que ces lignes forment avec l'horizon, & à leurs extrémités sont écrits les nombres qui expriment les tangentes de ces angles. Or en faisant ces expériences, on verra dans tous les cas où il y a équilibre, que les poids Q & Q, sont comme les nombres au milieu des lignes le long desquelles les fils sont tendus, & que le poids P est comme la somme des nombres qui sont écrits aux extrémités de ces deux lignes.

Planche 15. Figure 18.

11. [48 — *Une puissance moindre que le poids servira à ce dessein, à moins*

qu'elle ne pousse le corps directement contre le plan, &c. ou qu'elle ne le tire hors du plan, &c.] Nous avons examiné dans la 7e Note, tout ce qui est relatif à un corps qui se meut sur un plan incliné, & ainsi nous y renvoyons ; mais il ne sera pas hors de propos de parler de la différence entre les grandes & les petites rouës, lorsqu'elles roulent sur des terreins ou obstacles inégaux : car quoique ce mouvement ne puisse pas être regardé à tous égards comme celui des corps qui roulent sur des plans inclinés ; cependant il y a bien des choses qui se ressemblent dans les deux cas.

Planche 15. Figure 19.

Soit la ligne *a b* (*Planche* 15. *Figure* 19.) qui represente le plan horizontal, ou la ligne sur laquelle la rouë, représentée par le cercle *l* C *h g* doit rouler de *a* vers *b*. *m*, *n*, *o*, représentent trois obstacles immobiles qui s'élevent à la hauteur des points *d*, *g*, *h*; pendant que la puissance tire la rouë dans la ligne de direction *c* G. Pour connoître quelle doit être l'intensité de la puissance à proportion de l'intensité du poids, (c'est-à-dire, à proportion du poids de la rouë) on peut supposer un levier recourbé dans cette rouë, & en examiner l'effet dans cette opération ; ce qui nous donnera cette regle générale pour tous les cas d'une rouë qui passe sur un obstacle dans un plan horizontal ; en supposant aussi que la ligne de direction qui tire le long du centre de la rouë, est horizontale.

Lorsque la circonférence d'une rouë qui se meut verticalement dans un plan horizontal, touche le haut d'un obstacle,

Le poids : (en y comprenant le poids de la rouë) :

Est à la puissance qui peut tirer la rouë au-dessus de l'obstacle : :

Comme le sinus de l'angle formé par une ligne tirée du centre de la rouë au haut de l'obstacle & par la ligne horizontale :

Est à son cosinus :

PRE'PARATION.

PAR le sommet *d* de l'obstacle *m d*, & par le sommet *g* de l'obstacle *n g*, tirez les lignes horizontales *e d t*, *r g s*; tirez aussi les rayons *c d*, *c g* & *c h*, celui-ci étant paralléle à l'horizon, & prolongé jusqu'en *p*; avec le rayon *c d* & du centre *d* tracez l'arc *c k*; & des points *d* & *g* menez *d f k* & *g i* perpendiculaire à *c h*, & autour de *k* comme centre, décrivez le cercle C *x* D *d* égal à C *l q*, qui représentera la rouë élevée au-dessus du haut de l'obstacle *m d*.

DE'MONSTRATION.

c d e est un levier recourbé par rapport à l'obstacle *d m*; son *apui* est *d* & ses bras *c d*, *d e*; mais comme la puissance tire obliquement le bras *d c* selon la ligne *c p*, il faut réduire ce bras *d c* à *f d* perpendiculaire à la ligne de direction (laquelle est la distance active de la puissance) mais *d e* conserve toute sa longueur; parce que *c q* ligne de direction du poids est perpendiculaire à son extrémité *e*. Donc le poids & la puissance sont ici en raison réciproque des bras *f d* & *d e*; mais *f d* est le sinus de l'angle *f c d* (= *c d e*) que la ligne *c d* forme avec la ligne horizontale *d e* ou sa paralléle *c f*, & *d e* son cosinus. C. Q. F. D.

Notes sur la III. Leçon.

Planche 15. Figure 19.

SCHOLIE.

Si l'obstacle avoit été *ng* deux fois aussi haut, la difficulté de tirer la roue au-dessus auroit été plus de deux fois aussi grande; parce qu'en considérant le levier recourbé *cgr* qui agit en ce cas, on l'auroit réduit à un autre levier recourbé *igr*, dans lequel la puissance : est au poids : : comme *rg* : est à *gi*, où la disproportion de la distance active est augmentée de plus du double au desavantage de la puissance.

COROLLAIRE I.

De-la il suit que la difficulté d'une roue pour surmonter un obstacle, croît en plus grande proportion que la hauteur de l'obstacle; les obstacles de différentes hauteurs comparés ensemble étant toujours comme les sinus verses du complement de l'angle d'inclinaison, pendant que la puissance : est au poids de la roue & de ce qu'elle traîne : : comme le sinus complement : est au sinus de l'angle d'inclinaison; laquelle derniére raison croît plus *vîte* que celle des sinus verses.

COROLLAIRE II.

De-la il suit aussi qu'une roue ne sçauroit par aucune puissance, quelque grande qu'elle soit, surmonter un obstacle qui est aussi haut que son aissieu; (par exemple, l'obstacle *ob*) parce qu'en ce cas le cosinus devient le sinus total *cb*, & que le sinus droit disparoît; ou, ce qui est évident par la figure, la puissance tire contre le point d'apui où elle ne sçauroit avoir aucun effet, quelque grande qu'elle soit, à moins qu'on ne change la direction de la puissance, & qu'on la fasse tirer en-dessus : ainsi dans la pratique, sur-tout lorsque les voitures doivent traverser des chemins raboteux, on est en usage de faire tirer les chevaux ou les bœufs un peu au-dessus du centre des roues de devant.

COROLLAIRE III.

Par-la on voit aussi la raison pourquoi les grandes roues passent sur les obstacles plus avantageusement que les petites, & cela à proportion qu'elles sont plus hautes : parce que les longueurs des sinus verses (tout le reste étant égal) sont comme les diamétres de leurs cercles; & ainsi un obstacle dont la hauteur étoit le sinus verse d'un arc d'un certain nombre de dégrés, sera le sinus verse d'un arc d'un plus petit nombre de dégrés dans un plus grand cercle à proportion qu'il est plus grand : donc le cosinus, ou le *bras* horizontal du levier recourbé qui porte le poids, sera moindre, & le sinus d'inclinaison, ou le *bras* perpendiculaire du levier, où la puissance est appliquée, sera plus grand. Outre cela, les grandes roues surmonteront non-seulement des obstacles impossibles aux petites roues, mais encore plusieurs autres obstacles plus élevés, pourvû que leur hauteur ne soit pas égale au demi-diamétre de la grande roue. Par exemple, dans la *Figure* 20,

NOTES sur la III. Leçon.



Planche 15. Figure 20.

l'intensité de la puissance P qui tire la grande rouë C D au-dessus de l'obstacle D, le long de la ligne horizontale *a b*, n'est que la moitié de l'intensité de la puissance *p* qui tire la petite rouë *c g* au-dessus du même obstacle en *g*, en supposant les rouës du même poids ; parce que ce n'est pas le levier rcourbé *i g r*, qui est transporté de la petite à la grande rouë en F D E, mais le levier *f d e*, par lequel la petite rouë est tirée au-dessus d'un obstacle de la moitié de la hauteur. Ainsi dans la *Figure 19.* la grande rouë dont on a représenté la demi-circonférence par le demi-cercle L H *q* passe, sur l'obstacle M D avec la même facilité, que la petite sur *m d*; sur l'obstacle N G (qui est impossible à la petite rouë) avec la même facilité que la petite sur *n g*, & il n'y a point d'obstacle qu'il lui soit impossible de traverser (en supposant l'intensité de la puissance d'une grandeur suffisante, jusqu'à ce qu'il arrive à la hauteur O H égale à son demi-diamétre.)

COROLLAIRE IV.

ENFIN, on peut remarquer par tout ce qui a été dit sur ce sujet, que la plus grande difficulté pour conduire une rouë au-dessus d'un obstacle, est dans le premier effort, & que l'action de la puissance devient toujours plus facile à mesure que la rouë s'éleve, soit qu'elle soit en repos ou en mouvement lorsqu'elle commence à presser l'obstacle; car le *bras* horizontal du levier comme *e d*, (en supposant l'obstacle *m d*) s'élevant continuellement autour de l'apui *d*, lorsque la rouë s'éleve de la situation C *h g q l* à celle *x* D *d r*, diminue sa distance active, à mesure que la ligne *c q* du poids passe de *c q* en *k d*, pendant que le *bras d f*, par lequel la puissance agit, continue d'être le même, à mesure que la direction de la puissance passe de la situation *c p* à celle *k x* : car la distance des chevaux ou des bœufs, &c. est si grande à proportion de la hauteur de l'obstacle, qu'il n'est pas nécessaire de regarder le point *x* comme élevé au-dessus de l'horizon; cependant si les chevaux tirent un peu en haut, chaque avancement de la ligne de direction de la puissance vers le point *x*, en fera une situation plus avantageuse.

On voit par cette derniére considération, que lorsqu'une rouë comme C *l q* passe sur un obstacle comme *m d* ou *n g*, on doit la considérer comme roulant sur un plan incliné tel que *q d* ou *q g*, dans lequel la puissance tirant horizontalement (comme dans le cas du coin) agit uniformément, & cela en raison de la base à la hauteur; étant ici nécessaire que la puissance agisse avec plus de force au commencement qu'à la fin.

12. [50 — *On verra dans les notes combien la puissance doit être augmentée, à proportion de l'angle que sa ligne de direction fait avec le plan.*] TOUT cela a été examiné à fond dans la 7e Note sur cette Leçon.

13. [62 — *On ne se sert pas de ce filet dans le bois, mais dans le fer & dans les autres métaux : il est d'un bon service, étant communément de plus de durée, & élevant le poids avec plus de facilité que le filet tranchant, comme on le verra mieux dans les Notes.*] ON ne se sert que rarement ou presque

jamais dans le bois de filet quarré, parce que les parties élevées de la vis, comme P, N, L, H, Q, O, M, K, J (*Planche* 11. *Figure* 11.) n'auroient pas plus de force que la cohésion latérale des fibres du bois, pour une longueur fort petite, & qui ne seroit pas plus grande que l'épaisseur du fil de tous les côtés; en sorte que dans les grands efforts, l'arbre *a b d c* seroit séparé de son fil de tous les côtes, & ainsi il laisseroit aller ce que l'on vouloit lui faire soutenir. Mais pour prévenir cet inconvénient, on rend l'écrouë de la vis aigue auprès de l'arbre imaginaire ou du cylindre renfermé dans la vis, ce qui épaissit le fil de la vis auprès de l'arbre; il faut donc en conséquence qu'il se termine en pointe tranchante à l'extérieur. On peut voir cela dans la 14. *Figure*, où à la place du creux B A C D, on a *b a d*.

NOTES sur la III. Leçon.

Planche 11. Figures 11 & 14.

Quoique par ce moyen la vis à fil tranchant soit plus forte dans le bois, elle est plus foible dans les métaux, où le fil est communément fin; car si la vis mâle & femelle ne se joignent pas exactement, mais qu'elles ayent un peu trop de jeu, le fil tranchant de l'une coupera & emportera celui de l'autre; au lieu que dans le fil quarré, quoiqu'il y ait un peu de jeu, les filets ne s'usent pas extraordinairement, le plat portant sur le plat. Outre cela dans le fil tranchant le poids fait plus d'effort pour descendre, (& par conséquent résiste avec plus de force) que dans le fil quarré; parce qu'outre l'effort du poids pour glisser en arriére sur le plan incliné qui forme l'élevation de la vis (ce qui a déja été expliqué dans la discription du plan incliné & du coin) il fait aussi un effort pour descendre le long d'un autre plan (tel que *a d*, *Figure* 14.) lequel forme le tranchant de la vis, & par conséquent la puissance doit être augmentée à cet égard.

Pour estimer quelle est la force du fil tranchant pour soutenir le poids eu égard à son inclinaison, nous examinerons la vis C D F E M, (*Planche* 16. *Figure* 1.) en supposant qu'elle éleve un écrouë avec tout le poids, laquelle doit presser par conséquent sur le fil de la vis qui est ici représenté en C J K P G H, &c. & que nous réduirons toute à la pression sur le point P. Maintenant si l'on décompose la force W P qui represente la pression du poids en bas, en deux autres forces W A & W B, dont la premiere représente la force qui agit contre le penchant A D, & la seconde, celle par laquelle le poids fait effort pour glisser le long de A D sans le presser; on verra clairement (puisque l'action & la réaction sont egales) qoe le fil tranchant incliné n'éleve le poids qu'avec la force représentée par A W, pendant que la force restante, qui est W B le porte en bas dans la direction A D, tirant par ce moyen le côté opposé du fil de l'écrouë, pour qu'il presse plus fortement contre le fil de la vis en C, M, & E, &c. En sorte que si le poids ne s'éleve pas perpendiculairement (comme il arrive souvent) il y aura une grande augmentation de frottement sur le côté supérieur de la vis.

Planche 16. Figure 1.

Le frottement de la vis dépendant de plusieurs causes, nous l'examinerons dans un autre endroit.

14. [70 — *Ceux qui prétendent avoir trouvé le mouvement perpetuel, ou ceux qui promettent par leurs machines de plus grands effets qu'il ne convient à la proportion réciproque entre l'intensité des puissances & des poids avec leurs*

NOTES sur la III. Leçon.

vitesses.] VERS l'an 1720 & 1721 le feu *Jean Rowley* Constructeur d'Instrumens de Mathématique fit tant de bruit de la rouë qu'il avoit vûë à *Hesse-Cassel*, (qu'il croyoit être un mouvement perpetuel, aussi-bien qu'un grand nombre de personnes dans ce pays-là) que non-seulement la troupe ordinaire des *hommes à mouvement perpetuel*, qui paroît dans chaque siécle, mais encore quelques personnes qui avoient beaucoup d'esprit, firent des tentatives pour en venir à bout, & furent même encouragées par quelques grands Mathématiciens, qui voyant le devis qu'on leur présenta, déclarerent qu'ils ne voyoient aucune raison qui empêchât que ce ne fût un mouvement perpetuel. Mais comme je me suis toujours déclaré contre tous les projets qui tendent à ce but, je fus prié dans le même tems de publier les raisons que j'avois pour dire que la chose me paroissoit impossible ou impraticable; c'est ce que je fis dans les *Transactions Philosophiques*, nombre 369, d'une maniére à décourager ceux qui voudroient faire de pareilles tentatives, où l'on a perdu tant de tems & d'argent. Je fais ici réimprimer tout ce détail; mais je prie le Lecteur de jetter auparavant un coup d'œil sur ce que j'ai dit dans la Note 4ᵉ, Expérience troisiéme.

On a tant fait de bruit en dernier lieu sur la rouë de Hesse-Cassel *faite par M.* Orfireus *& nommée par l'Auteur*, mouvement perpetuel, *& l'on a tant parlé de ses merveilleux* phénomenes, *qu'un grand nombre de gens ont crû que c'étoit une machine qui se mouvoit actuellement d'elle-même, & qu'en conséquence ils ont tenté de l'imiter. Mais comme on perd beaucoup de tems & d'argent dans ces sortes d'entreprises, j'ai été bien aise (en faveur de ceux qui font des expériences dans cette vûë) de faire voir que le principe sur lequel la plûpart s'appuyent est faux & ne peut en aucune maniére produire le mouvement perpetuel.*

Ils prennent ponr principe accordé, que si un poids descendant dans une rouë à une distance déterminée du centre, s'en approche plus lorsqu'il monte, ce poids dans sa descente sera toujours préponderant, & fera monter un poids égal, pourvû que ce poids s'approche plus du centre à mesure qu'il monte; & en conséquence, à mesure que le premier poids s'éleve lui-même, il sera contre-balancé par un autre poids égal: & ainsi on cherche par différentes inventions de produire cet effet, comme si le mouvement perpetuel en devoit être une conséquence infaillible.

Mais je vais faire voir qu'ils se trompent dans un cas particulier du Théoreme général, ou plûtôt ils en prennent un Corollaire pour le Théoreme même. Voici le Théoreme: *Si un poids dans sa chûte (par quelque invention) fait monter un autre poids avec un moindre* moment *ou quantité de mouvement qu'il n'a lui-même, il sera préponderant, & fera monter l'autre poids.*

COROLLAIRE I.

DONC si les poids sont égaux, le poids qui descend doit avoir plus de vitesse que celui qui monte, parce que le *moment* est composé de la vitesse multipliée par la quautité de matiére.

COROLLAIRE II.

COROLLAIRE II.

DONC si des poids égaux sont attachés à un levier ou à une balance, ou suspendus à leurs extrémités, & que les *bras* soient tant soit peu inégaux, le poids qui est le plus éloigné du centre, sera prépondérant.

SCHOLIE.

Planche 16. Figures 2. 4.

CE second Corollaire cause la méprise, parce que ceux qui croyent que la vîtesse du poids est la ligne qu'il décrit, s'attendent que le poids qui décrira la plus courte ligne, sera contrebalancé, & en conséquence ils imaginent des machines pour faire ensorte que le poids qui monte, décrive une ligne plus courte que celui qui descend. Par exemple, dans le cercle A B B *a* (*Planche 16. Figure 2.*) les poids A & B étant supposés égaux, on s'imagine que si par une invention quelconque, il arrive que pendant que le poids A décrit l'arc A *a*, le poids B est porté dans un arc, tel que B *b*, de maniere qu'il s'approche plus du centre en montant, que s'il décrivoit l'arc BD; ce poids B seroit surmonté par le poids A, & par conséquent un nombre de poids semblables produiroit un mouvement perpetuel.

On a tenté d'en venir à bout par différentes inventions, qui dépendent toutes de ce faux principe; je n'en rapporterai ici qu'une seule, qui est representée par la *Figure* 4. ou une roue avec deux circonférences paralléles à tout l'espace entre les deux divisé en cellules, lesquelles étant courbées, feront cause (lorsque la roue tourne circulairement) que les poids placés librement dans ces cellules, descendront du côté A A A vers la circonférence extérieure de la roue, & qu'ils monteront du côté D dans la ligne B *b b b*, qui s'approche du centre, & qui touche la circonférence intérieure de la roue. Il est vrai que dans une machine de cette espece, les poids doivent se mouvoir de cette maniere, si la roue tourne circulairement; mais ils ne produiront jamais le mouvement circulaire de la roue. Le Marquis de *Worcester* fait mention d'une machine semblabe dans sa *Centurie d'inventions*, N°. 56. en ces termes :

» Faire ensorte que tous les poids du côté descendant d'une roue, soient » toujours plus éloignés du centre que ceux du côté montant, & qu'ils soient » encore égaux en nombre avec autant de poids tant d'un côté que de l'autre. » La chose seroit tout-à-fait incroyable, si on ne l'avoit pas vûe; mais on en » fit l'expérience dans la mer sous ma direction, en présence du feu Roy, » (d'heureuse mémoire) de deux Ambassadeurs Extraordinaires qui accom- » pagnoient Sa *Majesté*, du Duc de *Richmond*, & du Duc *Hamilton*, avec » toute la Cour qui les accompagnoient. La roue avoit quarante pieds de » hauteur, & portoit quarante poids de 50 livres chacun. *Guillaume* » *Balfore*, Lieutenant, de la tour, & plusieurs autres peuvent l'attester. » Ils virent tous qu'aussi-tôt que ces grands poids eurent passé le diametre » de la ligne du côté le plus bas, ils furent suspendus à un pied plus près » du centre; & qu'aussi-tôt qu'ils eurent passé la ligne diametrale du côté » supérieur, ils furent suspendus à un pied plus loin. On peut juger des » conséquences.

NOTES sur la III. Leçon.

Planche 16. Figures 2. 3.

Mais l'effet de cette machine, & des autres semblables, n'est rien moins que le mouvement perpetuel; l'erreur consiste en ceci: La vitesse d'un poids n'est pas la ligne qu'il décrit en général, mais la hauteur où il s'éleve, ou celle de sa chute, eu égard à sa distance au centre de la terre. De sorte que lorsque le poids (*Figure* 2.) décrit l'arc A *a*, sa vitesse est la ligne A C, qui marque sa chute perpendiculaire (ou qui mesure de combien il s'est approché du centre de la terre) & de même la ligne B C marque la vitesse du poids B, ou la hauteur à laquelle il s'éleve, lorsqu'il monte par un des arcs B*b*, au lieu de l'arc BD; de sorte que dans ce cas, soit que le poids B en montant soit conduit auprès du centre ou non, il ne perd rien de la vîtesse qu'il doit avoir, pour être élevé par le poids A. Et même ce poids en s'élevant plus près du centre d'une roue, non-seulement ne perd rien de sa vîtesse, mais il en gagne encore à proportion de la vîtesse des poids qui le contrebalancent, & descendent dans la circonférence du côté opposé de la roue: Car si nous considérons deux rayons de la roue, l'un horizontal, & l'autre (attaché au premier, & se mouvant avec lui) incliné sous l'horizon par un angle de 60 dégrés (*Fig*. 3.) & si par la descente de l'extrémité B du rayon B C, l'autre rayon C D par son mouvement fait monter le poids qui est en D dans la ligne *p* P, qui est dans un plan qui empêche que ce poids ne monte dans la courbe D A, ce poids gagnera de la vîtesse, & au commencement de son élevation, il aura le double de la vîtesse du poids en B; & par conséquent au lieu d'en être élevé, il surmontera l'autre poids, s'il lui est égal. Et cette vîtesse sera d'autant plus grande à proportion que l'angle A C D est plus grand, ou que le plan P *p* (le long duquel le poids D doit s'élever) est plus proche du centre. Certainement si le poids en B (*Figure* 2.) pouvoit par quelque moyen être élevé en B, & se mouvoir dans l'arc β*b*, on arriveroit au but proposé, parce qu'alors la vîtesse seroit diminuée, & deviendroit β C.

EXPÉRIENCE.

PRENEZ le levier B D C fig. 3. dont les bras sont égaux en longueur, & forment un angle de 120°. en C, étant mobiles autour de ce point comme centre: en ce cas un poids de 2 livres suspendu à l'extrémité B de la partie horizontale du levier, tiendra en équilibre un poids de 4 livres suspendu à l'extrémité D; mais si un poids d'une livre est placé sur l'extrémité D du levier, ensorte que dans le mouvement de D le long de l'arc *p* A, on fasse élever ce poids contre le plan *p* P, (qui divise par le milieu la ligne A C égale à C B) ce poids tiendra en équilibre 2 livres en B, ayant le double de la vîtesse de B, lorsque le levier commence à se mouvoir. On verra cela clairement, si l'on laisse le poids 4 suspendu en D, pendant que le poids 1 est au-dessus de lui: car si alors on fait mouvoir le levier, le poids 1 s'élevera 4 fois aussi vîte que le poids 4.

Planche 12. Figure 3.

15. [80. — *Le poids & la potence reculeroient, & ne seroient en repos que sur W*, &c.] Dans la 3e *Figure* de la *Planche* 12, C G *r g s* représente le haut de la potence avec la poulie à son extrémité *r*, & son centre (ou le sommet de son aissieu) en C. On doit observer ici que la partie horizontale

Notes sur la III Leçon.

Planche 11. Figure 5.

Cr de la corde, est paralléle à la ligne *Cr* (qui est en-dessous) dans la potence. Or s'il étoit possible à la corde de continuer d'être paralléle à cette ligne *Cr* dans le milieu du haut de la potence, pendant qu'elle se meut à gauche successivement dans les situations C 6, C 7, C 8, ou à droite dans les situations C 1, C 2, C 3, C 4, C 5, la personne qui pousse ou dirige la corde attachée à l'extrémité auprès de *g*, conduiroit le poids en chaque endroit du quay, sans y trouver aucune autre fatigue, que celle qui est nécessaire pour surmonter le frottement de l'aissieu de la potence. Mais lorsque les poulies P & Q sont placées en *p* & *q*, la ligne du milieu de la potence avance vers P & Q plus vîte que ne fait la corde, qui étant obligée de se rouler autour des poulies, fait un angle avec cette ligne; comme par exemple, l'angle *p* 8 *n* du côté gauche, & *q* 4 t du côté droit, cet angle étant d'autant plus grand, que la potence est plus tirée en arriere vers la gruë sur le quay. La conséquence de cela est, que le poids (dans ce mouvement de la potence) doit s'élever à proportion que la corde est allongée. En se roulant autour de la poulie, ou à proportion de C*p* 8 à C 8 à gauche, & de C*q* 4 à C 4 à droite. Or si l'excès de la corde allongée par-dessus la ligne du milieu du haut de la potence, est (par exemple) un dixiéme du tout, la personne qui retient la potence par le moyen d'une corde, dans une position qui produit cette différence, doit soutenir la dixiéme partie de tout le poids, c'est-à-dire, 224 liv. par tonneau, ce qui est un poids trop grand pour un homme qui est ainsi employé à faire mouvoir la potence. Mais comme cette force du poids augmente par degrés en tirant circulairement la potence, elle trompe l'homme qui tire la corde; & lorsque par un grand effort il a conduit le poids à un certain point, il est souvent forcé de l'abandonner, dès qu'il n'a plus la force pour le soutenir; ce qui est quelquefois d'une conséquence, tant pour ceux qui chargent ou qui déchargent, que pour les marchandises qu'on éleve.

Pour prévenir ces inconvenients, les Ouviers ont placé les poulies dans une situation différente, sçavoir dans la situation P, Q; ensorte qu'en tournant la potence à main droite, l'homme qui conduit, ne sent aucune partie du poids, jusqu'à ce que la potence soit arrivée au-delà de C 4 à droite, & au-delà de C*c* à gauche. Mais il résulte de cette construction un autre inconvenient, qui est le contraire de celui que nous avons examiné; c'est que le poids descend, & par conséquent entraîne la potence, & la fait tourner; ce qui (n'étant pas prévû) peut de même être dangereux. Comme ces inconvenients sont plus sensibles dans les grands poids, M. *Padmore* de *Bristol* faisant une gruë pour M. *Allen*, Maître de Poste de *Basle*) qui devoit élever une pierre d'une carriere, inventa une application du *tour*, qui fit évanouir ce danger & cet inconvenient.

Planche 12. Figure 1.

Dans la premiere *Figure*, *Planche* 12, *x* est une rouë avec des rayons, dont l'aissieu *x u* porte un pignon en *u*, qui prend les dents d'une rouë de champ horizontale, arrêtée à l'aissieu de la potence; par ce moyen un homme saisissant les rayons de la roue, a un tel avantage par le moyen des longs bras de cette rouë, qu'il peut mouvoir l'aissieu de la potence avec beaucoup de facilité, malgré les inégalités dont on a parlé, & soutenir aussi la potence dans toutes les positions sans difficulté.

Aa ij

Notes sur la III. Leçon.



Le même Ouvrier ingénieux a perfectionné notablement une autre gruë bornée par le bord de la riviere, & par le moyen de laquelle M. *Allen* porta ses pierres dans les navires à mesure qu'ils venoient pour les prendre.

La gruë en elle-même n'a rien de particulier, mais c'est une gruë de la seconde espece (ou à queuë de rat) avec un double *tour* & deux manivelles, en sorte que par leur moyen quatre hommes peuvent élever de fort grands poids; tournant ensuite toute la gruë autour de son arbre vertical, on peut la fixer dans toutes les positions, & abaisser promptement les poids dans des bateaux ou barques qui s'approchent plus du quay pour les recevoir. Voyez la 5e. *Figure* de la *Planche* 16, dans laquelle vous pouvez observer qu'elle différe de celle qui est representée dans la *Planche* 12. *Figure* 4. en ce que le long col de la gruë est ici d'une seule piece, & que la puissance y est différemment appliquée. Mais cette construction n'est pas nouvelle. Ce n'est pas aussi une invention nouvelle pour faire descendre les marchandises, après que la gruë les a élevées, de presser un arc de cercle fortement contre une rouë fixée au principal aissieu, afin de retarder & de regler la chute par un frottement augmenté ou diminué à volonté, comme on le fait pour arrêter les moulins à vent. Le cliquet qui empêche la gruë ou le cabestan de reculer, est aussi d'un usage commun. Mais je ne sçache pas que personne avant M. *Padmore* ait appliqué ces deux inventions tout à la fois à la même gruë, ensorte qu'elles dépendent l'une de l'autre, quoique plusieurs Ouvriers ayent dans la suite suivi son exemple. Ainsi je vais donner une description particuliere de cette invention, dont le but principal est de prévenir les grands malheurs qui arrivent souvent par la négligence des hommes employés à élever & à abaisser de grands poids par l'usage de la gruë. La *sixiéme Figure de la Planche* 16. représente une section verticale de la partie de la gruë où cette invention est appliquée.

Planche 16. Figure 6.

A B est la grande rouë dont le grand aissieu A se mouvant sur deux chevilles de fer telles que *a*, reçoit la corde ou la laisse tomber en bas, selon qu'elle est tournée par le moyen des manivelles attachées en C à la plus petite rouë ou pignon C, ou selon qu'on la laisse tourner de l'autre côté par la pesanteur du poids qui descend, lorsque tous les obstacles sont écartés. Sur l'aissieu du pignon est fixée la rouë à crochet D *d*, dont les dents reçoivent successivement le cliquet de fer *f* F (mobile sur une cheville en F sur la piece de fer G, & s'élevant dans le besoin par le moyen du fer vertical H *h*) pour empêcher le poids de reculer lorsqu'on a détaché les manivelles. Sur le même aissieu derriere la rouë D *d*, il y a une rouë de bois E *p*, sur laquelle est suspendu le demi anneau de fer O P *o*, avec une rainure ou un trou qu'on y fait pour arrêter la circonférence de cette rouë, ensorte que son mouvement en soit retardé, ou arrêté, ou en quelque maniere reglé, (& par conséquent le mouvemenr de l'aissieu & du pignon C, & de la grande rouë avec son aissieu A B, qui porte la corde V A) selon qu'il est plus ou moins fortement pressé en bas pour produire un frottement sur le bois, à mesure qu'il se meut après que le cliquet a été élevé & dégagé des dents de la rouë à rochet. Le levier horizontal K L conduit tous ces mouvements de la maniere suivante : Lorsque la corde Q *q* K, attachée à ce levier en K, est tirée en bas, le levier se mouvant sur son

centre M, éleve par une cheville horizontale fixée à angles droits à son côté en J, la piece H *h*, & par conséquent dégage le rochet en élevant le cliquet en *f*, & le tirant de la denture: alors le poids descend promptement, en faisant mouvoir circulairement par sa force la rouë & son pignon; mais pour empêcher qu'il ne descende trop vîte, celui qui tient la corde Q *q* K pousse le levier en haut un peu plus fortement, ce qui pousse en bas l'extrémité opposée L de ce levier, & par conséquent le fer N, & ce fer est poussé assez bas pour forcer l'anneau demi-circulaire O P *o* à presser fortement sur la rouë E *p*; ce qu'il ne faisoit pas lorsque le cliquet étoit élevé précisément hors du rochet. N. B. *Une forte impulsion arrête tout le mouvement, & une impulsion plus douce rend la descente réguliere.* Si le Conducteur de la machine est négligent, & lâche la corde Q *q* K; d'abord le ressort S *s*, dont le bout *s* a été abaissé par l'extrémité L du levier, remonte de nouveau (par le moyen de sa cheville laterale X) & rétablissant tout le levier dans sa premiere position horizontale, l'autre cheville latérale J dans le long bras M K du levier, pressera à travers la coche H sous J, l'extrémité inférieure de la piece verticale H *h*, & ainsi elle fera tomber le cliquet F *f* dans la rouë à rochet en *f*; la piece courbée O P *p* s'élevera en mêmetems, & ne pressera plus la rouë de bois E *p*.

NOTES sur la III. Leçon.



Planche 16. Figure 6.

Par ce moyen il n'arrivera jamais aucun malheur en conséquence de la négligence du Conducteur, à cause du cliquet; le poids ne descendra pas non plus par secousses, ce qui seroit arrivé, si l'on avoit employé le cliquet sans le demi-anneau, parce qu'il est entierement dégagé du rochet, lorsque le demi-anneau est descendu & appliqué à la rouë de bois en tirant la corde en Q. N. B. T, t 1, t 2, *est une partie de la coupe verticale de la charpente du chassis.*

Planche 16. Figure 7.

Pour rendre ceci plus clair, examinons la 7e. *Figure* de la *Planche* 16, où nous avons une section horizontale des parties précédentes. B B est la grande rouë dont l'aissieu qui roule la corde est marqué A A A, & son aissieu de fer qui passe dans des crapaudines de fonte en *a*, *a*. C *c* est la petite roue ou pignon dont l'aissieu est *c c*. D *d* est la coupe de la rouë à rochet qui est de fer. Entre les lignes ponctuées A *p* & E *i*, on suppose la rouë de bois sur l'aissieu du pignon, (on ne l'a pas tracé ici, pour éviter la confusion, non plus que la piece de fer demi-circulaire qui presse cette rouë, & qui est marquée O P *o* dans la derniere Figure) dont le soutien vertical fixé à leur base, est représenté par R, & le bout de la piece qui tire en bas le demi-cercle dans le besoin est marqué en N. K L est le levier horizontal, dont le centre est en M, se mouvant verticalement par la traction de la corde qui lui est attachée en K. J *i* est la premiere cheville latérale du levier, qui en J passe à travers le bas de la piece H, laquelle éleve le cliquet F *f*, qu'on a déja décrit avec son support en G, au haut duquel le cliquet se meut sur une cheville centrale. A *p* A est la seconde cheville latérale du levier, dont la fonction est de presser sur le bout *s* du ressort courbé S *s* attaché au bas du chassis vers l'extrémité la plus éloignée S. Ensorte que lorsque le bout K du levier est tiré en haut, le bout L qui est abaissé, doit s'élever de nouveau, & reprendre sa place par la force du ressort qui se rétablit de lui-

Notes sur la III. Leçon.



N. B. *La figure courbe du ressort, & la maniere dont il éleve la cheville; se voit mieux dans la derniere Figure.*

Il y a une invention délicate d'une rouë de chariot inclinée en charpente pour porter en bas les pierres de la carriere de M. *Allen*, au bord de la riviere, à la distance d'environ un mille, dans des chariots qui descendent le long du panchant par leur propre gravité sur une route artificielle, comme font les voitures de charbon auprès de *Newcastle*. Mais cette route de chariots est entierement différente de celles du nord, chaque partie étant notablement changée en mieux, & les voitures imaginées d'une façon à porter beaucoup plus de poids sans danger. *Je n'oublierai pas la description de cette invention, où M.* Allen *& ses Ouvriers ont fait paroître beaucoup d'adresse & d'ingénuité, & je la donnerai dans une autre partie de ce Livre.*



LEÇON IV.

Sur le Frottement des Machines.

LEÇON IV.

CE que j'ai dit jusqu'à présent dans les trois premiéres Leçons, & dans leurs Notes, suffit pour expliquer les Principes de la Méchanique (proprement dits) autant qu'il le faut pour mettre en état de travailler ceux qui ont du génie, & qui aiment la pratique des Arts; mais comme ils tomberoient dans des erreurs considérables, s'ils n'avoient pas égard aux frottements autant qu'il convient, & s'ils ne sçavoient pas trouver (à fort peu près) quel est le frottement dans les Machines déjà faites, & quelle doit en être la quantité dans celles qu'ils se proposent de faire; je crois qu'il est à propos de donner ici une Leçon * sur ce que j'ai pû découvrir de la nature du frottement, en lisant tous les Mémoires que j'ai pû rencontrer sur ce sujet, en répétant plusieurs expériences déja faites, pour en mieux considérer les circonstances, & pour voir si on les a rapportées fidélement, & en faisant aussi moi-même un grand nombre de nouvelles expériences.

Quoiqu'il y ait tant de circonstances dans le frottement des corps, que la même expérience ne réussit pas toujours avec les mêmes corps, ensorte qu'on ne peut aisément en conclure une théorie mathématique, cependant on peut tirer d'un grand nombre d'expériences une théorie qui suffit pour nous conduire dans la pratique, en prenant toujours un milieu entre les extrémités.

Premiérement, donc on a observé que le bois, le fer, la fonte, le cuivre & le plomb, lorsqu'ils sont graissés ou huilés (comme on le fait dans les machines) ont presque tous le même frottement, & que par conséquent la même régle peut s'appliquer à toutes ces substances. Car quoiqu'on s'imagine d'abord que les métaux doivent glisser plus aisément les uns sur les autres, parce qu'on peut les rendre plus doux, & qu'ils peuvent prendre un meilleur poli; cependant on a trouvé par expérience qu'en polissant beaucoup les surfaces planes des métaux ou des autres corps,

* *Pierre van Muschembroeck*, Professeur à *Leyde*, a fait tant d'expériences sur le frottement, qu'on ne sçauroit trop recommander la lecture de ce qu'il a écrit sur cette matiére, dans ses *Essais de Phisique*, vol. 1. depuis la page 176. jusqu'à la page 188.

LEÇON IV. on augmente leur frottement, & c'est-là un paradoxe méchanique; mais on en verra la raison, si l'on fait réfléxion que l'attraction de cohésion devient sensible à mesure que l'on approche toujours plus de l'attouchement les surfaces des corps. Cela paroît évidemment, lorsqu'on tire des plaques de verre l'une sur l'autre, ce qui demande plus de force que si elles étoient de bois, & la même chose se vérifie dans les métaux; car quoique la pression de l'air ait un peu de part à ce phénoméne, cependant l'attraction de cohésion lui est tellement supérieure, qu'il n'est pas nécessaire de faire attention aux effets de cette pression de l'air dans l'action des parties d'une machine les unes sur les autres. Il est bien vrai que deux marbres plans demeurent attachés l'un à l'autre par la pression de l'air extérieur, lorsqu'ayant été huilés pour chasser l'air qui étoit entr'eux, on les a fait glisser l'un sur l'autre; & que lorsqu'on les a suspendus dans le récipient d'une machine pneumatique, ils se séparent aussi-tôt qu'on a tiré l'air du récipient.



Mais si on les a poli beaucoup, ils resteront attachés l'un à l'autre, même après qu'on aura entiérement détruit la pression de l'air extérieur par la pompe pneumatique. J'ai appliqué l'une contre l'autre les surfaces plates de deux petits boutons de cristal, sans les mouiller ou les huiler; elles se sont attachées si fortement l'une à l'autre, qu'elles ont soutenu le poids de 19 onces *Troy*, avant que de se séparer, & cependant leur attouchement n'étoit qu'un cercle dont le diametre étoit la 12e. partie d'un pouce: dans ce cas la pression de l'air ne peut pas être plus grande que le poids d'une once, parce qu'une colomne d'air dont la base circulaire n'a pour diametre que la 12e. partie d'ue pouce, ne pese pas plus. La même chose est évidente dans les métaux, & plus particuliérement encore dans le plomb; car deux balles de plomb d'environ une ou deux livres pesant chacune, étant coupées avec un couteau, & appliquées étroitement l'une contre la utre, ensorte qu'elles se touchent par une surface d'environ $\frac{1}{10}$ d'un pouce de diametre, elles resteront tellement attachées, qu'il ne faudra pas moins qu'un poids de 40 ou 50 livres pour les séparer, quoique la pression en ce cas ne puisse pas monter au quart d'une livre. Voyez *les Transactions Philosophiques*, N. 389.

Mais pour revenir à nos Expériences sur le frottement.

EXPÉRIENCE I.

Planche 13. Figure 18. *Ch* est une piéce polie de bois d'un pouce d'épaisseur, de 4 pouces

pouces de large, & de six de long, avec un petit crochet dans sa partie antérieure *h*, & pesant six onces. Si on la tire le long d'un plan horizontal représenté par la ligne A B, sur la poulie P, par le moyen du fil H W, le poids W de 2 onces, & celui qui est nécessaire pour vaincre le frottement de la poulie, tirera cette piéce de bois le long de ce plan, soit qu'on la fasse glisser sur sa grande surface & sur son plat comme en *c*, ou sur son épaisseur comme en K, quoique dans ce dernier cas, il n'y ait que le quart de la surface qui touche. Par où l'on voit que *le frottement est égal environ au tiers* * *du poids, & qu'il résulte du poids qui presse toutes les parties ensemble, & non du nombre des parties qu'il touche :* car soit que l'on considére les parties de la surface, comme des ressorts qui doivent être pliés, ou comme de petites éminences sur lesquelles le corps tiré doit être élevé, il est clair que la difficulté sera la même, soit que la surface devienne plus grande ou plus petite, pourvû qu'elle soit pressée en proportion réciproque de sa grandeur : en effet quoique la base de *c* soit quatre fois plus grande que celle de K, chaque pouce en largeur dans la premiére n'est pressé que par un pouce du bois en épaisseur ; au lieu que la surface sur laquelle le bois repose dans la position K, & qui est quatre fois plus étroite, est pressée par une épaisseur du bois de quatre pouces. Donc le frottement, ou ce qui empêche de tirer le corps dans la ligne A B, ne vient pas du nombre des parties qu'il touche, mais de la pression sur la surface touchée, comme on le verra encore plus clairement par l'Expérience suivante.

Planche 13. Figure 18.

* Note 1.

EXPÉRIENCE II.

Planche 13. Figure 18.

SOIT la poulie π (sur laquelle le poids *W* (= W) tire en long le bois K, lorsqu'il est élevé au niveau de *m*, crochet de K au-dessus de A B) placée en bas au même niveau que P ; alors W = *W* ne pourra pas tirer K en long sans le secours du petit poids additionnel *q*, parce que la traction faite dans la direction oblique *mp*, est cause que *K* presse plus contre le plan horizontal, que lorsqu'on le tire dans la direction $m\pi$: mais si l'on fixe le crochet en *n*, ensorte que la ligne de direction soit paralléle au plan A B, alors le poids W tirera K sans le secours de *q*, comme W tire *c*.

EXPÉRIENCE III.

Planche 13. Figure 19.

SUR la table ou plan horizontal TMNO, faites mouvoir

LEÇON IV.

Planche 13. Figure 19.

circulairement un plan circulaire ou platine d'environ deux pieds de diametre, qui porte sur une pointe au centre C, ensorte qu'elle ne touche pas le premier plan; placez ensuite entre le plan circulaire & la table, un morceau de cuivre ou de plomb tel que A, B ou D, ensorte qu'il presse la table de tout son poids, & qu'en même-tems (par le moyen d'une pointe qui s'éleve du milieu de ce cuivre) il soit porté circulairement avec la platine circulaire, sous le point A, B ou D. Si le poids de la piéce A est de 30 livres, une force égale à 10 livres fera tourner circulairement la platine en la tirant dans la direction A T, lorsque la susdite piéce est placée en A ou en D; mais si la puissance tire dans la ligne B*t* ou E *τ* tangente au petit cercle B E, il faudra 20 livres pour faire tourner A circulairement: Enfin si la puissance tire de A vers T dans la tangente du grand cercle A t *τ* D, pendant que la piéce est fixée en B, alors une force de 5 livres fera mouvoir circulairement la platine.

Cela fait voir que le frottement augmente lorsque les parties qui frottent se meuvent plus vîte, & qu'il décroit lorsqu'elles se meuvent plus lentement que la puissance. On peut donc dire que *les résistances qui viennent du frottement, sont entr'elles en raison composée des pressions des parties qui frottent, & des tems ou des vîtesses de leurs mouvemens.*

Lorsqu'on place un corps poli sur un plan incliné, il doit, selon les loix de la Méchanique, ne pas y rester en repos, mais glisser en bas. Cependant le frottement étant égal à un tiers du poids, comme on l'a déja fait voir, le corps K (*Planche* 13. *Figure* 20.) placé sur un plan incliné, ne glissera pas en bas, si la perpendiculaire A C n'est pas le tiers de la longueur A B du plan, parce qu'alors la tendance du corps en enbas dans une ligne paralléle à A B, est égale à un tiers du poids de ce corps.

Planche 13. Figure 20.

On voit par-là combien il est nécessaire de considérer le frottement dans les productions méchaniques; comme par exemple, si l'on veut tirer une poutre A B (*Planche* 17. *Figure* 1.) couchée sur le terrein élevé D *c*, en se servant d'une puissance P dans la direction A P, paralléle à D *c*; lorsque l'élevation A *a* du plan sur la ligne horizontale H *h*, est un 30e. de A *c*, une puissance égale à un 30e. du poids, seroit capable de le tirer le long de ce plan, selon les loix de la Méchanique, en faisant abstraction du frottement, & par conséquent un peu plus de 100 liv. tireroient une poutre de 3000 livres le long du plan A *c*: mais comme le

Planche 17. Figure 1.



frottement est égal à un tiers du poids, il nous faut une puissance égale à 100 livres + 1000 livres, avant que de pouvoir tirer la poutre en long, si le plan est aussi poli qu'un plancher de marbre. Mais le long du terrein, où la terre la plus unie est toujours rude, il faut une force beaucoup plus grande. M. *Amontons*, de l'Académie Royale des Sciences à Paris, trouve qu'une force égale à 2250 livres, suffiroit à peine pour tirer une telle poutre sur une montagne qui auroit le panchant dont on vient de parler.

Expérience IV.

Planche 17. Figures 2, 3 & 4.

Soit A B un cylindre de bois d'un pouce de diametre, adouci & bien poli, qui tourne librement sur deux supports S *s*, également adoucis, bien polis & graissés. Lorsqu'à chaque bout d'un fil de soye ou d'une corde qui passe sur ce cylindre, ou qui est roulée tout-au-tour deux ou trois fois, (car cela ne fait point de différence si les parties de la corde ne se touchent pas mutuellement) on suspend un poids de 9 livres, ces deux poids resteront en *équilibre*. Ensuite ajoutant différents poids au poids P de 9 livres, qui sert ici de puissance, pour trouver exactement combien il en faut ajouter pour élever le poids W, qui n'est aussi que de 9 livres, ce poids ne sera élevé, & le cylindre ne tournera que lorsque P & tous les poids ajoutés sont ensemble 18 livres. Cela est conforme à ce qu'on a fait voir ci devant par la premiere Expérience de cette Leçon. Car comme tout le poids qui presse le cylindre sur ses supports, est W + P, ou 18 livres, il faut ajouter 6 livres à P, pour surmonter ce frottement; mais ce poids additionnel augmente encore le frottement de deux livres, qui est le tiers de sa pression; il faut donc ajouter encore 2 livres pour surmonter ce frottement; mais le frottement de ces 2 livres exige encore les $\frac{2}{3}$ d'une livre, & ainsi de suite dans la progression des fractions, comme $\frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \frac{2}{81}$, &c. Or, comme on n'a pas consideré le poids du cylindre même, le meilleur moyen d'y avoir égard, pour son propre frottement, s'il n'est pas fort pesant, est de doubler la puissance tout-à-la-fois, comme on voit dans la *Figure* 4. *Planche* 17, où A représente la coupe du cylindre précédent.

Si le cylindre a des tourillons ou un petit aissieu comme celui

LEÇON IV.

Planche 17. Figures 2, 3 & 4.

qui est représenté dans la *Figure* 3, il sera mû d'autant plus aisément sur ses supports, que le diamette de l'aissieu en G & *g*, sera plus petit que celui du cylindre *ab*; comme ici le poids ajouté à *p*, ne doit être que de 1 ½ liv. lorsque le diametre de l'aissieu n'est que $\frac{1}{6}$ d'un pouce, parce qu'alors les parties qui frottent se meuvent plus lentement que la puissance, en cette proportion, conformément à ce qu'on a fait voir par la 3e. Expérience de cette Leçon. La 4e. *Figure* représente la coupe du cylindre en *a*, & de son aissieu en *g*.

Par-là nous pouvons connoître quelle est la différence entre l'usage des traineaux & des charrétes pour transporter des marchandises pesantes. Si le terrein étoit parfaitement uni comme un pavé de marbre, il faudroit un tiers de la pésanteur du traineau, & de tout ce qu'il porte, pour le tirer; * mais comme dans la pratique on ne trouve point de plan semblable, (& que si l'on pouvoit en trouver, les chevaux ne pourroient pas bien tirer sur un pavé glissant) il faut toujours avoir une puissance plus grande que le tiers du poids. Mais dans une charréte, si la rouë a six pieds de hauteur, & que le trou dans le moyeu qui reçoit l'extrémité de l'aissieu, ait 4 pouces, le frottement diminuera 18 fois; donc une puissance égale à $\frac{1}{54}$ partie du poids, sera capable de la tirer sur un plan horizontal, parce que la 18e. partie de $\frac{1}{3}$, est $= \frac{1}{54}$. On ne doit donc employer les traineaux que dans le cas où les ruës sont trop étroites pour les charrétes, & où l'on est obligé de mettre dessus les marchandises, en petits ballots, & de les en retirer souvent, pour la commodité des hommes; mais les chevaux doivent travailler avec plus de force. Cela fait voir aussi que les grandes rouës dans les voitures sont préférables aux petites, en ce qu'elles ont moins de frottement, outre les avantages méchaniques que nous y avons trouvé dans un autre endroit; quoiqu'il ne soit pas toujours à propos d'en faire usage, comme par exemple, dans les charrétes de bierre, les grandes rouës ne sont pas commodes, à cause de la nécessité de charger ou de décharger souvent.

* Note 2.

Pour réduire tout ceci à la pratique, il faut observer les Régles suivantes du calcul du frottement des Machines.

REGLE I.

EN examinant tous les frottemens, il faut commencer

par celui qui eſt le plus près de la puiſſance mouvante.

REGLE II

Pour trouver le premier frottement, il faut conſidérer les eſpaces parcourus dans le même tems par la puiſſance & par la partie qui frotte, & prendre en conſéquence une partie proportionnelle des $\frac{2}{3}$ de la puiſſance. Par exemple, dans les vîteſſes égales de la puiſſance & de la partie qui frotte, le frottement eſt $\frac{1}{3}$ de la preſſion qui ſe fait non-ſeulement par la puiſſance, mais encore par la réſiſtance qui lui eſt égale; & par conſéquent le tiers de toute la preſſion doit être égal aux deux tiers de la puiſſance.

REGLE III.

Si la puiſſance eſt inconnuë, il faut commencer par la trouver en connoiſſant la vîteſſe du poids, d'où l'on tirera celle de la puiſſance par les principes méchaniques : enſuite cherchant le frottement par la régle précédente, on l'ajoutera à la puiſſance pour faire agir la machine ; obſervant toujours que ce qui a été ajouté pour le frottement trouvé, produit un nouveau frottement, & que par conſéquent il faut ajouter encore quelque choſe pour l'augmentation du frottement, produite par chaque nouvelle addition à la puiſſance.

N. B. *Il faut ſe ſouvenir, comme on l'a déja dit ci-devant, que ſi la puiſſance eſt un corps peſant, ſa vîteſſe conſiſte dans ſon élevation, ou dans ſa chute perpendiculaire ; mais ſi elle eſt d'une autre eſpéce, ſa vîteſſe conſiſte dans l'eſpace qu'elle parcourt.*

REGLE IV.

Le frottement des différentes parties d'une machine, quelque éloignées qu'elles ſoient de celle où la puiſſance eſt appliquée, peut ſe trouver en comparant leurs vîteſſes avec celle de la puiſſance, d'où l'on tirera le frottement, comme on l'a fait voir; & lorſqu'on aura trouvé les frottements particuliers, & qu'on les aura ajoutés enſemble, leur valeur ajoutée à la force mouvante ne la rendra pas capable de ſurmonter la réſiſtance dans une machine compoſée, non plus que dans une machine ſimple ; car cette addition ajoute un frottement à chaque partie qui frotte, & ainſi

LEÇON IV. l'on doit encore augmenter la puiſſance, comme on l'a fait voir dans la derniére Régle. Un exemple éclaircira ces deux cas.

Planche 17. Figures 5, 6.

SOIT le diametre A B d'un *tour*, de trois pieds, & celui *a b* de ſon aiſſieu ſeulement de ſix pouces; donc ſi la puiſſance P eſt = 108 livres, le poids ou réſiſtance W ſera = 648 livres. Ici le frottement ſera de 12 livres, ou $\frac{1}{6}$ de 72 livres, ſi l'aiſſieu eſt porté ſur ſa ſurface, comme dans la *Figure* 2. Maintenant comme 12 eſt $\frac{1}{9}$ de la puiſſance 108, il faut encore ajouter $\frac{1}{9}$ de 12 pour ſurmonter l'augmentation de frottement produite par les 12 livres, ſçavoir $1\frac{1}{3}$ livres, & enſuite $\frac{1}{9}$ de cette derniere quantité, & ainſi de ſuite; enſorte que pour ſurmonter la réſiſtance = 648 livres, la puiſſance doit être $= 108 + 12 + 1\frac{1}{3} + \frac{4}{27}$, &c. livres, ou $121\frac{1}{2}$ livres. Mais ſi l'aiſſieu a des tourillons de fer C*c* qui n'ayent qu'un pouce de diametre, le frottement ſur ces tourillons ſera ſix fois moindre, la vîteſſe de leur ſurface étant diminuée en cette proportion. Et ſi l'on joint à l'aiſſieu *A b* une autre rouë D E (*Figure 6.*) qui ait auſſi trois pouces de diametre, avec un aiſſieu de 6 pouces F G, autour duquel eſt roulée la corde ou la chaîne qui porte le poids, au lieu de la rouler autour de *A b*, alors par les régles de la Méchanique, on aura le poids X = 3888 liv. ſoutenu par la puiſſance P de 108 liv.

N. B. *Nous ſuppoſons ici que le dernier aiſſieu FG a auſſi des tourillons de fer, comme* c *d'un pouce de diametre, & que (par le moyen d'une courroye de cuir, ou d'une corde ou chaîne qui entoure l'aiſſieu A b & la rouë D E) le ſecond* tour *D F* c *G E tourne circulairement dans la direction A D, enſorte qu'il enleve le poids X ſix fois plus lentement qu'il n'auroit été enlevé en W. Mais il vaut mieux ſe ſervir d'un pignon avec ſes fuſeaux (c'eſt-à-dire, d'une petite rouë dentée) pour entraîner la grande rouë; comme ici le pignon de 12 fuſeaux ſur l'aiſſieu A b fera tourner la rouë D E qui a 72 dents (ſon diametre étant ſix fois plus grand que celui de A b:) parce qu'une corde, un cuir, ou une chaîne ne peuvent pas faire leur fonction ſans être aſſez joints aux rouës pour ne pas gliſſer, auquel cas le frottement produit par l'élaſticité, doit occaſionner un nouveau frottement, outre la nouvelle réſiſtance produite par la difficulté de plier la corde, &c.*

Pour trouver le frottement de cette machine compoſée, on doit conſidérer toutes les parties qui frottent, ſçavoir premiére-

Planche 17. Figure 6.

ment le tourillon C avec $\frac{1}{36}$ de la vîteſſe de la puiſſance ; enſuite les dents ou le cuir en A b avec $\frac{1}{6}$ de la vîteſſe de la puiſſance; & enfin, le touri lon *c* de la rouë DE avec $\frac{1}{216}$ de la vîteſſe de la puiſſance ; ce qui donne pour les divers frottements $\frac{72}{36} = 2$ livres, $\frac{72}{6} = 12$ livres, & $\frac{72}{216} =$, 0, 333, &c. livres. La ſomme de tous les frottements eſt donc 14, 333, &c. Si donc on diviſe par ce nombre l'intenſité de la puiſſance, qui eſt 108, on aura pour quotient 7, 5, &c. qui donnera un diviſeur pour chaque poids qu'il faut ajouter à la puiſſance en conſéquence du frottement. Ayant donc ajouté 14, 333, &c. pour la ſomme des frottements, il faut encore ajouter $\frac{14,333}{7,5} = 1, 91$ pour le frottement du premier poids additionnel, & $\frac{1,91}{7,5} = 0, 25$ pour le frottement du ſecond poids additionnel, &c. Ainſi pour élever X ou 3888 livres par le moyen de la machine compoſée dont il eſt ici queſtion, la puiſſance ne doit pas être de 108 livres, +, mais de 124, 61 livres, +

N. B. *On peut calculer tous les autres cas ſur ce modèle.*

Quoique cela puiſſe ſervir pour trouver dans la pratique la ſomme des frottements, cependant comme j'ai négligé dans le calcul pluſieurs fractions décimales, qui auroient rendu la ſolution plus approchante de la vérité, je vais donner ici la maniére de les trouver, en faveur des Curieux, qui s'attendent à une ſolution entiérement exacte.

Puiſque les poids qui doivent être ajoutés à la puiſſance pour ſurmonter le frottement, décroiſſent continuellement, & toujours en même raiſon, on peut les conſidérer comme les termes d'une progreſſion géométrique, dont le dernier eſt o.

Pour trouver la ſomme des termes de cette progreſſion, nous avons beſoin des deux Leçons ſuivantes.

I.

Dans toute proportion ou progreſſion géométrique, la ſomme des antécédents : eſt à la ſomme des conſéquents : : comme chacun des antécédents : eſt à ſon conſéquent. (Voyez *Euclide.*)

I I.

Dans toute progreſſion géométrique, le ſecond terme moins *le premier : eſt au premier : : comme le dernier* moins *le premier : eſt à la ſomme de tous les termes qui précédent le dernier.*

Soit la progreſſion $\div\!\div\, a.\, b.\, c.\, d.\, f.\, g.$ il faut prouver que $b - a : g - a : a + b + c + d + f.$

On peut toujours exprimer cette progreſſion en cette maniere, $a : b :: b : c :: c : d :: d : f :: f : g$; mais nous avons par le dernier lemme, $a : b :: a + b + c + d + f : b + c + d + f + g.$

Et en renverſant.

$b : a :: b + c + d + f + g : a + b + c + d + f.$

En diviſant.

$b - a : a :: b + c + d + f + g - a - b - c - d - f : a + b + c + d + f.$

Et en détruiſant toutes les expreſſions qui ont des ſignes contraires, on aura $b - a : a :: g - a : a + b + c + d + f.$ Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

De ſorte qu'en exprimant generalement par n l'expoſant de la progreſſion, par a le premier terme, z le dernier, & S la ſomme de tous les termes, excepté z, nous aurons par le ſecond *lemme*, $na - a : a :: z - a : S$, ce qui donne $\frac{za - aa}{na - a} = S$, ce qui étant réduit, donne $\frac{z - a}{n - 1} = S$, c'eſt-à-dire, *que le dernier terme* moins *le premier, diviſé par l'expoſant de la progreſſion, diminué du nombre* 1, *eſt egal à la ſomme de tous les termes, excepté le dernier.*

COROLLAIRE II.

Et dans les progreſſions, dont les termes décroiſſent continuellement

ment (comme font celles des poids pour surmonter le frottement)
le dernier terme étant égal à o, au lieu de $\frac{z-a}{n-1}=S$, nous aurons en supposant z égal au premier terme, $\frac{z-o}{n-1}=S=\frac{z}{n-1}=S$. En sorte que divisant le premier terme par la quantité égale au frottement moins 1 (cette quantité étant l'exposant que doit avoir la progression) le quotient donnera la somme totale de toutes les additions que l'on doit faire eu égard aux frottemens.

Pour en donner quelques exemples.

Dans la 4[e] expérience de cette *Leçon* 4, page 195, le premier terme de la progression est 18, le second 6, & par conséquent l'exposant est 3, lequel étant diminué de 1, il reste 2; & divisant par ce nombre le premier terme 18, le quotient 9 est la somme de tous les termes, excepté le premier qui est la puissance.

Ainsi dans l'exemple de la *Regle* 4, *Leçon* 4, *page* 197, le premier terme est 108, le second 12, ainsi l'exposant est 9, & $\frac{108}{9-1}=\frac{108}{8}=13,5$ qui est égal à toutes les additions.

Ainsi dans l'autre exemple, *page* 198, le premier terme est 108, le second 14, 333, &c. & par conséquent l'exposant 7, 535, &c. or $\frac{108}{6,535}=15,526$, &c. qui est la somme exacte de toutes les additions.

Dans le texte je n'ai pris que 7, 5 pour exposant, ayant negligé les deux derniéres décimales, ce qui donne $\frac{108}{6,5}=16,61+$ comme dans le corps de la Leçon.

Quoique j'aie supposé jusqu'ici le frottement égal à un tiers du poids, cependant en faisant dans la suite plusieurs expériences, j'ai trouvé qu'il varioit beaucoup, & qu'il étoit quelquefois plus grand & d'autres fois plus petit; en sorte qu'il est presque impossible d'en venir à une théorie exacte : il est pourtant bon pour la pratique, comme je l'ai déja dit, de connoître les expériences qui ont été faites dans une vûë particuliére, de nous diriger dans des cas semblables, & de prendre le milieu des différens effets que nous trouvons. Comme les voiture sont



des machines d'une très-grande conséquence pour les usages de la vie ; je crois qu'il est à propos de m'étendre ici sur le frottement de ces sortes de machines en donnant le détail des differentes expériences que M. de Camus *Gentilhomme de* Lorraine *a faites sur les traîneaux & sur les voitures à rouës, que j'ai repetées moi même & qui m'ont réussi de la même maniere dans presque chaque expérience : les petites différences que j'ai observées étant inévitables dans des affaires de cette nature, lors même que les expériences sont répetées par la même main. Je prends donc le parti d'en donner le détail mot à mot d'après cet Auteur dans son Livre intitulé,* Traité des Forces mouvantes pour la pratique des Arts & Métiers, &c. *par M. de Camus.*

Comme les frottemens sont différens sur différens corps, il est nécessaire de sçavoir, autant qu'il se peut, cette différence, afin de ménager les forces ou efforts à faire : on a pour ce sujet fait les expériences suivantes, pour connoître à peu près les forces qu'il faut pour traîner les fardeaux, ou les forces perduës par les frottemens, de quel métal ou de quelle matiére il faut se servir pour en perdre moins ; ce que l'eau, la graisse ou l'huile produisent sur les différentes matiéres ou métaux.

Si l'on dispose pour cet effet trois traîneaux larges d'un pouce & demi & longs de trois, dont chaque côté soit large de deux lignes ; que l'on mette différens poids sur chaque traîneau, & qu'on les fasse rouler sur différentes matiéres ou métaux, de la maniére qu'il suit, on trouvera les effets suivans.

Que l'on prépare trois platines larges de deux pouces, une de fer, une de cuivre jaune, & l'autre de cuivre rouge ; qu'elles soient limées sans être polies ; qu'elles soient longues de 4 ou 5 pouces, que l'on les tire en long avec la lime, qu'on les passe en longueur sur un grès rude, comme celui dont on se sert pour paver les ruës, afin que les traits soient en longueur de la maniére dont ils sont aux traineaux qui servent sur le pavé, & aux trous des pivots ou essieux qui agissent dans les machines : qu'on les attache sur une planche de chêne avec une pointe sans tête, afin qu'on les puisse mettre & ôter aisément l'une après l'autre, par le moyen d'un trou fait au bout de chacune de ces platines, ou lames : qu'aux extrémités de cette planche on dispose une petite poulie avec des pivots un peu fins ; que l'on fasse adoucir avec de la pierre ponce un côté des platines de cuivre rouge & jaune.

Qu'ensuite l'on prenne une petite bourse de taffetas, avec une

grosse soye, pour passer sur la poulie, & entraîner un poids d'une once pesant, compris le traîneau; & que l'on prépare vingt grains ou balles de plomb, pesant ensemble une once pour en mettre un certain nombre dans la bourse, jusqu'à ce qu'elle entraîne le poids d'une once sur les différentes matiéres ou métaux; que l'on dispose de même 20 balles pesant une livre, pour un autre poids, pesant aussi une livre avec le traîneau, & un 3e pesant 3 livres avec 20 balles pesant aussi 3 livres.

Que ces traîneaux soient l'un de fer, ou armé de fer, comme la plûpart des traîneaux qui servent sur le pavé de grès; l'autre de bois sans être armé; le 3e de plomb, ou armé de plomb; & un quatriéme si l'on souhaite de cuivre jaune ou de laiton.

Si l'on met ces balles doucement dans la bourse de taffetas, ou dans un sac de toile pour les grosses, & qu'on l'arrête de maniére qu'il n'ait point de mouvement : que l'on leve le bout de la planche du côté de la poulie; en sorte qu'elle fasse un talus d'un pouce sur deux pieds de long, afin que le traîneau étant ébranlé, ne puisse rouler avec rapidité, & puisse au contraire, s'arrêter en roulant doucement, lorsqu'on le retiendra un peu, après l'avoir ébranlé, sans le pousser pour le faire mouvoir; car s'il demeuroit long-tems en une place, il s'y colleroit ou enfonceroit, & il faudroit plus de force pour l'ébranler en un tems qu'en d'autres, & les expériences se rapporteroient aussi peu, que si la planche étoit de niveau, ou en pente du côté de la poulie; parce que le traîneau étant ébranlé, il rouleroit tout à coup; ainsi on n'a trouvé que cette seule maniére de lever un peu la planche du côté de la poulie, & d'ébranler le traîneau. Suivant cela on rapporte l'effet des expériences que l'on a trouvées.

La premiére colomne marque la quantité de balles qu'il faut, lorsqu'on met le traîneau à sec sur différens métaux marqués : ainsi fer sur bois, signifie le traîneau armé de fer, glissant sur la planche de bois; fer sur fer, ce même traîneau armé de fer, glissant sur la lame de fer; ainsi du reste; sur cuivre poli, c'est-à-dire, le même traîneau marqué auparavant, glissant sur le cuivre poli avec la pierre ponce, & rouge poli sur la lame de cuivre rouge, poli avec la pierre ponce de même.

Les colomnes, au haut desquelles sont marqués mouillé, graissé, huilé, signifient que les lames & traineaux étant mouillés, graissés & huilés, il a fallu pour entraîner le poids, le nombre

LEÇON IV. des balles marqué, suivant les colomnes : ainsi la premiere ligne qui marque fer sur bois 5, au-dessus duquel chiffre est écrit avec balles, signifie que le traîneau de 3 livres glisse sur une planche de chêne avec 5 balles, dont 20 pesent 3 livres : de sorte qu'il faut le quart de la pesanteur pour le faire glisser ou rouler sur une planche de chêne rabotée : que si cette planche est mouillée, il faudra 8 balles, qui augmentent le fort de 3 balles : si le bois est graissé, il n'en faudra que 4 $\frac{1}{2}$ qui est presque moitié moins que lorsqu'il est mouillé : si le bois est huilé, il en faut 5 ; ainsi du reste pour toutes les colomnes sur différens métaux.

On n'a pas mis les balles qu'il faut pour entraîner le poids d'une livre, parce qu'il n'y a pas de difference de celui de 3 livres, ou du moins elle est imperceptible pour le poids ou fardeau d'une once, étant différent de celui de 3 livres : on en rapporte les effets pour donner à connoître les causes de frottement & de résistance.

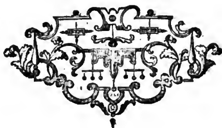


TABLE DES FROTTEMENS.

Un fardeau de 3 livres est entraîné sur un traîneau large d'une ligne & ½ de chaque côté des bandes de dessous & long de 3 pouces, avec

	Balles		Balles		Balles		Balles
Fer sur bois,	5	mouillé	8	huilé	5	graissé	4 ½
Fer sur fer,	3	mouillé	3	huilé	3	graissé	3 ½
Fer sur cuivre,	3 ½	mouillé	4	huilé	4	graissé	4 ½
Sur cuivre poli,	3	mouillé	4	huilé	3 ½	graissé	4
Sur cuivre rouge,	3 ½	mouillé	4 ½	huilé	4 ½	graissé	4 ½
Bois sur bois,	7	mouille	14	huilé	3 ½	graissé	3 ½
Bois sur fer,	5	mouillé	11	huilé	4	graissé	4
Bois sur cuivre,	4	mouillé	6	huilé	3	graissé	4 ½
Sur cuivre poli,	4 ½	mouillé	7	huilé	3 ½	graissé	4
Sur cuivre rouge,	5	mouillé	8	huilé	4	graissé	4
Plomb sur bois,	5	mouillé	11	huilé	5	graissé	4
Plomb sur fer,	7	moullé	6	huilé	6	graissé	5
Plomb sur cuivre,	5	mouillé	7	huilé	5	graissé	5
Sur cuivre poli,	6	mouillé	8	huilé	6	graissé	4 ½
Sur cuivre rouge,	6 ½	mouillé	9	huilé	7	graissé	5

Un traîneau pesant une once avec la charge, est entraîné avec

	Balles		Balles		Balles		Balles
Fer sur bois,	6	mouillé	9	huilé	8	graissé	10
Fer sur fer,	4	mouillé	5	huilé	7	graissé	13
Fer sur cuivre,	5	mouillé	6	huilé	7	grassé	13
Fer sur cuivre rouge,	6 ½	mouillé	7	huilé	8	graissé	13
Fer sur cuivre poli,	6	mouillé	7 ½	huilé	9	graissé	13
Bois sur bois,	7	mouillé	16	huile	6	graissé	12
Bois sur fer,	6	mouillé	15	huilé	8	graissé	11
Bois sur cuivre,	5 ½	mouillé	11	huilé	8	graissé	12
Sur le cuivre poli,	6	mouillé	12	huilé	8 ½	graissé	11
Sur le cuivre rouge,	7	mouillé	13	huilé	9	graissé	12
Plomb sur bois,	7	mouillé	10	huilé	9	graissé	11
Plomb sur fer,	7	mouillé	8	huilé	9	graissé	11
Plomb sur cuivre,	6	mouillé	6	huilé	8	graissé	10
Sur cuivre poli,	7	mouillé	8	huilé	9	grassé	9
Sur cuivre rouge,	8	mouillé	8	huilé	10	graissé	12

LEÇON IV.

Les mêmes traîneaux larges avec le poids de 3 livres, étant tirés sur le grès.				*avec le petit poids d'une once.*			
Bois sur grès,	8	mouillé	13	Bois sur grès,	13	mouillé	18
Fer sur grès,	10	mouillé	9	Fer sur grès,	9	mouillé	12
Plomb sur grës,	16	mouillé	15	Plomb sur grès,	15	mouillé	15

Un fardeau de 3 livres sur traîneau tranchant, au lieu d'être plus à l'ordinaire, est entraîné avec

	Balles		Balles		Balles		Balles
Fer sur bois,	4	mouillé	7	huilé	4	graissé	3
Fer sur fer,	3 $\frac{1}{2}$	mouillé	3 $\frac{1}{2}$	huilé	3	graissé	3
Fer sur cuivre,	3	mouillé	3 $\frac{1}{2}$	huilé	3 $\frac{1}{2}$	graissé	3 $\frac{1}{2}$
Sur cuivre poli,	3	mouillé	3 $\frac{1}{2}$	huilé	3 $\frac{1}{2}$	graissé	3 $\frac{1}{2}$
Sur cuivre rouge,	3 $\frac{1}{2}$	mouillé	3 $\frac{1}{2}$	huilé	3 $\frac{1}{2}$	graissé	3 $\frac{1}{2}$
Bois sur bois,	10	mouillé	16	huilé	5	graissé	3
Bois sur fer	3	mouillé	7	huilé	3	graissé	3
Bois sur cuiure,	3	mouillé	6	huilé	3	graissé	3
S'il est poli,	4	mouillé	5	huilé	3 $\frac{1}{2}$	graissé	3
S'il est rouge,	5	mouillé	5	huile	4 $\frac{1}{2}$	graissé	3 $\frac{1}{2}$

Un fardeau pesant une once avec le traîneau qui est aussi tranchant, est entraîné avec

	Balles		Balles		Balles		Balles
Fer sur bois,	5	mouillé	8	huilé	6	graissé	7
Fer sur fer,	4	mouillé	4 $\frac{1}{2}$	huilé	5	graissé	7
Fer sur cuivre,	4	mouillé	7	huilé	6	graissé	8
S'il est poli,	5	mouillé	7	huilé	6	graissé	8
S'il est rouge,	6	mouillé	8	huilé	6	graissé	8
Bois sur bois,	9	moullé	16	huilé	5	graissé	9
Bois sur fer,	4	mouillé	10	huilé	5	graissé	9
Bois sur cuivre,	5	mouillé	8	huilé	6	graissé	9
S'il est poli,	6	mouillé	8	huilé	7	graissé	9
S'il est rouge,	7	mouilié	9	huilé	8	graissé	9

Avec les mêmes traîneaux tranchans poids de trois livres				*petit poids.*			
Bois sur grès,	11	mouillé	16	Bois sur grès,	9	mouillé	8
Fer sur grès,	14	mouillé	12	Fer sur grès,	14	mouillé	13
Plomb sur grés,	15	mouillé	18	Plomb sur grès,	16	mouillé	8

SUR TERRE GLAISE.

POUR le poids d'une livre avec le traîneau de bois tranchant, il faut 8 balles.

Avec le traîneau large de bois, il n'en faut que 6.

Avec le traîneau large de fer, que 4.

Avec le traîneau de fer, 5 $\frac{1}{2}$.

Pour le poids d'une once avec le traîneau large, 13 petites balles.

Avec le traîneau tranchant, 18.

COROLLAIRE I.

IL suivroit de ces expériences, plusieurs réfléxions à faire sur différens effets, que l'on pourroit expliquer différemment; car il faut plus de force à proportion pour le petit traîneau ou fardeau, que pour le gros; & cela, selon toute apparence, parce qu'il se colle avec les parties à surmonter, qu'il se lie avec la graisse & l'huile qui lui sont un obstacle, au lieu de lui donner de la facilité, comme elles en donnent au gros poids, soit en remplissant les trous & les hauteurs qui se rencontrent sur le bois ou sur les métaux, soit qu'elles soient des parties rondes, qui lui servent de rouleaux, pour rouler dessus plus aisément; & comme l'huile n'est pas si dure que la graisse, elle n'est pas si nuisible au petits poids, & il lui faut moins de force pour la surmonter, que pour surmonter la graisse.

COROLLAIRE II.

C'EST par cette raison, que le poids coule plus aisément sur le bois graissé, que lorsqu'il est est huilé; parce que la graisse étant plus ferme, remplit mieux les pores du bois, & tient collées les petites parties qui se levent lorsqu'il n'est pas graissé, & qu'il faut rompre ou baisser, quand il n'y a ni graisse ni huile; ce qui fait qu'il faut beaucoup plus de force, & qu'il en faut beaucoup plus lorsqu'il est mouillé; parce que l'eau pénétrant dans le bois, fait élever des parties raboteuses, qui sont comme des champignons, ou épis de bled, qu'il faut surmonter ou écraser.

COROLLAIRE III.

C'EST par-là que le bois étant mouillé, comme le traîneau de bois, il faut une fois plus de force que quand les bois sont secs, & qu'il en faudroit plus que le double, si les bois étoient imbibés d'eau pendant quelque tems, ou qu'ils fussent de certaine nature à prendre beaucoup d'eau, & à se gonfler; & quoique l'eau ne paroisse pas s'imbiber dans les métaux, il faut, selon toute apparence, qu'elle les lie & les colle ensemble, puisqu'il faut plus de force pour les faire couler; ce qui n'arriveroit peut-être pas pour les gros fardeaux à traîner, par les chevaux, où cette jonction ou maniére de coller feroit peu d'effet, par rapport au gros fardeau. *

COROLLAIRE IV.

COMME le fer paroît quelquefois un peu plus aisé à couler sur le fer que sur le cuivre, & sur le cuivre jaune que sur le cuivre rouge, il est à présumer que le fer étant plus dur que le cuivre, il enfonce & engraine moins; & comme le cuivre rouge n'est pas si dur que le cuivre jaune, il enfonce davantage, & il a plus de résistance & de frottement que sur le jaune; car cela se rencontre pour plusieurs cas, & plusieurs traîneaux qui se rencontreroient de même en grand.

COROLLAIRE V.

L'ON ne doit pas inférer pour cela qu'il ne faudroit pas mettre de la graisse ni de l'huile dans les machines, quoiqu'elles ne paroissent guéres utiles, ou qu'elles nuisent en quelques occasions, particulierement au petit traîneau; parce que l'on sçait assez qu'elles sont d'une très-grande utilité dans les grandes machines, pour deux raisons, qu'elles remplissent les trous comme l'on voit, ou qu'elles roulent sous le fardeau & le facilitent, & qu'elles empêchent que les parties ne s'usent & ne s'emportent, & débarassent outre cela les mêmes parties, lorsqu'elles sont emportées;

* C'est-là une conséquence évidente de l'attraction de cohésion; car puisque cette attraction est proportionnelle à la surface ou au nombre des parties qui touchent, & que le frottement est proportionnel au poids, l'obstacle ou perte de force par rapport à cette attraction sera toujours moindre à proportion de tout le frottement, à mesure que le poids augmentera.

car si on faisoit rouler de grosses machines, comme pour faire les monnoyes, ou gros pressoirs sans les graisser, les parties s'emporteroient & s'embarrasseroient, & en entraîneroient d'autres après elles, ce qui feroit que la machine seroit beaucoup plus difficile à mouvoir, & qu'elle seroit plûtôt usée.

COROLLAIRE VI.

MAIS si la graisse ou l'huile paroît nuire aux petites machines, elle en rend le mouvement plus égal; & quoique l'on s'apperçoive que le mouvement est plus difficile, dans les montres de poche lorsqu'elles sont huilées, parce qu'elles retardent ordinairement, elles vont aussi plus également; & il est toujours bon de les faire nettoyer & huiler, car elles vont plus juste, & les trous s'aggrandissent moins; le balancier jouë mieux, & n'est pas si sujet aux variations : on pourroit tout au plus se dispenser, de graisser quelques petites machines aisées, qui ne sont pas souvent en mouvement, ou qui en font peu.

COROLLAIRE VII.

L'ON voit combien la graisse est utile, particuliérement lorsque deux bois agissent l'un contre l'autre; car la graisse facilite le mouvement de moitié, & des deux tiers, si les mouvemens sont aigus ou tranchans, comme on le voit au traîneau de bois plat, & au traîneau de bois tranchant, coulant sur le bois graissé & non graissé.

COROLLAIRE VIII.

PAR où l'on voit aussi combien la graisse est utile aux rouës de charriots ou de carosses, particuliérement pendant la pluye; car si les moyeux étoient mouillés ou qu'il n'y eût pas de graisse pour empêcher l'eau de pénétrer dans le bois, il faudroit quatre fois plus de force pour entraîner un fardeau, qu'il n'en faut avec la graisse pendant un tems sec, comme on le voit par le traîneau, eû égard simplement au frottement qui se fait sur l'aissieu, qui est peu de chose, par rapport à la résistance qui se trouve dans les terres, ou sur le pavé; mais outre cet obstacle, le trou du moyeu s'aggrandiroit considérablement; car le moyeu se gonflant,

LEÇON IV. l'aiſſieu ne ſeroit plus libre, & il emporteroit toutes les parties; & lorſque le moyeu ſe ſécheroit, l'aiſſieu ne rempliroit plus le trou, la rouë varieroit & ſeroit plus ſujette à caſſer dans les cahos qu'elle rencontreroit, par les creux ou hauteurs à ſurmonter : ainſi c'eſt toujours un ménage de graiſſer les machines.

COROLLAIRE IX.

QUOIQUE ces expériences ne déterminent pas entiérement pour les gros fardeaux à traîner ſur le grès & pour les grands mouvemens, elles donnent à connoître les métaux les plus aiſés ; elles apprennent qu'il y a des parties à rompre & à ſurmonter dans les frottemens : que c'eſt ſimplement le poids & le mouvement, qui cauſent la réſiſtance & le frottement, & que la quantité des ſurfaces ne l'augmente pas, lorſqu'il n'y a pas plus de mouvement dans les parties qui portent ; car quoique le traîneau tranchant ſoit plus difficile en pluſieurs cas, on ne doit pas le conſidérer comme une diſpoſition à éviter ou faciliter le frottement, mais comme un tranchant ou une ſcie, qui pénétre dans les métaux ou matiéres qu'il eſt obligé de couper ; & s'il paroît plus aiſé à couler ſur le bois, c'eſt que le bois a un fil, & le chemin étant marqué, il ſuit le fil comme un chemin frayé, & il a moins de parties à baiſſer ou à ſurmonter; mais dans la terre glaiſe qui n'eſt pas de fil, ou ſur le grès, il a beaucoup plus de peine, parce qu'il faut ſurmonter & emporter les obſtacles qui ſont plus grands, parce que le traîneau tranchant enfonce davantage que lorſqu'il eſt plat.

COROLLAIRE X.

C'EST par cet endroit que l'on voit aſſez, que l'on peut augmenter les frottemens, en faiſant les parties mobiles ſi petites, qu'elles pénétrent & emportent des parties qui cauſent du dérangement, comme il pourroit arriver à des pivots de montres, qui ſeroient trop fins, qui aggrandiroient les trous, ou à des traîneaux auſquels on mettroit une barre de fer fort étroite, pour éviter les frottemens ſur le pavé, & à pluſieurs autres machines ſemblables.

CORLOLAIRE XI.

IL eſt aiſé de comprendre par-là, que l'on doit faire les traîneaux larges, & y mettre plûtôt deux bandes de fer larges deſſous de

chaque côté, que d'en mettre une seule étroite; & que quand les ruës sont séches, il seroit plus avantageux d'avoir un traîneau sans être ferré, puisqu'il est plus aisé à couler, suivant l'expérience; ce qui paroît d'autant plus probable, que le petit traîneau d'une once compris sa charge, est plus aisé à couler sur le grès, à proportion que le gros traîneau, au lieu qu'il est plus difficile en d'autres occasions, parce que suivant toute apparence il se colle.

COROLLAIRE XII.

ON peut encore inferer de cette expérience qu'il y auroit plus de facilité qu'il ne paroît dans le tems sec, avec le traîneau de bois; parce que quand on seme du grès pilé devant les traîneaux, le fardeau est plus facile à trainer d'un quart, soit sur le grès, soit sur le bois, sur le fer, ou sur le cuivre; & comme il y a toujours des éclats de grès formés sur le pavé par les clous des roues & des fers des chevaux, outre la poudre; il y auroit toujours quelque facilité suivant qu'il paroît par l'expérience où il n'y a point de grès ni de poudre.

COROLLAIRE XIII.

POUR ce qui est du traîneau de fer, il paroît assez qu'il seroit plus avantageux pendant la pluye; mais s'il faisoit sec, & que le pavé ne fut pas mouillé, ce seroit une expérience à faire, pour sçavoir, s'il ne seroit pas plus avantageux de ne pas mouiller le traîneau ou le grès, comme il se pratique en plusieurs endroits, avec un petit baril plein d'eau posé sur le traîneau, qui coule par deux petits trous, pour arroser le pavé & le traîneau; ce qui le rendroit véritablement plus aisé s'il pouvoit les mouiller suffisamment.

Mais comme ils ne sont mouillés qu'en partie, & que cela n'empêche pas que le pavé ne soit marqué par le fer du traîneau qui en emporte des parties, peut-être le mouvement seroit-il plus aisé, si le pavé n'étoit pas mouillé du tout, parce que les premieres parties de grès, sur lequel le traîneau commence à couler, étant remplies & écrasées par le fer, la bande qui est longue & qui passe successivement sur le même pavé, ne trouveroit plus tant de parties à emporter, & couleroit plus doucement, ce que l'on a vû par l'expérience, ou la petite

balle coulant deux fois par le même endroit, coule beaucoup plus aiſément la ſeconde que la premiere ; & ce que l'on voit par un couteau que l'on éguiſe, qui gliſſe doucement ſur la pierre, après y avoir paſſé une fois ou deux lorſqu'elle n'eſt pas mouillée ; & qui s'uſe peu à peu, au lieu qu'il eſt rude, & s'uſe beaucoup lorſque la pierre eſt mouillée.

COROLLAIRE XIV.

On ne parle pas du traîneau de plomb ; il eſt ſeulement pour la curioſité, & pour donner à connoître que les parties s'emportent dans les frottemens, & que le plomb eſt plus difficile, pour pluſieurs occaſions, où l'on fait tourner des pivots ou arbres ſur le plomb ou l'étain.

On pourra par toutes ces expériences choiſir les matiéres, & ſupputer l'effort ſuivant le poids & le mouvement que les parties frottantes auront; ſi l'on répete par curioſité ces expériences, il ſera bon de les faire dans l'ordre qu'elles ſont marquées, de les faire toutes à ſec, enſuite ſur des matiéres mouillées, huilées après, & enfin graiſſées; parce que ſi on les graiſſoit avant que de les huiler, la graiſſe rempliſſant les pores, l'huile ne feroit effet que comme la graiſſe, particuliérement ſur le bois que l'on doit laiſſer ſécher, & raboter après qu'il a été mouillé, avant d'y mettre de l'huile & de la graiſſe.

Quoique j'aie conſidéré mathématiquement dans les notes de ma derniére Leçon, les effets des grandes & petites rouës, & que je les aie comparés enſemble ; cependant comme les charriots, caroſſes & charéttes, & autres voitures à rouës ſont ſi néceſſaires aux uſages de la vie, que ſi l'on diſcontinuoit ſeulement pendant un mois de s'en ſervir, c'en ſeroit aſſez pour mettre toute une nation en confuſion; je vais donner ici un détail de quelques autres expériences que M. Camus a faites ſur cette matiére & des réfléxions dont il les a accompagnées, étant très-convaincu par mes propres expériences des verités qu'il avance ; & ayant trouvé que ſes expériences ſont auſſi juſtes qu'on peut l'attendre des machines qui ont autant de frottement que doivent en avoir des modeles de charrettes & de charriots. J'ai à la vérité une machine qui a des rouës de cuivre, & dont l'aiſſieu d'acier a de très-petits pivots ſi bien faits, que chacune de ces rouës étant une fois miſe en mouvement tourne ſur ſon aiſſieu pendant

l'espace de plus de demie heure, faisant plusieurs centaines de révolutions avant qne de s'arrêter; mais l'usage de ma machine étant principalement destiné à faire voir combien ces sortes d'expériences peuvent s'aprocher de la théorie mathématique, on ne peut pas esperer qu'une voiture chargée d'un poids puisse avoir aussi peu de frottement. * Ainsi j'aime mieux rapporter ici les expériences que M. *de Camus* a faites sur des modeles de voitures depuis un pouce jusqu'à un pied, représentant toujours des charriots & des charrettes sujettes au frottement à proportion de leur grandeur, parce qu'elles nous apprennent directement quel est le frottement réel dans les voitures qui sont à present en usage. Quant à la maniére de remedier au frottement, j'ajouterai quelque chose du mien à ses réfléxions & observations. Je commence ici par la proposition 24e, section 5 de son Livre cité ci-dessus.

* Note 3.

PROPOSITION XXIV.

Les rouës à voiturer doivent être exactement rondes, & les jantes ou courbes, droites sur les moyeux suivant l'inclinaison des rais.

C'EST une regle générale par-tout que les rouës soient rondes; car si elles ne l'étoient pas, & qu'elles fussent comme EFGH (*Planche* 17. *Figure* 7.) le moyeux n'étant pas au milieu, il est constant que quand la rouë tourneroit, elle feroit le même effet que si elle trouvoit des hauts & des bas, même sur un terrein parfaitement uni, & ne pourroit être dans l'équilibre; la rouë tournant vers H, seroit aussi difficile à faire avancer, que s'il y avoit une hauteur à surmonter, & cette hauteur étant passée, elle tomberoit tout à coup, comme si on rouloit une pierre quarrée, & les cahots que la rouë feroit en tombant précipiteroient & pousseroient les chevaux qui rencontreroient après une autre difficulté plus ou moins grande, suivant l'inégalité des rouës: que si les rouës n'étoient pas angulaires, & qu'elles fussent à peu près rondes, ou parfaitement rondes, & que le moyeu ne se trouvât pas dans le milieu, la partie qui seroit la plus courte, comme la partie F étant sur terre, lorsqu'une pareille rouë tourneroit, il faudroit remonter le fardeau, de même que si on montoit sur un talus ou une montagne, & la rouë formeroit une espéce de coin, qui seroit depuis F jusqu'en D ou jusqu'en G,

Planche 17. Figure 7.



& étant au point D ou G, elle retomberoit & repousseroit les chevaux, comme si elle descendoit une montagne, & les chevaux ou bœufs seroient aussi fatigués en terre unie, que s'ils marchoient dans des endroits, où il y eut beaucoup de hauts & de bas, où il faudroit faire des efforts pour monter, & des efforts pour retenir en descendant, ce qui fatigueroit particuliérement les limoniers, ainsi les rouës doivent être parfaitement rondes.

Secondement, les jantes ou courbes doivent être droites sur les moyeux, selon l'inclinaison des rais; car la rouë en tournant trouveroit des inégalités, comme quand le trou du moyeu est trop grand, & que la rouë va deçà & de-là, qui feroit le même effet que si elle étoit mal ronde, & l'inégalité des rais qui se trouveroient trop panchés ou trop droits sur le moyeu, se rencontrant dans un creux ou sur une hauteur qui seroit opposée à leurs inclinaisons, les feroient rompre : donc les rouës à voiturer doivent être exactement rondes, & les jantes ou courbes droites sur les moyeux.

COROLLAIRE I.

D'où il suit qu'aux endroits où l'on ne met pas des bandes de fer aux rouës, on doit avoir grand soin de remettre des semelles, ou des bandes de bois pour tenir les rouës rondes : on doit conclure que ce n'est pas une épargne de ne pas ferrer les rouës; car si les fers ne s'usent guéres en ces quartiers là, parce que les rouës ne vont que dans les terres, il ne les faudroit pas épais, & il n'en couteroit pas beaucoup : la dépense une fois faite, conserveroit les rouës, & contribueroit à faire plus d'ouvrage, & à regagner au double la dépense, au lieu qu'il se trouve quelquefois des rouës qui sont plûtôt quarrées que rondes, qui fatiguent les chevaux ou bœufs au double, de maniére qu'ils ne peuvent faire autant d'ouvrage qu'ils en feroient, si les rouës étoient parfaitement rondes.

PROPOSITION XXV.

Les rais doivent être inclinés sur les moyeux, pour rendre les rouës écouées.

Si les rouës tournoient toujours sur un terrein droit & uni, il est constant que les rais devroient être droits & d'équerre sur les

moyeux, parce qu'ils porteroient à plomb comme les rais B (*Planche* 17. *Figure* 8.) du moyeu A C, qui eſt la plus forte maniére pour le bois; mais parce qu'il ſe rencontre des inégalités & que les rouës tombant dans les ornieres, celle qui y eſt tombée porte un plus grand poids que l'autre, parce qu'elle eſt plus baſſe, (comme on l'a démontré) : les rais qui portent, ſe trouvent en ce cas droits par rapport à l'inclinaiſon du creux, ils ſont à leurs forces, & portent debout; la rouë oppoſée qui eſt ſur une hauteur, ne ſupportant plus un ſi grand fardeau, n'a pas beſoin d'être dans toute ſa force, elle en a ſuffiſamment, quoiqu'elle en ait moins que dans une ſituation où le terrein ſeroit égal; ainſi par cette raiſon les rais doivent être inclinés de la maniére dont ils le ſont ordinairement ſur les moyeux pour rendre la rouë écouée ou *concave*.



Planche 17. Figure 8.

PROPOSITION XXVI.

Les aiſſieux doivent être droits de toutes façons & poſés en angle droit ſur la fléche ou ſur les brancarts.

DANS tous les mouvemens des corps, il y a un point & une maniére la plus aiſée de toutes, & c'eſt lorſque l'aiſſieu eſt droit de toute façon; car ſi l'aiſſieu étoit plié en arriére, de maniére que les rouës fuſſent près l'une de l'autre comme A E (*Planche* 17. *Figure* 9.) & qu'elles fuſſent beaucoup ouvertes en-devant comme D C, il eſt conſtant qu'elles ne pourroient entrer dans les ornieres, ni tourner en avançant, ou du moins très-difficilement, elles ne feroient que traîner : ce ſeroit la même choſe ſi l'aiſſieu avoit du pliant en-devant, & qu'elles fuſſent près de la fléche comme J F (*Figure* 10.) & écartées en arriére comme B D. Si elles l'étoient un peu moins d'une maniére que de l'autre, l'inconvénient ſeroit moins grand, & pour peu que l'aiſſieu ſoit plié, il y a toujours de la difficulté : il ne doit donc être plié ni en avant ni en ariére. Si l'aiſſieu a du devers, en ſorte que les rouës ſoient écartées en-dehors comme D C (*Figure* 9) ou qu'elles rentrent en-dedans comme J F, (*Figure* 10.) il y aura encore trois inconvéniens; car s'il eſt plié en-dehors en ſorte que D C (*Figure* 9.) porte ſur le terrein, la voye ſera trop large, les rouës auront la même difficulté ou à peu près pour tourner, le fardeau écraſera la rouë, la longueur du rais C H, ſera en ce cas fonction de bras de levier pour

Planche 17. Figure 9.

LEÇON IV. rompre & l'aissieu & les rais des rouës; les rais C sont le grand bras, le point d'apui est à un bout du moyeu, & le petit bras à l'autre bout : si l'aissieu étoit plié pour faire rentrer les rouës en-dedans, de maniére que l'apui des rouës fut en J & en F, (*Figure* 10.) les trois mêmes inconvéniens s'y rencontreroient, la voye feroit trop étroite, la charge tendroit à faire écraser les rouës, & elles ne pourroient tourner que très-difficilement: d'ailleurs les rouës ne porteroient que sur un coin de la bande; elles seroient comme tranchantes & n'auroient point d'apui. Pour peu que l'aissieu soit plié, ces inconvéniens se trouveront toujours plus ou moins, suivant qu'il sera plus ou moins plié, mais il ne s'y en rencontrera pas, lorsque l'aissieu sera droit, & que les rouës porteront à plomb, comme les rouës CP, AD (*Figure* 11.) ainsi l'aissieu doit être parfaitement droit de tout sens pour donner la liberté aux rouës suivant la direction; car l'aissieu étant plié de la maniére dont il est supposé dans ces figures, les rouës poruroient être libres, l'aissieu étant porté en l'air; au lieu qu'elles ne pourroient tourner que très-difficilement, les rouës portant à terre, & il seroit impossible de les faire retourner si on les tiroit par l'aissieu au point H (*Figure* 9.) elles ne feroient que traîner.



Planche 17. Figure 10.

Planche 17. Figure 11.

Planche 17. Figure 9.

L'aissieu doit être aussi à angles droits sur la fléche ou sur les brancarts; car si la fléche ou les brancarts étoient de travers comme la fléche B, le charriot ou carosse iroit de travers, & un seul cheval supporteroit presque toute la charge : ainsi elle doit être à angles droits suivant la fléche G (*Figure* 11.) comme on a dit ci-devant. Donc les aissieux des voitures doivent être droits de tous sens, & posés à angles droits sur la fléche ou les brancarts.

Planche 17. Figure 11.

COROLLAIRE I.

D'où il suit que c'est mal-à-propos que l'on donne du devers & du pliant aux aissieux de carosses, afin que les rouës ne touchent pas aux soupantes; puisque par-là tous ces inconvéniens s'y rencontrent tout à la fois, les carosses deviennent plus versans, la voye étant retressie, & ils entrent plus difficilement dans les portes cocheres, le haut des rouës étant plus écarté, que si l'aissieu étoit droit, & lorsque les rouës touchent par le haut, elles sont bien plus sujettes à casser, & sont plus ébranlées, que si elles touchoient par le bas : le carosse est plus difficile à rouler, pour peu que l'aissieu ait

ait du devers, ou qu'il ait du pliant en avant ou en arriére; outre cela les roues écartent les ornieres, & n'y peuvent entrer ni sortir que très-difficilement : ainsi il vaudroit mieux resserrer les soupentes en-dedans, ou élargir la voye.

COROLLAIRE II.

CELA fait aussi que l'on détruit par ce devers d'aissieu; l'imagination favorable & utile, d'incliner les rais sur le devant, pour rendre les rouës écouées; car l'aissieu ayant du devers, elles portent à plomb, comme si les rais n'étoient pas inclinés, & lorsqu'elles tombent dans une orniere ou un trou, la rouë qui est pour lors plus chargée, n'est plus à plomb, & tend à être écrasée; ce qui les fait dérayer & casser aussi-bien que les aissieux: elles s'usent beaucoup plûtôt, joint à ce que dans les terreins unis, elles sont beaucoup plus difficiles pour les raisons alleguées; elles ne portent que sur un coin de la bande, qui est toujours plus usée en-dehors qu'en-dedans; ce qui la fait arrondir & glisser entre les pavés.

PROPOSITION XXVII.

Les rouës de derriére ne donnent aucune chasse ou impulsion à celles de devant, quand elles seroient extrêmement hautes, & celles de devant extrêmement basses.

L'ON voit dans quelques tableaux anciens, des charriots représentés avec quatre rouës hautes & égales; il y a quelques pays, où les modes changent moins, qui conservent encore cet usage; quelques-uns, selon toute apparence, pour avoir plus de facilité de tourner, ont baissé les rouës de devant, parce qu'elles touchoient aux brancarts, qui étoient presque aussi écartés par en bas que par le haut, comme ils le sont ordinairement aux charretes; on les a encore baissées davantage aux carosses, par rapport aux soupentes qui auroient empêché de tourner, ou qui auroient été coupées par la rouë; & l'usage des arcs l'ayant emporté ensuite sur les fléches simples, pour tourner encore plus court, on les a encore rabaissées plus considérablement pour pouvoir passer sous les arcs, afin de ne les pas faire si hauts; & on les rabaisse encore tous les jours, par les plaintes de quelques

Cochers, qui crient que leurs chevaux sont fatigués, que les rouës de devant sont trop hautes, & qu'elles n'ont pas assez de chasse : de sorte que ce beau principe s'est répandu jusques dans les charriots des petits enfans, ausquels on fait les roulettes de devant plus basses. Si l'on ne rencontroit des orniéres & des hauteurs où les rouës de devant ne pourroient passer, étant plus petites, il y a apparence qu'on les feroit encore plus basses, & que l'on n'auroit que des roulettes au lieu de rouës : cette extrémité s'est sans doute plûtôt introduite par la facilité que les Cochers y ont trouvée pour tourner, & pour monter sur le siége, que parce qu'il y a de la chasse à cette maniere ; car les quatre rouës étant sur un terrein uni & égal, celles de devant, quoique plus basses, sont en repos, le centre de gravité étant dans la ligne d'équilibre, de même qu'il y est à celui de derriere : ainsi les quatre rouës étant à leur centre & en équilibre, elles ne peuvent avoir de mouvement ; & quoique celles de devant soient plus chargées par l'élevation de celles de derriere ; il ne suit pas delà qu'elles soient plus aisées à rouler ; car si cela étoit, plus les carosses ou charriots seroient chargés, plus ils seroient faciles à rouler, ce qui n'est pas ; & il se pourroit faire que les rouës de derriere étant extrêmément hautes, & celles de devant extrêmément basses, le charriot iroit tout seul sur un terrein bien uni, ce qui ne peut être non plus : donc les rouës de derriere ne donnent aucune chasse ou impulsion à celles de devant, quand elles seroient extrêmément hautes, & celles de devant extrêmément basses.

SCHOLIE.

S'IL étoit vrai que les carosses ou charriots eussent de la chasse, les rouës de devant étant basses, il est constant qu'ils seroient beaucoup plus difficiles à faire rouler, si on faisoit aller les rouës hautes les premieres, & qu'on attelât les chevaux derriere : or, que l'on construise un charriot, dont les rouës de derriere soient de 5 pouces, & celles de devant de 2 pouces & 3 lignes, qui est à peu-près la mesure ordinaire, si l'on prend le pouce pour pied (quoiqu'il y ait des rouës, qui ont quelques pouces de plus & de moins, soit devant, soit derriere) que l'on mette ce charriot sur une planche unie, & qu'il soit chargé dans le milieu d'un morceau de plomb pesant 5 livres ; qu'au bout de la planche il y ait une petite poulie, sur laquelle on passe un cordon de soye

attaché au charriot par un bout, & à l'autre un baſſin de balance ou un petit ſac de toile, dans lequel on puiſſe mettre des balles de plomb, pour entraîner par leur poids le charriot chargé; le même poids qui entraînera le charriot, les petites rouës allant les premieres, l'entraînera également, en le retournant lorſque les grandes iront devant, ſi la direction du cordon de ſoye eſt la même d'une maniere que de l'autre; cela étant, il n'y a pas de chaſſe; & il n'y aura aucun avantage pour rouler, même dans un terrein uni, les rouës de devant étant plus baſſes que celles de derriere.

COROLLAIRE I.

D'OU il ſuit que cette idée de chaſſe ou d'avantage pour rouler, ne peut être venuë que de quelques Ouvriers qui ſe ſont imaginés qu'il y avoit même raiſon ou approchant, les rouës de derriere étant hautes, que ſi le charriot étoit ſur une pente; ce qui eſt bien différent: car ſur une pente, le centre de gravité ne peut être dans la ligne d'équilibre; c'eſt pour cela qu'il la cherche, & roule toujours juſqu'à ce qu'il l'ait trouvée, ou quelque obſtacle qui l'y mette, ce qui eſt la même choſe; & quand il n'y auroit qu'une rouë ou deux, celle qui ſeroit ſeule rouleroit comme deux, & comme quatre, ſi elle étoit aſſez large pour ſe ſoutenir: ainſi la charréte à deux rouës a de la chaſſe comme le charriot ou caroſſe qui en a quatre en ce cas; & l'un n'en a pas plus que l'autre, ou n'en a pas du tout dans les terreins unis.

COROLLAIRE II.

IL ne faut pas objecter que la grande rouë étant en mouvement, dure plus long-tems que la petite; & qu'ayant plus de mouvement, elle la pouſſe; car ſur la terre la réſiſtance eſt plus forte que l'impulſion qu'on peut lui donner, & quelque vîteſſe ou quelque force que l'on puiſſe donner à un charriot ſur un terrein uni où il puiſſe un peu enfoncer, ou parce qu'il a plu, ou parce que le terrein n'eſt pas ſi ferme que le pavé, la force ceſſant, le charriot s'arrêtera ſur le champ: ainſi les grandes rouës ne chaſſeront pas les petites en ce cas.

COROLLAIRE III.

SI on le ſuppoſe ſur un pavé uni ou mal uni, ou bien ſur un

LEÇON IV. terrein raboteux avec des hauts & bas, & que celles de derriere étant élevées sur une hauteur, poussent en descendant cette hauteur celles de devant, il en arrivera la même chose à celles de devant en descendant une hauteur, elles tireront celles de derriere, & il y aura même raison pour les grandes que pour les petites, & pour les quatre grandes comme pour les quatre petites : que si on dit qu'étant grandes elles sont plus aisées à rouler, & qu'elles poussent les petites ; je réponds que si elles sont toutes quatre grandes, elles auront par-là même plus de facilité à rouler, que s'il y en avoit deux petites ; donc il n'y a pas d'avantage d'avoir de petites rouës devant pour rouler, de quelque maniere qu'on les puisse considérer, & il n'y a pas de chasse dans le mouvement.

PROPOSITION XXVIII.

Les grandes roues sont toujours plus avantageuses pour rouler, que les petites, en quelque occasion, ou sur quelque terrein que ce puisse être.

LES rouës à voitures ne peuvent être considerées que par le mouvement & frottement qu'elles font sur l'aissieu, & par la résistance ou l'enfoncement qu'elles font sur terre ou dans les creux. Si on les considere par le frottement, il est constant qu'une rouë qui sera double d'une autre, ne fera qu'un tour, pendant que l'autre en fera deux pour faire une même quantité de chemin; car la circonférence est double comme la hauteur ou le diametre: ainsi par rapport au frottement, celle qui sera double aura un double avantage, puisqu'il n'y aura qu'un tour de frottement, & qu'il y en aura deux pour celle qui ne sera que moitié, pour faire un même espace de chemin; la rouë ABC (*Planche* 17. *Figures* 12. & 13.) étant double de la rouë DEF, aura une fois plus d'avantage, par rapport au frottement, les trous des moyeux & les aissieux étant égaux.

Planche 17. Figures 12, & 13.

Si on les considére par rapport à l'enfoncement dans les terres ou dans les creux, il y aura le même inconvénient en l'une, & le même avantage en l'autre; car si c'est par l'appui, la grande aura une fois plus d'appui, & elle enfoncera moitié moins : si on les considére par rapport au creux, ce sera la même chose pour certains cas; mais il y aura bien plus de desavantage pour la petite, lorsque les creux seront grands : car si elle se rencontroit dans un creux comme DE, * aussi large que son diametre, elle enfon-

* L. 3. Note 11. p. 18.

ceroit entierement, pendant que la grande n'enfonceroit que du segment AB, qui ne feroit pas moitié de la rouë, ce qui est facile à comprendre par les deux lignes paralléles AD & BE; & il est à présumer qu'il en feroit de même à l'égard des terreins marécageux, où la petite enfonceroit tout-à-fait, pendant que la grande n'enfonceroit qu'en partie.

Si l'on considére une hauteur à surmonter, sur un terrein uni comme un pavé, & qu'il soit le même en B, qu'il est en E, le segment ou la corde de la petite sera un tiers ou approchant plus haut que le segment de la grande, & il faudra un tiers plus de force pour le surmonter : si cette hauteur est une chose à briser, ou à écraser totalement, ou en partie, il y aura même raison, & la circonférence de la rouë formant une espéce de coin, ou plan incliné qui est plus court & moins aigu à la petite qu'à la grande, l'effort sera plus grand à proportion, pour surmonter tout-à-coup: si elle se rencontre dans des inégalités de terrein, où il y ait des hauts & des bas, lorsqu'il faudra surmonter ces hauteurs, il faudra encore plus de force pour la petite que pour la grande, par la même raison : donc les grandes rouës sont toujours plus avantageuses pour rouler, que les petites, en quelque occasion ou sur quelque terrein que ce puisse être.

COROLLAIRE I.

IL suit delà, qu'une rouë qui n'auroit qu'un pouce de diametre ou de hauteur plus qu'une autre, auroit plus d'avantage, & que plus les rouës sont hautes, plus elles sont avantageuses, pourvû qu'elles n'excédent pas, & qu'elles ne soient que de cinq ou six pieds; car si elles passoient, elles deviendroient poids, ou elles seroient plus sujettes à casser par la longueur des rais, & ne seroient pas avantageuses pour mettre les chevaux dans leur force, l'aissieu étant plus haut que leur poitrail, la direction se feroit en appesantissant, ce qui seroit un inconvenient plus ou moins grand, selon que les chevaux seroient plus ou moins hauts; comme c'en est un considérable par les petites, où il faut qu'ils tirent de bas en haut; ce qui les appesantit par le jarret. L'on connoîtra encore mieux cette proposition par les Expériences suivantes.

PROPOSITION XXIX.

Les voitures à quatre rouës, comme les chariots ou carosses, sont beaucoup plus avantageuses que les voitures à deux, comme les charrettes ou chaises.

L'on doit considérer les voitures par l'avantage que l'on en tire pour rouler; & pour y appliquer la force des chevaux ou bœufs, d'une maniere qui les fatigue moins, & qui soit la plus avantageuse: or en appliquant la force des chevaux à la charréte à deux rouës, l'on sçait assez que le limonier porte une partie du fardeau, de quelque maniere que la charge soit en équilibre sur l'aissieu; car en descendant une hauteur, tout le poids tombe sur le cheval; en montant, il tombe de l'autre côté en arriere, & enleve le cheval, ce qui lui ôte une grande partie de sa force, s'il est chargé à dos, ensorte que le poids ne l'emporte pas en montant: dans un terrein uni, il sera doublement fatigué de porter & de tirer; & comme les rouës tombent dans les creux, l'une d'un côté, l'autre de l'autre, les limons de la charréte donnent dans les flancs des limoniers, par où il en périt beaucoup.

De plus, dans la charréte, le poids n'est que sur deux rouës, & lorsqu'une tombe dans un creux, ou dans une orniere, la moitié de la charge y tombe; & pour la tirer du creux, il faut relever la moitié de la charge: si elles se trouvent dans des terres molles, les deux rouës enfoncent de même, & il faut les relever; mais lorsqu'il y a quatre rouës comme au chariot, la même charge étant sur les quatre, & le chariot n'étant pas plus lourd que la charréte, il est constant que les quatre enfonceront moitié moins que les deux, ou à peu-près, & qu'il faudra moins de force: s'il se trouve des creux, & qu'il tombe une rouë dans un, il n'y tombera que le quart de la charge du chariot, au lieu qu'il en tombe la moitié par la charréte, & il faut moins de force pour en relever un quart, que pour en relever une moitié: si deux rouës du chariot tombent en même-tems dans un creux, il n'y tombera que la moitié de la charge, & il faudra moins de force pour les retirer, qu'il n'en faudra pour la charréte, lorsque les deux rouës seront dans de pareil creux; & dans des hauts & bas qui se rencontrent toujours sur le pavé, il se trouve souvent un équilibre entre les rouës de devant du chariot, & celles de derriere,

qui arrive lorsque deux rouës sont sur deux pavés prêtes à descendre, pendant que les deux autres sont prêtes à monter sur deux autres pavés: celles qui sont en haut descendant, font équilibre, & poussent par leurs poids celles qui montent: s'il n'y en a qu'une de devant ou de derriere qui descende, elle fait équilibre à celle qui monte, ainsi du reste, ce qui n'arrive pas à la charréte; au contraire, le limonier reçoit un coup dans le flanc. Il ne faut pas objecter qu'il y a moins de frottement sur deux rouës que sur quatre, qui est, selon toute apparence, la raison qui les a fait préférer au chariot, joint à ce qu'elles sont plus aisées à tourner & à charger; car l'on a vû qu'il y a autant de frottement sur deux rouës que sur quatre, le même poids & le même trou du moyeu étant à l'un comme à l'autre, & il doit au contraire y en avoir davantage sur la charréte, parce que tout le poids n'est que sur deux parties où il y a le plus d'engrenage; & supposé que l'on ne voulût pas plus charger le chariot, que l'on charge la charrete, en faisant les aissieux & les trous des moyeux moins gros, il y en auroit encore moins; mais le frottement étant peu de chose, comme on a vû, lorsque les rouës sont bien graissées, on n'y doit pas faire attention. Outre l'avantage des 4 rouës, les limoniers ne sont pas fatigués à porter comme à la charréte; ils durent plus long-tems, & font plus d'effort pour tirer au chariot, qu'ils n'en peuvent faire à la charréte: donc les voitures à quatre rouës comme les charriots ou carosses, sont plus avantageuses que les voitures à deux rouës, comme les charrétes ou chaises.

PROPOSITION XXX.

Il seroit beaucoup plus avantageux de faire les quatre rouës de charriot, & de carosses grandes & égales, ou à peu-près, que de faire celles de devant moitié plus petites, comme il se pratique en plusieurs endroits.

Si l'on trouve quelques commodités pour tourner, en faisant les rouës de devant des chariots & carosses une fois plus basses que celles de derriere, il y a un grand desavantage, puisque l'on perd environ la moitié de la force que l'on gagneroit, si elles étoient égales, suivant la *Proposition* XXVI. & que l'on est plus cahoté par les petites rouës, qui enfonçant une fois davantage dans les creux, & entre chaque pavé, sautent aussi une fois

davantage, & c'est sans doute ce qui a fait que l'on a été obligé d'avoir recours aux ressorts, pour éviter ces cahots, & ce qui a rendu les carosses plus versans, en les élevant davantage par les ressorts dont les points de suspension sont au-dessous des corps de carosses.

Un autre desavantage, c'est que les chevaux qui tirent de bas en haut, sont beaucoup plus fatigués & apesantis du jarer ; ce qui fait que quand ils ont tiré au carosse, leurs jambes deviennent si roides, qu'ils ne sont plus propres pour porter, & qu'ils fatiguent extraordinairement ceux qui les montent ; ce qui n'arriveroit pas, si les rouës de devant étoient hautes, & que les points où sont attachés leurs traits ou leurs pononiers, fussent à la hauteur de leur poitrail, ensorte que les traits fussent paralléles au terrein, comme ils sont aux chevaux qui sont devant les charrétes ; ce qui les met en force pour surmonter tous les desavantages qui se rencontrent à la charréte.

Mais si l'on objecte que les charrétes sont bien imaginées par-là, il est aisé de comprendre que les chevaux auroient le même avantage, si les quatre rouës de chariot étoient égales, & que l'on auroit toujours le même avantage des quatre rouës : que si on objecte aussi que les chevaux tirant de bas en haut, soulevent les carosses des bouës, & soulagent le fardeau, il est aisé de concevoir que s'ils le soulevent, ils portent une partie du fardeau, & que ne pouvant porter ordinairement que 200, au lieu qu'ils en traînent 1000 ou approchant, sur un chariot, ils sont beaucoup plus fatigués que s'ils tiroient avec traits paralléles au terrein, particulierement lorsque la charge ne sera que vers les pieds de derriere, comme elle se trouve en tirant le carosse : donc il seroit plus avantageux de faire les quatre rouës de chariots & de carosses grandes & égales, &c.

SCHOLIE.

L'on pourra encore se confirmer la vérité de ces Propositions, par les Expériences suivantes, si on souhaite les faire en petit ou en grand. Soit le chariot avec les 4 rouës de 5 pouces 9 lignes, que l'on y puisse mettre plusieurs rouës de différentes grandeurs, comme 4 de 5 pouces, 2 de 2 pouces 3 lignes, 2 autres de trois pouces, & qu'elles soient avec des moyeux, des rais & des jantes proportionnées, comme les grandes qui sont au chariot

chariot ou au carosse : qu'on les change l'une après l'autre, que le charriot D B (*Planche* 17. *Figure* 17.) soit toujours chargé d'un même poids A, pesant 5 livres, qu'il soit traîné par le moyen d'une poulie E, & d'un cordon de soye, avec un sac, ou un bassin de balance, dans lequel on puisse mettre des balles pour les différentes rouës, suivant qu'il sera nécessaire sur un terrein uni, sur la terre, sur le sable, & sur le pavé : que la planche A F soit de chêne, longue de trois pieds, rabotée d'un côté, & gravée de l'autre, comme les pavés des ruës & des ruisseaux ; les pavés étant de 6 & de 8 lignes, au lieu de 6 ou de 8 pouces, réduits comme les rouës du pied au pouce, & de la ligne au pouce ; & que l'on puisse retourner la poulie par le moyen d'une mortoise en retournant la planche : tout étant ainsi disposé, en opérant exactement, on trouvera l'effet des expériences marquées à la table suivante. Planche 17. Figure 17.

Pour faire l'expérience de la charréte, on suspend en équilibre sous un aissieu le même poids A de 5 livres, & l'on attache simplement un timon à l'aissieu, pour y lier le cordon, ce qui rend la charréte pour les expériences suivantes, trois fois plus legere que le chariot qui a un aissieu, deux rouës & des brancarts de plus ; & les rouës pleines de 5 pouces 9 lignes, pesent deux fois plus que les rouës de cinq pouces qui ont des rais.

Pour entraîner le fardeau de 5 livres sur le côté uni de la planche, étant de niveau avec les 4 grandes rouës, chacune de 5 pouces 9 lignes de diametre, il ne faut qu'un peu plus de ¾ d'une balle.



LEÇON IV.

Pour le poids de 5 livres sur le Charriot.

	Balles
Avec les 4 rouës de 5 pouces	1
Avec les 2 plus petites de devant	2
Avec les rouës de 3 pouces devant	$1\frac{1}{2}$

Pour la charrête & le même poids.

	Balles
Avec les rouës de 5 pouces	2
Avec les 2 petites rouës	$3\frac{1}{2}$
Avec les 2 roues de 3 pouces	3

Charriot sur une terre fort humectée.

	Balles
Avec les 4 plus grandes, larges de 2 lignes	12
Étant plus étroites & quasi tranchantes	16
Avec les 4 de 5 pouces, larges de 3 lignes	6
Avec les deux plus petites devant	12
Avec les deux de 3 pouces devant	8

Pour la charrête sur même terre.

	Balles
Avec les deux grandes rouës	$9\frac{1}{2}$
Avec les deux plus petites	18
Avec les deux de 3 pouces	13

Pour le Charriot sur le sable sec.

	Balles
Avec les 4 rouës de 5 pouces	28
Avec les plus petites rouës devant	46
Avec les rouës de 3 pouces devant	35

Pour la charrête sur le sable sec.

	Balles
Avec les 2 rouës de 5 pouces	40
S'étant arrêtée à 39, il a fallu ajouter pour la faire partir jusqu'à	10

Charriot sur le sable mouillé.

Avec les 4 rouës de 5 pouces	14
Avec les deux plus petites devant	28
Avec les 2 de 3 pouces devant	17

Charrête sur sable mouillé.

Avec les 2 rouës de 5 pouces	17
Avec les deux de 3 pouces	24

Pour surmonter une hauteur de 2 lignes.

Avec les 4 rouës de 5 pouces	20
Avec les 2 plus petites devant	30
Avec les 2 de 3 pouces devant	25
Il n'en faut que la moitié ou approchant, quand une seule rouë touche la hauteur.	

La charrête pour la même hauteur.

Avec les deux rouës de 5 pouces	35
Avec les deux plus petites	60
Avec les deux de 3 pouces	48

Pour surmonter une hauteur d'une ligne.		*La charrète pour la même hauteur.*	
Avec les 4 rouës de 5 pouces	15	Avec les 2 rouës de 5 pouces	27
Avec les 2 plus petites devant	21	Avec les deux plus petites	38
Avec les 2 de 3 pouces devant	17.	Avec les 2 de 3 pouces	31

Pour sortir du creux comme s'il manquoit un pavé sous chaque rouë.		*Pour la charrète à tirer du même creux.*	
Avec les 4 rouës de 5 pouces	9	Avec les 4 rouës de 5 pouces	18
Avec les 2 petites devant	18	Avec les 2 plus petites	34
Avec les 2 de 3 pouces	14	Avec les 2 de 3 pouces	25
Si l'on met le fardeau sur les petites rouës de devant, étant dans le même creux	34		
S'il est sur les rouës de derriere sur un terrein uni . . .	3		

D'un creux ou entre-deux de pavé.		*Pour la charrète du même creux.*	
Avec les 4 rouës de 5 pouces	$4\frac{1}{2}$	Avec les 2 rouës de 5 pouces	10
Avec les 2 petites devant	8	Avec les 2 plus petites . . .	15
Avec celles de 3 pouces	$6\frac{1}{2}$	Avec les 2 de 3 pouces . . .	11

Pour le Charriot sur le pavé.		*Pour la charrète sur le pavé.*	
Avec les 4 rouës de 5 pouces	$2\frac{1}{2}$	Avec les 2 rouës de 5 pouces	$4\frac{1}{2}$
Avec les plus petites devant	$4\frac{1}{2}$	Avec les 2 plus petites . .	8
Avec les rouës de 3 pouces	$3\frac{1}{2}$	Avec les 2 de 3 pouces . .	$6\frac{1}{2}$
Si l'on met les rouës de 3 pouces derriere, & celles de 2 pouces devant . . .	$4\frac{1}{2}$		

Si on leve d'un pouce le bout de la planche où est la poulie

Pour le charriot.		*Pour la charrète.*	
Avec les 4 rouës de 5 pouces	$4\frac{1}{2}$	Avec les 2 rouës de 5 pouces	6
Avec les 2 plus petites devant	$6\frac{1}{2}$	Avec les 2 plus petites . .	11
Avec les 2 de 3 pouces devant	$5\frac{1}{2}$	Avec les 2 de 3 pouces . .	8

SI on se sert de grandes rouës de 5 pouces 9 lignes, il faut un quart plus de force, ou à peu-près, que pour les rouës de 5 pouces, larges de 3 lignes, & cela tant par rapport au charriot, que par rapport à

LEÇON IV. la charréte, parce qu'étant fort étroites & quasi tranchantes elles entrent dans les séparations du pavé, & lorsqu'elles ont glissé, & qu'elles sont entre deux pavés, pour remonter sur un autre, il faut beaucoup plus de force, & elles vont moins vîte que les larges avec ce quart d'augmentation de force, quoiqu'elles soient encore plus grandes, & qu'elles ayent plus d'avantage sur le terrein uni où il n'y a pas d'enfoncement.



COROLLAIRE I.

PAR où il est aisé de juger que les charretiers qui veulent avoir des rouës dont les bandes soient fort étroites, afin de se tirer mieux des ornieres, & qu'elles coupent mieux la terre, se trompent très-fort, car si elles n'ont point de frottement à côté des jantes, étant plus étroites, elles enfoncent davantage, & gâtent plus les orniéres, & pour peu qu'elles aillent dans les terres où il n'y a point d'orniéres, elles fatiguent beaucoup plus les chevaux, puisqu'il faut un quart de force de plus; ces sortes de rouës sont très-desavantageuses au public; car elles creusent davantage les orniéres.

COROLLAIRE II.

LE même inconvénient se trouve sur le pavé, & les bandes des rouës étant étroites, elles s'usent davantage, ne portant en quelque façon que sur un point, & à mesure que les bandes s'usent, elles s'arrondissent, & glissent encore plus fortement entre le pavé, qui les rompt bien plû-tôt que celles qui sont plus larges de bande.

COROLLAIRE III.

PAR les expériences sur la planche unie, on connoît que le frottement sur les aissieux est peu considérable; car sur le charriot avec les quatre rouës de cinq pouces 9 lignes, une balle dont 20 pesent 1 livre, entraîne un poids de 6 livres, ou un poidsde cinq avec les rouës de 5 pouces: le charriot pesant encore avec les grandes rouës, une livre & un quart, ou à peu-près; le tout feroit environ 130 balles; ainsi une balle ou une livre en entraîneroit 130, ou, ce qui est la même chose, le frottement sur l'aissieu emporteroit simplement la 130e. partie de la force, avec

de grandes roues de cette proportion ; * car le terrein étant parfaitement uni, la résistance n'est que sur le frottement, qui est peu de chose, par rapport aux enfoncemens que les roues font dans la terre & dans les creux, d'où il les faut retirer.

* Note 4.

COROLLAIRE IV.

Il paroît par l'expérience de la charréte, dont le poids n'est que sur deux aissieux, que le frottement y est double, par rapport au frottement qui se trouve sur les quatre roues du charriot, puisqu'il faut le double de force pour la charréte, outre qu'elle ne part pas qu'on ne la pousse, au lieu que le charriot part tout seul ; il paroit qu'il en faut de même le double, ou à peu-près, pour les roues une fois plus petites; cela ne vient peut-être pas tout-à-fait du frottement ; car il devroit être double aux petites roues par rapport aux grandes, puisqu'elles font deux tours pendant que les grandes n'en font qu'un ; & quoiqu'il faille ébranler les deux petites roues des charrétes, comme les grandes, elles vont aussi un peu plus vîte que les deux grandes, & les deux grandes de la charréte, plus vîte que le charriot, quoiqu'elles aillent en ziguezague ; cela vient aussi peut-être en partie, de ce que les roues ne sont pas parfaitement rondes, ni d'équilibre sur l'aissieu, ce qui n'est pas sensible au charriot, & par où l'on voit qu'il y a un grand desavantage de se servir des charrétes, même par rapport au frottement.

COROLLAIRE V.

Il est aisé de comprendre par les expériences sur terre forte & sur les sables, que l'on perd généralement la moitié de la force, ou à peu-près, par les petites roues étant devant à un charriot, au lieu de grandes ; car quoiqu'il ne paroisse pas que l'on en perd la moitié sur la terre, quand elle est ferme, on en perdroit aussi beaucoup plus de moitié, si elle étoit molle, comme on en perd plus dans le sable sec, & l'on feroit souvent embourbé avec les petites roues aux endroits où l'on passeroit librement avec les grandes.

COROLLAIRE VI.

Et quoique sur le pavé l'on n'en perde pas moitié, particu-



lierement lorsque le charriot ou carosse va suivant le trot des chevaux, parce que la rouë tombant d'un pavé, acquiert une certaine force pour remonter sur l'autre, si on fait attention à la direction pour les traits des chevaux qui sont appesantis du jaret, tirant de bas en haut, il y aura bien la moitié de la force perduë sur le pavé; mais eu égard à cette direction, il y en aura davantage pour les terres fortes & pour les sables.

COROLLAIRE VII.

CELA joint à ce que l'aissieu du derriére a du pliant en arriére, & du devers en-dessous, les rouës ne peuvant être libres; l'on ne doit pas s'étonner si les chevaux de carosses qui sont vigoureux, bien pensés & bien nourris, sont abattus pour avoir été deux ou trois heures au carosse, & avoir fait une lieuë ou deux dans les ruës, & qu'il en faut mettre quatre ou six pour aller en campagne, qu'ils sont essouflés & hors d'haleine, pour avoir reculé deux ou trois pas en arriére, par la direction du timon bas, qui tend en partie à casser, au lieu que la direction & la force seroit employée toute entiére, pour reculer & pour avancer, si le timon étoit à la hauteur du poitrail, les rouës de devant étant hautes.

COROLLAIRE VIII.

PAR où il est facile de connoître que les chevaux payent bien cher la commodité de tourner plus court, au lieu d'aller au bout d'une ruë pour prendre le tournant; car puisqu'il y a le quart, ou peut-être la moitié des ruës, où l'on ne sçauroit tourner sans aller chercher une autre ruë de traverse. Il n'y auroit pas grand inconvénient que les rouës fussent hautes, & les flêches sans arc; il faudroit tout-au-plus traverser un plus grand nombre de ruës pour tourner, mais les chevaux & les Cochers mêmes y gagneroient considérablement, en ce qu'ils seroient moins fatigués par les cahots; & pendant qu'ils tourneroient, les Maîtres ne perdroient pas de tems, puisque l'action se feroit pendant qu'ils sont à leurs affaires; d'ailleurs il y auroit bien moins de sujetion à verser. *

* L'Autheur ne prend pas garde que par-là on tomberoit dans une autre difficulté encore plus grande; qui est de remiser les carrosses; chose impossible dans une ruë étroite, si les fleches sont sans arc, & si les rouës de devant ne sont pas petites.

COROLLAIRE IX.

AINSI cette imagination d'arc qui a obligé à prendre de petites rouës, a bien plus d'inconvénient qu'elle n'a d'utilité pour les chevaux & les Cochers, sans avoir égard à la dépense des arcs, des ressorts qu'il a fallu imaginer, & du danger plus fréquent de verser par l'élevation du carosse, causée par les ressorts, ainsi qu'il a été dit.

COROLLAIRE X.

SUIVANT ces Expériences des grandes & des petites rouës, il n'est pas difficile de concevoir que les berlines sont plus rudes pour les chevaux que les carosses; outre que les rouës de devant sont ordinairement plus basses, c'est que les brancarts n'obéissent pas; la fléche qui plie renvoye un peu la rouë en arriére, lorsqu'il y a un cahot à surmonter, & la retire après avec plus de vîtesse; cela fait que la rouë qui fait comme le coin, s'étend en arriére, & que le coin devient plus aigu; si elles sont moins sujettes à verser, la chute en est plus forte; si elles coutent moins, les réparations en sont plus fréquentes pour les rouës qui ne peuvent pas avoir de longs moyeux, & pour les brancarts, qui cassent plus souvent que les flêches.

COROLLAIRE XI.

QUOIQU'IL paroisse qu'il n'y a pas tant d'avantage aux grandes rouës, pour monter & pour descendre, en ce qu'étant roulantes, elles fatiguent les chevaux en descendant; que les petites n'étant pas si roulantes, elles ne sont pas si difficiles à retenir; que d'ailleurs en montant, les rouës de devant ne sont pas si chargées; il ne faut pas tant de force à proportion des grandes, que sur le terrein uni: on voit qu'il en faut toujours beaucoup plus pour les petites en montant, que pour les grandes, & qu'il y aura toujours même peine à proportion; car la direction étant beaucoup plus basse, fatigue aussi les chevaux davantage; & si les grandes rouës sont roulantes, les chevaux sont à leurs forces pour retenir, le timon étant à peu-près à la hauteur du poitrail, au lieu qu'aux petites rouës le timon est fort bas; qu'il tend plus fortement à

casser, comme il arrive quelquefois en descendant : ainsi tout compensé, il y a au moins autant d'avantage à proportion pour les grandes, que pour les petites, en montant & en descendant; d'ailleurs pour un pas que l'on gagne en montant, on en gagne au moins cent sur un terrein égal.

COROLLAIRE XII.

Il y a un autre desavantage pour les petites rouës; elles cassent les pavés, & rompent les chemins plus que les grandes : outre qu'elles supportent plus de charge, elles ont moins d'appui, elles enfoncent davantage, & sautent bien plus haut ; ce qui fait du tort aux maisons qu'elles ébranlent en passant ; elles font aussi un bruit plus grand; elles éclaboussent beaucoup plus les passans.

COROLLAIRE XIII.

On voit par la différence des terres fortes, du sable & du pavé, qu'il est toujours plus avantageux de prendre le pavé, & que ce n'est pas sans raison, que les chevaux fatiguent si fort dans les sables; qu'il est quelquefois plus à propos de prendre les sables pendant la pluye, que les terres quand elles sont fortes ; mais qu'il vaut beaucoup mieux prendre les terres que le sable, quand il fait sec; car le sable devient moins difficile, pendant que la terre le devient davantage.

COROLLAIRE XIV.

Suivant l'effet de la charge avancée sur les petites rouës, où il faut 24 balles pour les tirer d'un creux, au lieu de 3, lorsque la charge est sur le derriére, n'étant pas dans un creux, & qu'il faudroit à proportion la même force ou à peu-près, sur le pavé & dans les terres : on voit qu'il vaut mieux en allant en campagne, mettre les gens, les valises & les habits sur le derriére, que sur le devant ; ce qui est aussi le contraire de ce que la plûpart des Cochers font, s'imaginant, suivant leurs idées de chasse, que plus le devant est chargé, plus le carosse est roulant, au lieu que les Pages qui sont sur le devant, chargent & fatiguent deux fois plus les chevaux, que les Laquais qui sont derriére.

COROLLAIRE XV.

COMME on ſçait qu'il faut ajouter un quart de force au charriot & à la charrétte arrêtés dans les ſables, & plus encore pour les retirer, lorſqu'ils ont eu le tems de s'enfoncer, on doit connoître que quand on eſt embourbé & que les chevaux rebutent, l'on ne doit pas héſiter d'atteler les chevaux ſur l'arriére pour les retirer, & de paſſer dans un autre endroit, s'il eſt poſſible, ou de chaſſer vivement les chevaux pour ne pas donner le tems aux rouës d'enfoncer, & de prendre un peu loin, afin de donner une facilité aux chevaux, comme ſi on prenoit une ſécouſſe pour ſauter un foſſé. En faiſant les expériences, il ne faut pas donner le tems aux rouës de s'enfoncer ſur le ſable ni ſur la terre, mais les relever chaque fois, pour mettre des balles dans le ſac s'il n'y en a pas aſſez. On s'apperçoit même ſur le pavé qu'il faut plus de force, quand la charge eſt reſtée plus long-tems, parce que l'engrenage ſur l'aiſſieu & ſur le pavé ſe fait davantage, comme on l'a remarqué au ſujet des frottemens.

COROLLAIRE XVI.

IL eſt bon auſſi quand on va ſur les ſables, ſoit en tems ſec, ſoit en tems mouillé, de prendre les ornieres, parce qu'elles ne ſont pas embarraſſées, qu'il n'y a pas de frottement de côté & d'autre des jantes ou courbes, ni de terres à enlever; que le terrein y eſt plus ferme; car par l'expérience lorſque le charriot ou la charrétte avoit paſſé deux fois par les mêmes ornieres, il falloit preſque moitié moins de force pour la troiſiéme fois; ſur la terre de même que ſur le ſable; parce que les rouës n'enfonçoient qu'une demie ligne; c'eſt pourquoi ſur la terre & ſur le ſable, on rempliſſoit toujours les ornieres, afin qu'il y eût égalité pour les différentes expériences, & que la charrétte ayant paſſé après le charriot dans les expériences rapportées, elle a toujours eu l'avantage, & l'on auroit trouvé qu'elle perdoit encore plus ſur lesterres, ſielle avoit paſſé avant le charriot.

COROLLAIRE XVII.

IL y auroit encore pluſieurs choſes à obſerver ſur les petites



roues pour les creux, les hauteurs à surmonter & autres cas où l'on voit toujours un grand desavantage; s'il n'est pas si considérable pour les hauteurs à surmonter, où il n'y paroît que le tiers de perte ou approchant, parce qu'elles n'enfoncent pas plus en cette occasion que les grandes; il y a aussi en d'autres occasions plus de la moitié de perte, & de quelque maniére qu'on les puisse considérer, il y a toujours un plus grand desavantage qu'il n'y a de facilité ou commodité apparente.

COROLLAIRE XVIII.

Pour les charréttes à deux rouës on voit suffisamment le desavantage qu'elles ont, en les comparant au charriot à quatre rouës égales; & que si elles ont quelques facilités apparentes, comme celles de charger & de décharger, on perd beaucoup par peine que l'on évite; cette peine est peu de chose, & devroit être reputée pour rien. Tout se borne avec les rouës basses à la facilité de monter; mais si on a de la facilité pour monter dans une chaise qui a des rouës basses, on paye bien cher d'un autre côté cette commodité par les cahots plus forts & par la fatigue que le cheval éprouve en tirant avec des rouës basses.

COROLLAIRE XIX.

La facilité de charger & décharger avec de petites charréttes ne mérite d'être considérée que dans les villes, où il faut souvent charger & décharger; mais pour les charréttes qui demeurent chargées pendant 8 ou 15 jours. Cette facilité est d'une très-petite conséquence si les Charretiers se plaignent de la peine qu'il y a & du tems que l'on perd à charger sur quatre grandes rouës; qu'on leur propose de charger sur des traîneaux, & on verra s'ils y trouveront autant de profit.

COROLLAIRE XX.

Les Charretiers qui ont des charréttes qu'on appelle haquets pour voiturer les vins, & qui veulent prendre des rouës fort basses pour avoir plus de commodité pour charger, & qui montent encore sur le cheval, ne meriteroient-ils pas d'être attelés eux-mêmes à la charrétte, plûtôt que de crever ainsi des chevaux qui

feroient utiles au Public ? Cette pareſſe eſt d'autant plus blamable qu'il ne faudroit que deux ou trois tours de tourniquet de plus, pour charger ſur les plus hautes rouës, ce qui ne peut au plus paſſer que pour un moment de tems perdu l'invention du tourniquet donnant une facilité ſi grande pour charger, que l'on pourroit dire qu'il n'y a aucune peine.

COROLLAIRE XXI.

Si la charrétte a quelques avantages pour la direction des chevaux de devant, & par la hauteur des rouës, elle a un grand deſavantage pour le limonier, particuliérement ſur le pavé; une rouë deſcendant de deſſus un pavé pouſſe le limon ſur les flancs; l'autre rouë retombant après pouſſe l'autre limon, & le cheval ſe trouve battu des flancs de côté & d'autre, ce qui le creve le plus ſouvent dans les gros cahots, & ce qui fait qu'il faut tant de force pour la charrétte ſur le pavé, & qu'elle ne fait que des ziguezagues étant tirée avec un cordon ſur une poulie.

COROLLAIRE XXII.

Un autre deſavantage c'eſt que le limonier porte une partie du fardeau : en montant la charge tombe en arriére & l'entraîne; en deſcendant tout le poids lui tombe ſur le dos, & il eſt outre cela obligé de retenir tout ſeul un fardeau immenſe que l'on met ſur la charrétte; de ſorte qu'il y a lieu de s'étonner qu'il ne périſſe pas plus de limoniers qu'il n'en périt, quoique l'on prenne les plus robuſtes & les plus forts; & le cheval ainſi fatigué de toute façon ne peut pas employer la même force pour tirer, que s'il étoit devant ou dans un limon de chariot, où il n'y a pas à porter, & où les limons ne lui donnent pas dans les flancs.

COROLLAIRE XXIII.

Tout étant compenſé, la perte que l'on fait de la force du limonier, l'enfoncement que les rouës ont de plus que celles du charriot, & la force qu'il faut de plus ſur le ſable, ſur la terre forte, & ſur le pavé; on pourroit juger qu'il y a double avantage ou à peu près, à ſe ſervir du charriot à 4 rouës égales, & auſſi

hautes que celles des charréttes; car la direction pour les chevaux seroit la même, & l'on peut juger de la force qu'il faut pour la charrétte sur le sable & sur la terre forte, où elle va droit comme le charriot.

COROLLAIRE XXIV.

C'EST mal-à-propos que les Charretiers qui ont des rouës neuves à leurs charréttes, attribuent au frottement des moyeux la fatigue que leurs chevaux ont, étant fatigués presqu'au double, autant qu'il paroît, sans qu'ils fassent pour cela plus d'ouvrage; car dès qu'elles ont un peu tourné, elles sont libres sur l'aissieu, & quand elles sont graissées, il n'y a pas plus de peine le second jour que les jours suivans, ou du moins ce qu'il y en a de plus n'est pas sensible, puisqu'on a vû que le frottement sur l'aissieu n'est presque rien; mais c'est la quantité des clous qu'ils mettent aux bandes de fer, & la hauteur dont ils débordent (qui va à un pouce ou environ) qui augmente la difficulté; chaque clou, ou chaque bande où il y a une grande séparation de clou équivalant à la hauteur d'une ligne à surmonter. Par l'expérience cette ligne fait un pouce, par rapport aux rouës réduites du pied au pouce, & puisqu'il faut vingt fois plus de force ou environ pour surmonter cette hauteur d'un pouce & même d'un demi pouce, lorsqu'il faut remonter le fardeau sur chaque pavé : à mesure que la rouë tourne elle devient plus rude, lorsqu'elle se trouve sur le pavé au milieu de la bande, & aux entre-deux des bandes où il n'y a pas de clou : il est donc aisé de juger que les chevaux doivent être considérablement fatigués par ces clous, & que c'est la vraye cause qu'ils le sont.

COROLLAIRE XXV.

PAR où l'on voit qu'il est nécessaire que les rouës soient rondes, & que les Charretiers qui prétendent épargner, en mettant quantité de gros clous, parce que la bande ne s'use pas tant quand il y a des clous, sont dans l'erreur & perdent au double en faisant moins d'ouvrage, & fatiguent leurs chevaux davantage.

COROLLAIRE XXVI.

CES clous font le même effet que la bande étroite, ils glissent

entre les pavés, ils y trouvent plus de hauteur à surmonter, en relevant le fardeau sur le milieu du pavé, d'où ils glissent encore quelquefois, ou d'un côté ou d'un autre, ce qui arrondit les bandes & les rend plus glissantes entre les pavés & dans les ornieres que font les ruisseaux au milieu des ruës; ce qui fait que les bandes étroites sont plûtôt rondes, s'usent davantage, & qu'étant rondes elles fatiguent les chevaux presque comme s'il y avoit des clous.

COROLLAIRE XXVII.

Cela fait assez connoître qu'il y a de l'avantage pour les rouës larges de bandes sur le pavé comme sur terre, ainsi qu'il a paru par l'expérience des grandes rouës étroites sur le pavé, & qu'eu égard à cette peine que les chevaux ont de retirer les rouës quand elles sont dans l'orniere ou le ruisseau des ruës; eu égard au dommage que l'on fait au pavé dans cet endroit & à la perte que l'on fait des bandes des rouës qui s'y usent considérablement & qui s'arrondissent; il paroît qu'il y auroit moins d'inconvénient de faire cette orniere en forme d'auge; c'est-à-dire un peu plus large & plus étenduë, comme JE (*Figure* 14. *Planche* 17.) au lieu de LM (*Figure* 15.) qui est la maniére dont les ruisseaux sont ordinairement dans les ruës. Planche 14. Figure 17.

COROLLAIRE XXVIII.

Cette forme donneroit plusieurs avantages, les bandes des rouës s'arrondiroient bien moins & ne casseroient pas tant le pavé; le ruisseau dureroit plus long-tems, parce qu'il ne recevroit pas de si gros coups; chaque pavé supporteroit presqu'aussi également l'effort qu'il le supporte vers les maisons, au lieu que la rouë étant élevée sur les deux pavés qui croisent, il y en a toujours un plus bas qui supporte le tout coup seul, & qui enfonce de plus en plus, ou qui se rompt; de-là vient que les pavés manquent plûtôt; il arrive encore que le pavé étant nouvellement rétabli, l'eau reste sur le pavé du milieu qui est déja plus enfoncé, elle y séjourne lorsqu'il pleut, il y en a toujours pendant l'été; de sorte que les petites rouës ou les pieds des chevaux tombant dedans, éclaboussent les passans, au lieu que l'eau couleroit dans les ruisseaux s'ils étoient en forme d'auge, comme elle coule sur le reste du pavé;

LEÇON IV. les ruisseaux ne seroient pas trop larges lorsqu'il pleut fort; parce qu'ils auroient plus d'étenduë par le bas, l'eau iroit plus vite, les passans ne seroient pas si sujets à être éclaboussés.



COROLLAIRE XXIX.

Il paroît aussi que l'on pourroit faire les ruisseaux ou égouts des maisons plus petits & moins sensibles, ou plûtôt n'en point faire du tout; car l'eau couleroit aussi-bien venant des maisons que quand il pleut; cela se pourroit faire en baissant un peu le pavé quand on pave, ou en obligeant les proprietaires de relever le pavé de leurs maisons; car ces égouts sont très-rudes pour les passans & causent un préjudice considérable, aux chevaux & aux personnes même qui sont en carosse, quoique les passans ne s'apperçoivent pas qu'il faut s'arrêter un peu à chaque égout, en ce qu'il faut faire un petit pas pour en faire après un grand, afin d'enjamber l'égout; il est nécessaire que cela arrive puisqu'on fait à ces endroits de grands & de petits pas; & pour peu que le centre de gravité ou le corps en mouvement s'arrête, l'action venant à charger fatigue considérablement, cela arrive toujours en passant les ruisseaux. C'est par cette seule raison qu'en marchant dans *Paris* pendant une heure, on est plus fatigué que si l'on marchoit pendant deux ou pendant trois heures en campagne quand même ce seroit sur le pavé; parce qu'à la campagne le corps suit toujours son même mouvement, sans qu'il soit interrompu; il en arriveroit la même chose ou à peu près dans *Paris*, s'il n'y avoit pas d'égout sortant des maisons, ou qu'ils fussent fort petits, & qu'il n'y eut que le ruisseau au milieu de la ruë un peu large; les personnes qui sont en carosses seroient aussi moins cahotées.

COROLLAIRE XXX.

Le charriot a de l'avantage pour le public par rapport au pavé & au chemin, comme il en a par rapport au particulier qui s'en serviroit préférablement aux charrettes, parce qu'elles sont d'un grand poids par leur construction, & qu'on les surcharge d'une maniére à tout rompre; le poids énorme que l'on met n'étant porté que sur deux points ou sur deux rouës, enfonce dans les terres, & fait des ornieres excessives, & la rouë élevée sur un clou au haut d'un pavé tombant sur un autre, le casse ou

l'enfonce d'une maniére plus préjudiciable que s'il passoit sur ce pavé 10 & 20 charriot, chargés d'un même poids que celui qui seroit sur la charrétte ; car la rouë du charriot tombant de la même hauteur que la rouë de la charrétte, le poids n'étant que moitié, le coup ou l'effort n'est par conséquent que moitié. Or le pavé étant de la nature du verre ou à peu près, il ne rompra pas qu'il ne reçoive un coup suffisant, & cent coups moitié moindres que ce coup suffisant ne le rompront pas ; ainsi le coup de la charrétte étant suffisant pour rompre un pavé, cent coup de la rouë du charriot qui feront moitié moindres ne rompront pas le même pavé ; & pouvant supporter l'effort de la rouë du charriot sans enfoncer, il peut arriver qu'il ne supportera pas l'effort de la rouë de la charréte ; ainsi les charréttes, les petites rouës, les bandes étroites des rouës & les gros clous sont desavantageux pour le public & pour tous ceux qui s'en servent préférablement au charriot.

COROLLAIRE XXXI.

PAR les expériences faites sur la terre & sur les sables, on connoît combien il est de conséquence d'avoir des chemins fermes & solides, puisqu'il y a une si grande différence de l'un à l'autre, & que l'on sçait assez que la facilité de transporter les marchandises, soit par eau, soit par terre, contribue à la richesse artificielle des Etats & des Provinces ; que si l'on considéroit bien toutes choses, l'on trouveroit que le travail & le tems que l'on employe pour rétablir les chemins, est l'un des plus nécessaires & le mieux employé de tous.

COROLLAIRE XXXII.

DANS ce Corollaire & dans les trois suivans, M. Camus *se plaint que les Loix & les Ordonnances pour raccommoder les chemins & sur les matiéres rélatives aux voitures ne sont pas bien observées, & il remarque qu'un Fermier qui employe plusieurs chevaux pour tirer une grande charrétte fort chargée, fait plus de dégats le long de plusieurs milles en une seule fois que n'en feroient cent autres, chargées comme elles devroient être selon les Reglemens, & en conséquence il propose les Corollaires suivans.*

COROLLAIRE XXXVI.

On pourroit faire quelques Reglemens pour le bien public, qui seroient aussi avantageux à chaque particulier, comme de défendre de mettre plus de deux chevaux à une charrétte & quatre à un charriot ; les Rouliers gagneroient plus avec quatre chevaux au charriot qu'ils ne gagnent avec 6 à une charrétte.

COROLLAIRE XXXVII.

Il faudroit défendre aussi de faire des rouës qui n'ayent pas quatre pieds & demi ou cinq pieds de haut pour le moins; il faudroit ordonner que les bandes de fer ayent trois pouces & plus de larges, les jantes trois pouces & un quart de hauteur pour les moindres, ce qui suffiroit pour les carosses; il faudroit quatre pouces pour les charriots ou charréttes, ce qui suffiroit aussi; parce qu'il ne faut pas une plus grande largeur pour les rendre suffisammeut fortes.

COROLLAIRE XXXVIII.

Il faut ordonner que l'on ne fasse point de clou à tête, & qu'il y en ait plusieurs à chaque bande de fer qui passent au travers pour être rivez ou reployez, & pour empêcher que les bandes ne s'élevent; car deux clous à écrouë à travers chaque bande ou avec une contre-rivure feroient plus d'effet pour les retenir que 6 clous avec des têtes; l'on pourroit également faire aux Forges des bandes de trois pouces plûtôt que de les faire de deux; & parce qu'elles s'usent plus sur les bords, il seroit aisé avec un tas fait exprès de les faire moins épaisses par le milieu étant creuses du côté de la jante, comme DC (*Figure* 16.) ces bandes étant appliquées à chaud sur les jantes, les empêcheroient encore un peu de fendre, elles ne chargeroient pas plus, & ne couteroient pas davantage; ces choses seroient avantageuses au public, conserveroient les chemins & épargneroient du tems & de la dépense que l'on y employe pour les reparer; il semble que chacun en particulier devroit les souhaiter & les faire executer pour soi-même.

COROLLAIRE XXXIX.

ON pourroit faire les moyeux des rouës de caroſſes un peu plus gros par le milieu & ne les pas percer de part en part pour les rais, parce qu'ils ne recevroient point de graiſſe & ne dérayeroient pas ſi-tôt ; on pourroit auſſi-bien les faire de quinze ou ſeize pouces de long, & faire le gros bout un peu plus petit, puiſque la longueur du moyeu ne cauſe pas plus de frottement & qu'il ſoutient la rouë plus droite.

Les rais devroient être auſſi quartés-longs par le bas, afin d'avoir un épaulement qui les ſoutiendroit beaucoup mieux, que s'ils étoient tout ronds comme ils le ſont ordinairement, & qui empêcheroient les rouës de ſe dérayer & de faire le bruit qu'elles font, particuliérement l'été ; cela feroit qu'il ne ſeroit pas néceſſaire de les enfoncer ſi avant, ni de percer ces moyeux tout-à-fait.

Ces épaulemens ſe pourroient tracer avec une fauſſe équerre, pour les entailler comme les Menuiſiers marquent leurs tenons, & cette fauſſe équerre taillée ſuivant l'inclinaiſon que l'on donne aux rais pour rendre les rouës écouées, ſerviroit de même pour faire la mortoiſe dans les moyeux ſuivant qu'il ſeroit néceſſaire, &c.

M. Camus *termine ſes réflexions ſur cette matiére, en obſervant qu'une chaiſe de poſte à deux rouës eſt ſujette à tous les inconveniens qu'on a trouvé dans les charéttes, & qu'elle a outre cela l'inconvénient du ſecond cheval qui tire de côté; ainſi pour la commodité des chevaux auſſi-bien que des voyageurs, il voudroit que toutes ces chaiſes euſſent quatre rouës, & que le Conducteur ne fût pas à cheval, mais ſur un ſiége comme un Cocher; & qu'enfin les rouës de devant fuſſent auſſi hautes que celles de derriére.*

Outre le frottement qu'on vient d'expliquer, il y a un autre obſtacle au mouvement dans pluſieurs machines, & c'eſt la difficulté que les cordes ont de ſe rouler, laquelle croît, ſelon la groſſeur & la roideur de la corde, ſelon le poids qu'elle porte & la petiteſſe des diametres des corps où elle ſe roule. J'appellerai auſſi frottement cet obſtacle; parce que l'on doit y faire autant d'attention qu'au frottement des parties de la machine, autrement on trouveroit toujours l'effet des puiſſances par le moyen des machines moindre qu'on ne l'avoit cru.

LEÇON IV.



M. *Perrault* dans son Commentaire sur *Vitruve* donne la description d'une machine de son invention, par laquelle il prétend éviter tous les frottemens. Cette machine est un tour employé d'une nouvelle maniére; mais comme il n'est pas exempt de frottement ou de l'obstacle qui résulte de la difficulté de plier les cordes, l'effet ne sçauroit répondre en aucune maniére au but qu'il se propose; car dans l'execution il paroît que sa machine a plus du double (quelquefois plus du triple ou du quadruple) du frottement de la même machine employée à la façon ordinaire, lorsque le pivot ou l'aissieu de fer a pour diamétre la 12e partie du rouleau ou de l'aissieu de bois. Il dit à la verité que sa machine a été éprouvée & a réussi; mais l'ayant examinée avec soin, je trouve qu'il est impossible qu'elle réussisse de la façon qu'elle est décrite, & afin que personne ne fût tenté de faire la dépense inutile de cette machine en grand, j'en ai démontré le desavantage en presence de la Societé Royale, & j'ai fait voir qu'outre le frottement (que son Auteur a négligé) il y avoit un grand inconvénient dans l'application de la machine; & je l'ai confirmé par des expériences faites sur un modele d'un pouce à un pied, en supposant la grande rouë de 5 pieds.

M. *Perrault* donne l'explication de sa machine en cette maniére: „ A l'imitation de la gruë, j'ai inventé deux machines pour élever „ les fardeaux: la premiere se fait par le moyen de celui de tous „ les organes qui est reputé le plus avantageux dans la méchanique pour faciliter le mouvement, parce qu'il est exempt de „ l'inconvénient qui se trouve dans tous les autres; qui est ce „ que nous appellons le frottement des parties de la machine, „ qui rendent son mouvement plus difficile. Cet organe est le „ rouleau qu'Aristote préfere à tous les autres organes, parce „ que tous les autres comme les rouës, les moulinets & les „ poulies frottent nécessairement par quelque endroit. Mais la „ difficulté étoit d'appliquer le rouleau à une machine qui éleve „ des fardeaux, son usage n'ayant été jusqu'à present que pour „ les faire rouler sur un plan à niveau. La machine que je pro-

Planche 17. Figure 18.

„ pose a une base A A B, à peu près (*Planche* 17. *Figure* 18.) „ comme la gruë; cette base a par en haut des mortoises B, qui „ embrassent un arbre C O, qui est posé droit sur son pivot O, „ sur lequel on fait tourner la machine, de même que la gruë „ quand on veut poser le fardeau. Cet arbre soutient par en haut „ un travers D D, ausquels sont attachés les cables E E, qui



„ s'entortillent autour du treüil ou rouleau F, qui a un autre „ cable G, qui est aussi entortillé à un de ses bouts ; ce dernier „ cable est celui qui éleve le fardeau. A l'autre bout du treüil il „ y a une grande roue de bois en forme de poulie HH, à l'entour „ de laquelle une longue corde N est entortillée.

„ Pour faire agir la machine on tire la longue corde N, qui „ faisant tourner la grande poulie, fait aussi tourner le treüil F „ qui y est attaché. Ce treüil en tournant fait que les cables E E „ s'entortillent ; & cet entortillement fait que le treüil & la grande „ poulie montent, & qu'en même-tems le cable G, auquel le „ fardeau est attaché, s'entortille aussi d'un autre sens sur le treüil, „ & ce double entortillement fait monter le fardeau en même-„ tems que le treüil monte. Or il est évident que toute cette „ élevation se fait sans que rien frotte, & que par conséquent „ toute la puissance qui tire le cable N, est employée sans empê-„ chement, ce qui n'est point aux autres machines. On peut „ objecter que la puissance qui agit en N, doit outre le fardeau „ lever aussi le treüil & la grande poulie, & que la pesanteur est „ de ces obstacles qu'Aristote dit se rencontrer dans toutes les „ autres machines. Mais la réponse est que le frottement est un „ obstacle inévitable dans toutes les autres machines, & qu'il est „ aisé d'apporter remede aux obstacles qui sont dans celle-ci : „ ce qui se fait par le moyen du poids M que l'on rend égal à la „ pesanteur du treüil & de la grande poulie qui sont élevés & „ soutenus par la corde JJ, laquelle passant sur les poulies LL „ est attachée à l'anneau K, qui embrasse le treüil F. Car le treüil „ & la grande poulie étant contre-pesée par ce poids, la puissance „ qui agit en tirant la corde N, n'agit plus que pour l'élevation „ du fardeau.

„ L'expérience qui a été faite de cette machine a confirmé la „ vérité de ce problême, lorsque ses effets ont été comparés „ avec ceux d'une gruë, dans laquelle les proportions de la „ grosseur du treüil avec la circonférence de la roue étoient „ pareilles à celles de ces mêmes parties dans ma machine ; car „ il s'est trouvé qu'à la gruë un poids de sept étoit emporté par le „ poids d'un, pendu à une corde entortillée sur la roue, lorsqu'on „ y avoit ajouté une demie partie pour le trait ; & l'on a trouvé „ que lorsqu'on augmentoit le poids à élever & celui qui élevoit „ à proportion, il falloit pour faire trebucher que le poids du trait „ fût aussi augmenté à proportion ; de maniére que comme il



„ falloit une demie partie pour le trait à sept parties, il en falloit „ une entiére à quatorze, deux à vingt-huit, quatre à cinquante- „ six & ainsi à proportion, à cause que la résistance du frottement „ augmente à peu près par une même proportion, à mesure que „ les poids sont augmentés. Mais cela n'est point arrivé à ma „ machine dans laquelle un quart de partie a toujours suffi pour „ le trait non-seulement des sept, mais des quatorze, des vingt- „ huit, des cinquante-six & des autres; ce qui est une marque „ évidente que cette machine agit sans aucun frottement.

Ainsi parle M. *Perrault*; mais quelque plausible que puisse paroître cette description, un peu d'attention fera voir que si cette nouvelle machine n'a point de frottement, elle est cependant plus incommode qu'un tour, avec les mêmes proportions, & qu'elle a aussi plus de frottemens que la même machine n'en a dans l'usage ordinaire. A C E (*Planche* 18. *Figure* 1.) est le *tour* ordinaire dont la rouë A B a un diamétre cinq fois plus grand que celui de l'aissieu; en sorte que A C rayon de la rouë (qui est la distance de la puissance) est à C B rayon de l'aissieu (distance du poids) comme 5 est à 1; par conséquent *un* (par exemple une once, comme dans notre expérience) doit tenir *cinq en équilibre.* Mais quoique le frottement du tourillon en C soit inévitable, on peut cependant le diminuer, en diminuant le diamétre du tourillon; * pourvû qu'il soit assez fort pour soutenir la machine avec son poids. Ici le poids d'un denier ou de $\frac{1}{20}$ de la puissance lui étant ajouté la fait préponderer & donne au mouvement de la machine une vîtesse convenable.

Planche 18. Figures 1 & 2.

* Note 4.

Au contraire la machine employée selon la méthode de M. *Perrault* altére tellement les distances des poids & de la puissance, qu'au lieu d'*un* pour notre puissance, il nous faut *deux & demi* pour tenir en *équilibre* le même poids *cinq*, comme on le voit par la seule inspection de la 2e *Figure*, où puisque dans l'action de la machine, lorsqu'on tire la corde P A, on fait rouler l'aissieu D B sur la corde H D, il est évident que D est devenu le centre du mouvement D B (toute l'épaisseur de l'aissieu) la distance du poids = 2, & la distance de la puissance est réduite à A D = 4. En sorte que si deux hommes ayant été employés selon la méthode ordinaire à élever des poids égaux à la force de dix hommes, & qu'un Machiniste change leur maniére d'operer, & substitue au *tour* ordinaire celui de M. *Perrault*, au lieu d'y trouver un avantage, il verra qu'il lui faut trois hommes de plus pour



élever ces poids. * Si l'on répond, que ce que l'on a perdu en force, on le gagne en tems; on peut dire que cette machine ne peut pas être utile dans certaines occasions imprevûes où l'on a besoin de forces; & quand ce ne feroit pas là un inconvénient il y auroit toujours plus de frottement dans cette machine que dans le tour ordinaire; car le rouleau ou aissieu doit trouver de la difficulté à rouler les cordes, parce qu'elles ne sont pas parfaitement pliables, & que moins elles le sont, plus doit être grand le poids qui les allonge. Cela joint au frottement du collier de la corde qui porte le contre-poids de la machine, rend l'obstacle plus grand que dans la méthode ordinaire. Car j'ai trouvé par mes expériences que lorsque la puissance devient égale à $2\frac{1}{2}$, elle tient 5 en *équilibre*, & qu'il faut y ajouter $\frac{1}{5}$, (c'est-à-dire ici le poids de 4 deniers) pour la mettre en mouvement.

* Not. 1.

Planche 18. Figure 2.

Or pour faire voir que ce frottement des cordes n'est pas toujours le même, comme M. *Perrault* le suppose, lorsque P (ou la puissance, *Figure* 2.) n'est que d'une once, & W (ou le poids) de 2 onces, il ne faut alors pour faire préponderer la puissance que le poids de 2 deniers & 18 grains; mais lorsque P est $= 2\frac{1}{2}$, & W $= 5$, le poids additionnel marqué $\frac{1}{5}$ étoit de 4 deniers & 2 grains..

Par-là on voit clairement que les expériences de M. *Perrault* ont été faites fort négligemment & qu'on ne peut pas y compter.

Je me suis un peu étendu sur cette machine, parce qu'on peut se laisser entraîner dans l'erreur par l'autorité d'un homme de grande reputation qu'on ne soupçonne pas aisément s'être trompé.

Quoiqu'il soit pour le moins aussi difficile de rendre compte des forces requises pour plier les cordes de différens diamétres (rendues par différens poids en les entortillant autour des corps de différentes grosseurs) que de donner une théorie exacte du frottement; cependant il feroit aussi préjudiciable à la méchanique pratique de ne pas considérer la perte du mouvement occasionnée par cette tension des cordes que de négliger le frottement des parties d'une machine. Ainsi quoique les différentes matiéres qui composent une corde, leur différente roideur, selon qu'elles sont plus ou moins torses, & quelquefois la temperature de l'air (sec ou humide) dans le tems qu'elles sont employées, concourent à rendre nos conclusions très-difficiles & peu exactes; cependant il nous paroît qu'il sera très-utile de

LEÇON IV.



donner ici la meilleure théorie que nous pourrons avoir, & de faire mention pour y parvenir de quelques experiences qui ont été faites sur des cordes très-bonnes dans leur espéce & médiocrement torses; parce que si l'on a tendu par le moyen d'un poids connu autour d'un cylindre, d'un rouleau ou d'une poulie, une partie de corde de quelque longueur, d'une épaisseur égale & torduë également d'un bout à l'autre, & si l'on a observé quelle force doit la faire plier autour d'un rouleau dont le diamétre est donné, on trouvera quelle autre force est requise pour la plier autour d'un autre corps, & lorsqu'elle sera tenduë par un poids différent; & d'ailleurs dans les cordes nouvellement faites la difficulté de les plier, le reste étant égal est à fort peu près comme leurs diamétres (& non pas comme leurs *solidités.*)

EXPÉRIENCES.

Planche 18. Figures 3, 4.

J'AI attaché à deux crochets immobiles R R les deux cordes R *r*, R *r* à la distance d'environ 8 pouces l'une de l'autre; & j'ai suspendu à leur bout inférieur le bassin S S sur lequel j'ai placé les poids W pour tendre les cordes. Ensuite j'ai pris successivement trois cylindres tels que C *c*, chacun d'un pied de longueur (l'un d'un demi pouce, l'autre d'un pouce, & le troisiéme d'un pouce & demi de diamétre) & ayant entortillé les deux cordes autour de l'un de ces cylindres, comme on peut voir dans la figure, j'ai mis des poids dans le petit bassin *s* qui par le moyen du ruban *m* J portoient en bas le cylindre vers W, ayant soin toujours d'empêcher les frottemens des parties des cordes les unes contre les autres, & roulant le cylindre en haut & en bas deux ou trois fois avant que d'y fixer le poids qui l'entraîne.

N. B. *Ce poids comprend celui du cylindre & du bassin.*

Dans la 4e *Figure* C représente la section du cylindre ou rouleau autour duquel la corde R *r* s'entortille, K L son diamétre & *m s* le petit bassin & le ruban comme ci-devant.

Le poids W peut toujours être regardé comme celui qui tend la corde; parce que (quoiqu'il tende les cordes & que par conséquent chacune ne soit tenduë que par la moitié de ce poids) le cylindre C *c* (*Figure* 3.) tiré en bas par le poids *s* plie ou entortille les deux cordes en C & *c*, ce qui lui donne autant de difficulté pour descendre que si une seule corde portant tout le poids étoit entortillée autour de ce cylindre.

TABLE DES EXPE'RIENCES

qui marquent les forces requises pour plier des cordes de différens diamétres, tenduës par différent poids autour des rouleaux de différentes épaisseurs.

Quantité du poids W qui tend la corde exprimée en livres *aver du poids*	Résistance de la corde autour d'un cylindre d'un demi pouce de diamétre en ʒ *aver du poids.*	Résistance de la corde autour d'un cylindre ou rouleau d'un pouce de diamétre en ʒ *aver du poids.*	Resistance autour d'un rouleau d'un pouce & $\frac{1}{4}$ de diamétre en ʒ *aver du poids.*	Diamétre des cordes à trois cordes, exprimées en dixiémes d'un pouce.
60 l. . . .	225 ʒ . .	112 $\frac{1}{2}$ ʒ . . .	75 ʒ	. . . 0, 5
	90 . . .	45	30	. . . 0, 2
	45 . . .	22 $\frac{1}{2}$	15	. . . 0, 1
40 l. . .	150 ʒ . .	75	50	. . . 0, 5
	60 . . .	30	20	. . . 0, 2
	30 . . .	15	10	. . . 0, 1
20 l. . .	75	37 $\frac{1}{2}$	25	. . . 0, 5
	30	15	10	. . . 0, 2
	15	7 $\frac{1}{2}$	*	. . . 8, 1

* *Ici l'expérience n'a pas pû se faire, parce que le cylindre de 1 $\frac{1}{2}$ pouce de diamétre qu'il auroit fallu employer pesoit environ 8 onces, & qu'il paroît par analogie que le poids requis pour plier la corde ne devoit être que de 5 onces.*

OBSERVATIONS SUR LA TABLE PRE'CEDENTE.

ON a pris le milieu dans la plûpart des expériences dont il est ici question, la difficulté de plier les cordes étant quelquefois un peu plus petite & d'autres fois un peu plus grande.

On peut de cette table en tirer une autre plus étendue en y marquant des nombres proportionnels pour les autres épaisseurs différentes des cordes & pour de plus grands diamétres de cylindre ou rouleaux; mais dans les cordes d'un diamétre plus grand qu'un demi pouce, un rouleau d'un demi pouce est trop petit, & il est bien rare qu'on s'en serve dans la pratique, & même en

pareil cas le ployement des cordes est plus difficile à proportion que dans les autres expériences; dans celles que j'ai faites, la corde o, 5 d'un pouce de diamétre exige communément plus que je n'ai marqué ici.

Je trouve que le cordon d'une horloge de o, 1 pouce de diamétre lorsqu'il est fait au métier, demande plus de force pour le plier, qu'une corde entortillée de la même épaisseur, laquelle paroit plus roide; mais si l'on fait attention que le fil fait au métier s'applatit à mesure qu'il se roule autour du cylindre; on verra que cela doit faire le même effet que si le cylindre étoit devenu plus petit, un tour d'un pareil fil faisant par ses parties centrales un moindre cercle qu'une corde entortillée qui ne s'applatit pas.

M. *Amontons* a fait plusieurs expériences de cette espéce qui sont rapportées dans les Mémoires de l'*Académie Royale* des Sciences à Paris pour l'année *1699*. & il a calculé une table de la force requise pour plier les cordes; mais je ne puis pas conseiller l'usage de cette Table, parce qu'elle est calculée sur une méprise; car il dit que la difficulté de plier une corde de la même épaisseur & chargée du même poids décroît lorsque le diamétre du rouleau augmente, mais qu'elle ne décroît pas autant qne ce diamétre augmente. Cependant j'ai trouvé par un grand nombre d'expériences que j'ai répetées plusieurs fois que la difficulté décroît directement autant que le diamétre du rouleau augmente; c'est-à-dire, que *la difficulté de plier une corde autour d'un rouleau, est,* tout le reste étant égal, *en raison inverse du diamétre du rouleau.*

N. B. Je crois que la méprise de M. *Amontons* vient des parties de la corde qui frottoient les unes contre les autres; ce que j'ai toujours eu soin d'éviter.

Lorsqu'une corde est passée au-dessous ou au-dessus d'une rouë de poulie, la difficulté de la plier est aussi grande que si elle entouroit totalement un rouleau, ce que l'on verra en faisant attention à la *Figure* 4[e] de la *Planche* 18. car pendant que la corde se roule autour du cylindre C dans la direction *r* K L, la partie inférieure L *o* K s'entortille d'elle-même sans aucune difficulté.

Planche 18. Figure 4.

J'ai donné dans cette Leçon, (tout au commencement) des regles pour le frottement dans une machine composée, & j'ai fait voir par un exemple l'application de ces regles; mais je n'y ai pas compris la difficulté de l'entortillement des cordes. Maintenant je vais donner un autre exemple où je considére aussi cette difficulté, & je fais voir combien la théorie s'accorde avec l'expérience

l'expérience faite avec une machine faite avec toute l'exactitude possible pour rendre la compensation plus juste.

Cette machine est composée de trois poulies (deux *supérieures* & une *inférieure* ou *d'une moufle à trois*) dont les diamétres sont exactement comme il suit, sçavoir de deux pouces, d'un & un quart, d'un & demi; & tous les aissieux d'un quart de pouce exactement, & la corde d'un dixiéme d'un pouce d'épaisseur. Le poids est de 18 livres *averdupoids*, & par conséquent la puissance qui le tient en *équilibre* doit être de 6 livres, & il ne faudroit ajouter que très-peu pour lui faire élever le poids, s'il n'y avoit point de frottement; mais ici il ne faut rien que 20 onces, quoique la machine soit fort exacte.

J'ai fait voir (dans la regle 2, *page* 197) que les deux tiers de la puissance sont égaux au frottement d'un cylindre, dont la surface se meut aussi vîte que la puissance & dont les tourillons sont égaux en diamétre au cylindre. Mais comme le diamétre de la premiere poulie est huit fois plus grand que son aissieu, son frottement doit être de 4 livres divisées par 8, ou 8 onces; parce que comme la surface de sa circonférence se meut avec la même vîtesse que la puissance, sa surface qui frotte contre l'aissieu doit se mouvoir huit fois plus lentement.

La 2e poulie 2, dont la surface se meut une fois aussi lentement que la puissance, & dont l'aissieu est six fois moindre en diamétre, doit par conséquent n'avoir son frottement que de $5\frac{1}{3}$ onces; parce que deux tiers de la puissance, ou 64 onces doivent d'abord être divisées par 2 à raison de la vîtesse de la surface de la poulie qui n'est que la moitié de celle de la puissance, & ensuite encore par 6, parce que l'aissieu étant six fois plus petit, les parties qui frottent sur l'aissieu doivent se mouvoir encore 6 fois plus lentement; en sorte que $\frac{64}{2} = 32$ & $\frac{32}{6} = 5\frac{1}{3}$ onces.

La 3e poulie 3, se mouvant avec le tiers de la vîtesse de la puissance, il faut diviser 64 onces par 3, & ce quotient encore par 5, parce que l'aissieu est ici $\frac{1}{5}$ du diamétre de la poulie; en sorte que les parties de cette poulie qui frottent ont leur vîtesse, un cinquiéme d'un tiers ou $\frac{1}{15}$ de la vîtesse de la puissance; & par conséquent $\frac{64}{15}$ donneront 4, 26, &c. onces. Or la somme de tous ces frottemens (sçavoir 8 onces + 5, 333, &c. onces + 4, 26, &c. onces) fait 17, 6 onces, qui est la 5e & $\frac{4}{10}$ partie de la puissance. Cette addition a la puissance doit aussi augmenter le frottement de maniére à exiger une nouvelle addition de la 5e

 & $\frac{4}{10}$ partie de cette premiere addition, & ainsi de suite dans cette serie 17, 62 onces + 3, 2 onces (qui est $\frac{17,62}{5,4}$) + 0, 59 onces (qui est $\frac{3,2}{5,4}$) &c. en tout 21, 55 onces.

Il faut encore ajouter à cela le frottement ou résistance eu égard à la difficulté de plier les cordes que l'on peut trouver par la derniere table en cette maniére.

Supposons que la partie de la corde qui est en 1 côté de la premiere ou supérieure poulie y soit fixée, alors les 3 cordes D E 3 B & 2 A soutiendront ensemble tout le poids W, lequel (joint avec la poulie) pese 18 livres; en sorte * que nous pouvons considérer chaque corde comme tenduë par six livres, & entortillée autour de différens cylindres des diamétres respectifs des poulies.

Pour la premiere poulie, nous voyons dans la table pour une corde d'un dixiéme d'un pouce, que lorsqu'elle est tendue par un poids de 20 livres; il faut 7, 5 onces pour la plier autour d'un rouleau d'un pouce; nous pouvons donc faire usage de cette analogie.

Comme 20 livres qui tendent une corde d'un dixiéme d'un pouce en diamétre :

Sont à 7 $\frac{1}{2}$ onces, force requise pour l'entortiller sur un rouleau d'un pouce :

Ainsi 6 livres, lorsque cette quantité seule tend la corde :

Sont à 2, 25 onces (c'est-à-dire, 2 $\frac{1}{4}$ onces) force capable d'entortiller la même corde, tenduë seulement avec 6 livres, autour d'un cylindre d'un pouce de diamétre.

Mais comme la premiere poulie n'est pas d'un, mais de deux pouces de diamétre, il faut diminuer la force necessaire pour entortiller la corde en raison réciproque de ces diamétres, par l'analogie suivante qui servira aussi aux deux autres poulies.

* Il est vrai que dans le mouvement une corde porte une plus grande partie du poids que l'autre; mais après tout les différentes difficulte prises ensemble d'entortiller les cordes reviennent au même. En sorte que c'est le moyen le plus aisé, & par conséquent le meilleur de les considérer.

Comme le diamétre de la poulie, où nous voulons connoître la force d'entortillement :

Est au diamétre la poulie où la force est connuë : :

Ainsi la force d'entortillement trouvée ci-devant :

Est à la force requise d'entortillement.

C'est-à-dire, comme 2 : 1 : : 2, 25 : 1 125 onces pour la premiere poulie.

Et comme 1, 5 : 1 : : 2, 25 : 1, 5 onces pour la seconde poulie;

Et enfin comme 1, 25 : 1 : : 2, 25 : 1, 8 onces pour la 3e poulie.

Par ces analogies on peut porter la petite Table au-dessus de toutes les autres proportions, en sorte qu'on y puisse voir d'un coup d'œil la force requise pour entortiller les cordes dans la plûpart des cas; ou qu'on puisse conclure de la plûpart des cas de cette Table même.

Mais pour continuer la théorie du frottement de notre machine: ces trois derniers frottemens ou résistances des cordes ajoutées ensemble sont 4, 425 onces, lesquelles ajoutées à 21, 41 onces, frottement déja trouvé, donnent en tout 25, 835 onces, frottement plus grand de près de 6 onces que l'expérience ne donne. Mais j'ai démontré dans la Note sur ma 3e Leçon (page 170) que *lorsqu'un fil ou une corde roule sur une poulie simple ou rouleau par la descente du poids préponderant (l'autre poids s'élevant en même-tems) la pression sur l'aissieu de la poulie est toujours égale au quadruple du produit des poids multipliés l'un par l'autre & divisés par la somme des mêmes poids.* Cette pression étant toujours moindre que la somme des deux poids lorsqu'ils sont inégaux, il faut ôter d'autant plus pour tous les frottemens que cette pression est plus petite, & l'expérience alors s'approchera extrêmement de la Théorie. Mais pour ne rien omettre dans notre calcul, je vais encore examiner à quoi aboutit cette diminution de pression.

La puissance (6 livres) jointe avec ce que nous avons trouvé qui doit nécessairement lui être ajouté eu égard à tous les frottemens & résistances des cordes, doit être regardée comme un poids préponderant dans le cas de la proposition citée, c'est-à-dire, 6 livres & près de 26 onces, ou 122 onces; & 6 livres sans aucune addition doivent être regardées comme enlevées de l'autre côté de la premiere poulie 1, qui est une poulie supérieure. Multiplions ensemble les deux poids, c'est-à-dire,

LEÇON IV. 6 livres ou 96 onces × 122 onces, dont le produit eſt de 11712 onces, qu'il faut encore multiplier par 4, ou 11712 onces × 4 donne le produit 46848 ; enſuite diviſant ce dernier produit par 218 (ſomme des onces dans les deux poids) ou $\frac{46848}{218}$, le quotient ſera 214, 9, qui étant ſouſtrait de 218 ſomme des poids, donnera 3, 1 onces pour la diminution de preſſion, ou pour la partie de la preſſion dont l'aiſſieu de la poulie 1 eſt délivré, lorſque le poids préponderant deſcend.

Mais comme il y a une autre poulie ſur laquelle la corde roule auſſi, il faut en ôter encore à cet égard 3, 1 once ; en ſorte que ſi ces deux derniere ſommes, ou 6, 2 onces ſont ôtées de 25, 835 onces, trouvées par la Théorie égales à tous les frottemens, il reſtera 19, 635 onces, addition néceſſaire pour faire que la puiſſance emporte le poids avec la moindre augmentation poſſible, & cette augmentation dans l'expérience eſt 0, 365 ou un peu plus que le tiers d'un once ; car 20 onces ajoutées à la puiſſance 6 livres le font agir.

N. B. *On n'a rien ajouté ici rélativement au poids qu'il faut ajouter pour plier les cordes, comme étant une augmentation de frottement, ce qui auroit approché encore plus l'expérience de la Théorie.*

Dans la pratique il n'eſt pas néceſſaire d'avoir égard à ce dernier article ou de faire attention à cette diminution de preſſion ſur-tout dans les poulies a pluſieurs yeux, parce qu'il y a ordinairement quelques obſtacles de plus que le frottement ordinaire ; par exemple, lorſque les rouës frottent contre les côtés des chapes, ou lorſque leur trou eſt trop grand, ce qui augmente le frottement autant que ſi l'aiſſieu étoit devenu d'autant plus gros.

Voulant éprouver juſqu'à quel point la Théorie du frottement & de l'entortillement des cordes, s'accorde avec les mouffles dont ont ſe ſert communément dans les bâtimens, & par conſéquent combien elle peut ſervir à nous conduire dans la pratique ; j'ai fait les Expériences ſuivantes.

EXPÉRIENCE I.

J'AI pris une mouffle à cinq poulies de cuivre dans des chapes de fer ; c'eſt-à-dire, trois poulies dans la chape ſupérieure, & deux dans l'inférieure.

Ayant formé l'*équilibre* en ſuſpendant un quintal & un quart à la chape inférieure, & le quart d'un quintal à la corde de retour, j'ai été obligé d'ajouter 17 livres & demi pour faire deſcendre la puiſſance, & élever le poids.

EXPÉRIENCE II.

DEUX quintaux & demi étant balancés par un demi quintal, l'addition de 28 livres a fait montet le poids.

N. B. *Les rouës des poulies avoient cinq pouces de diametre, leurs aiſſieux un demi pouce, & la corde trois quarts d'un pouce.*

Dans la premiere Expérience 17 livres & demi ſurpaſſoient de $4\frac{1}{2}$ livres la ſomme des frottements & des réſiſtances, tirée de la théorie. Mais dans la ſeconde Expérience 28 livres ne ſurpaſſent la ſomme des frottements, &c. que de 2 livres. Il me paroît que la raiſon de cette différence eſt, que la corde au commencement étoit trop groſſe pour les chapes qui contiennent les rouës ; mais dans la ſeconde Expérience, où la corde étoit plus tenduë, ſon diametre s'étoit un peu diminué, & ainſi elle ne frottoit pas tant contre les chapes.

La connoiſſance de la quantité de frottement dans ces grandes mouffles, nous apprend à quoi nous devons nous attendre dans la pratique. Car ſi un homme qui pendant un petit eſpace de tems peut faire un effort de 100 livres, s'imagine qu'il pourra élever une pierre, ou un rouleau de feuilles de plomb, ou tout autre poids au haut d'une maiſon, avec une mouffle à cinq yeux, (parce que la choſe paroît faiſable par les principes méchaniques) il ſera bien trompé par rapport au frottement, qu'il ne pourra pas ſurmonter ſans une force additionnelle de 50 livres.

J'eſpere que ce détail que j'ai donné du frottement & des obſtacles au mouvement dans les inſtruments méchaniques, (quelque imparfait qu'il ſoit) ſera d'un grand uſage pour diriger ceux qui ſe mêlent des machines & des Manufactures. Et pour leur donner tout le ſecours dont je ſuis capable en cette matiére, je joindrai ici quelques réfléxions ſur la force

comparative des hommes & des chevaux, & sur la meilleure maniére d'appliquer leurs forces. C'est le résultat des observations que j'ai faites pendant plusieurs années, & de tout ce que j'ai trouvé dans les Auteurs qui ont traité cette matiére.

Un cheval tire avec le plus grand avantage, comme nous l'avons déja fait voir d'après M. Camus, lorsque la ligne de direction (étant paralléle au plan sur lequel le poids se meut) est à niveau de la poitrine du cheval, & il est capable dans cette situation de tirer 200 livres pendant huit heures chaque jour, & de parcourir environ deux milles & demi par heure; ce qui fait à peu-près trois pieds & demi par seconde. Si l'on fait tirer à ce cheval 240 livres, il ne peut travailler que six heures par jour, & il ne peut pas aller aussi vîte; dans les deux cas, s'il porte quelque poids, il tirera mieux que s'il n'en porte point. Je ne prétends pas parler de ce qu'un cheval peut tirer sur une voiture; parce qu'en ce cas il n'a que le frottement à surmonter, ensorte qu'un cheval moyen bien appliqué à une charrétte, pourra souvent tirer plus de 1000 livres; mais ce qu'un cheval peut tirer en haut du fond d'un puits sur une poulie simple ou sur un rouleau (fait de maniére que le frottement soit le moindre qu'il est possible) est proprement le poids qu'un cheval peut tirer; & les chevaux, l'un dans l'autre tirent dans ce cas, comme je l'ai dit, environ 200 livres. On doit estimer de même le travail des chevaux dans toutes sortes de moulins & de machines hydrauliques, où l'on doit connoître aussi exactement qu'il est possible, combien on peut faire tirer à chaque cheval, pour pouvoir juger de l'effet qui en résultera, ayant égard à tous les frottements & obstacles, avant que de faire construire aucun moulin o u machine.

Lorsqu'un cheval tire dans un moulin, dans une machine hydraulique, ou dans toute autre machine, (dans laquelle on se sert du cheval pour tirer circulairement un cabestan ou un *treüil*) il faut avoir grand soin que le trottoir du cheval soit assez large en diametre; autrement il ne pourra pas agir avec toute sa force en tournant; car dans un petit cercle ou trottoir, la tangente (dans laquelle le cheval doit tirer) s'écarte plus du cercle où le cheval est obligé de marcher, qu'elle ne fait dans un grand cercle. Le trotoir du cheval ne doit pas avoir moins de 40 pieds de diametre, lorsqu'il y a assez de place pour cela; & le même cheval perd considérablement de sa force dans un petit trotoir, parce qu'il tire dans une corde du cercle, tirant la poutre horizontale der-

tiére lui à angles aigus, tellement que dans un trotoir de 19 pieds de diametre, j'ai vû un cheval qui perdoit deux cinquiémes de la force qu'il avoit dans un trottoir de 40 pieds de diametre. La plûpart des Meuniers à Londres, & je crois dans la plûpart des grandes Villes) n'aiment pas à faire de grands trottoirs pour leurs chevaux, même lorsqu'ils ont assez de place, parce que, comme ordinairement ils manquent de place dans les endroits où ils sont obligés de construire leurs machines, ils se sont accoutumés à faire leurs modéles pour de petits trottoirs, & ils s'imaginent qu'il suffit de donner la même vîtesse proportionnelle à la puissance & au poids, que l'on donne dans les plus grands trotoirs (parce que si la rouë en couteau est d'un diametre si petit, que le cheval tire près du centre, la difficulté de tirer, si ce n'étoit pour l'entortillement du cheval, seroit toujours la même) ne faisant pas reflexion à l'effort que l'on fait faire au cheval; ou lorsqu'ils ont trouvé par expérience combien un cheval peut tirer aisément, & quels sont les desavantages qui résultent d'un tournoyement subit, ils ne veulent pas profiter de l'avantage que leur donneroit un plus grand espace, en éloignant cette difficulté; parce qu'ils ne veulent pas s'écarter de la méthode où ils ont été accoutumés. Mais les Meuniers, qui ont travaillé aux mines de charbon & de pierre, sont plus intelligents en cette matiére, parce qu'ils ont été accoutumés à de grands trotoirs pour les chevaux dans les mines, &c.

J'ai trouvé souvent que cinq hommes sont égaux en force à un cheval *, & peuvent avec la même facilité pousser en rond le levier horizontal dans un trotoir de 40 pieds; mais trois des mêmes hommes pousseront circulairement un levier dans un trotoir de 19 pieds, qui ne pourra pas être tiré par un cheval (d'ailleurs égal à cinq hommes.) * Note 6.

La plus mauvaise maniére d'appliquer la force d'un cheval, est de le faire porter ou tirer au haut d'une colline; car si la colline est escarpée, trois hommes feront plus qu'un cheval. Chaque homme grimpe en haut plus vîte, étant chargé de 100 livres, qu'un cheval chargé de 300 livres. Cela vient de la position des parties du corps de l'homme, qui sont mieux situées pour grimper, que celles du cheval.

Il suit de cette observation, que ceux qui ont cru tirer un grand avantage du poids d'un cheval, en l'appliquant à une machine, n'ont pas trouvé dans l'exécution ce que le calcul du poids de

LEÇON IV. cet animal leur avoit promis, parce qu'à chaque pas le cheval grimpe réellement une élevation, lorsqu'on fait usage de son poids; & pat conséquent il va plus lentement.



Comme un cheval par la structure de son corps agit avec le plus de force lorsqu'il tire horizontalement en ligne droite, un homme agit avec le moins de force de cette maniére; par exemple, si un homme qui pese 140 livres marche le long d'une riviere ou d'un canal, & tire un batteau ou une barque par le moyen d'une corde qui passe sur ses épaules, ou qui est attachée en quelque endroit qne ce soit de son corps, il ne peut tirer plus de 27 livres, ou seulement environ la septiéme partie de ce qu'un cheval peut tirer en ce cas: car toute la force avec laquelle un homme agit dans ce mouvement, dépend entierement de son poids, & ce n'est pas tout son poids qui agit, mais seulement $\frac{3}{14}$ de poids, & encore trop obliquement, le poussant en avant lorsqu'il se baisse, & c'est ce qui produit toute la force par laquelle l'homme tire la barque, comme il l'a été démontré par M. de *la Hire* dans un *Mémoire* qu'il a présenté à l'*Académie Royale des Sciences* à *Paris*, en 1699, que l'on trouvera dans les Notes. *

* Note 8.

Les autres raisonnements qu'il fait sur l'application de la force d'un homme, sont justes; mais ses hypothéses n'étant pas vrayes, quelques-unes de ses conclusions, quoique bien déduites des mêmes hypothéses, ne sont pas vrayes en elles-mêmes. Ainsi j'ai donné dans la même Note des remarques sur ce qu'il dit.

En tirant une barque de la maniére qu'on l'a dit ci-devant, un homme pesant (pourvû qu'il n'ait pas de la difficulté à se mouvoir) aura plus de force qu'un autre, à moins que celui-ci ne porte un poids proportionnellement; & plus ce poids sera élevé, plus il aura de force.

Lorsqu'un homme fait tourner un rouleau horizontal, ou un vindas avec une manivelle, ou autre manivelle, il n'a pas plus de 30 livres pesant qui agissent contre lui, s'il travaille dix heures par jour, & s'il éleve le poids à environ 3 pieds & demi dans une seconde, ce qui est la vîtesse ordinaire avec laquelle un cheval tire un poids: je dis 30 livres, en supposant le diametre du vindas égal à la distance du centre au coude de la manivelle, car s'il y a, comme à l'ordinaire, quelque avantage méchanique, ensorte que le diametre de l'arbre sur lequel la corde est entortillée, soit quatre ou cinq fois moindre que le diametre du cercle que la main décrit, alors le poids sera (en y comprenant la résistance

qu'il

qui vient du frottement & de la roideur de la corde) quatre ou cinq fois plus grande que 30 livres, c'est-à-dire, autant que le poids se meut plus lentement que la main.

Dans cette opération l'effet de la force d'un homme varie dans chaque partie du cercle que la manivelle décrit. La plus grande force est lorsqu'un homme tire la manivelle en haut d'environ la hauteur de ses genoux, & la moindre force est lorsque (la manivelle étant au plus haut) un homme la pousse horizontalement contre lui; ensuite l'effet devient plus grand à mesure que l'homme agit par tout son poids pour pousser en bas la manivelle; mais cette action ne peut pas être aussi grande, que lorsqu'un homme tire en haut, parce qu'il ne peut pas y appliquer au-delà du poids de son corps, au lieu qu'en tirant en bas, il agit avec toute sa force. Enfin l'homme n'a que très-peu de force lorsqu'il tire vers lui horizontalement la manivelle arrivée au point le plus bas. Supposons avec M. *de la Hire*, qu'un homme d'une force médiocre pese 140 livres, il peut dans les quatre parties principales de la circonférence de son mouvement en poussant & tirant, agir avec les forces suivantes; sçavoir dans le point le plus fort une force égale à 160 livres; dans le plus foible, une force de 27 livres; dans le point suivant assez fort, 130 livres; & dans le dernier ou second point moins foible, 30 livres. Ajoutons toutes ces forces ensemble, qui feront 347 livres, & divisons par 4, nous aurons 86 livres $\frac{3}{4}$; ce qui donne le poids qu'un homme peut élever par une manivelle, s'il peut agir continuellement avec toute sa force sans s'arrêter, pour prendre sa respiration; mais comme cela n'est pas possible, le poids doit retomber & surmonter au premier point foible, surtout lorsque la manivelle se meut lentement, comme il doit arriver si l'homme veut agir tout autour avec toute sa force. Outre cela, pour élever un tel poids, on doit supposer que l'homme agit toujours le long de la tangente du cercle du mouvement, ce qui n'arrive pas dans la pratique. De plus il faut qu'il y ait une vîtesse suffisante * pour que la force appliquée aux points les plus forts ne se perde pas avant que la main arrive aux points les plus foibles, ensorte qu'il est difficile à un homme de continuer ce mouvement irrégulier; & par conséquent lorsqu'il n'y a point d'autres avantages, la résistance ne doit être que de 30 livres : & même on ne pourra pas la soutenir au point le plus foible, à moins qu'il ne reste quelque force du point le plus fort.

* Note 7.



Si deux hommes travaillent à l'extrémité d'un rouleau ou d'un vindas, pour tirer d'une mine des charbons ou des pierres, ou pour tirer l'eau d'un puits, il leur est plus aisé de tirer en haut 70 livres, (en supposant toujours que le poids & la puissance ont des vîtesses égales) qu'à un homme d'en tirer 30 livres, pourvû que le coude de l'un des manches soit à angles droits avec l'autre. Car alors un homme agira au point le plus fort, tandis que l'autre agira au point foible de sa révolution; & par ce moyen les deux hommes se soulageront mutuellement & successivement. La maniere ordinaire est de placer les manches à l'opposite l'un de l'autre, ce qui ne peut pas donner l'avantage dont je viens de parler; quoiqu'on gagne même dans cette position un peu de force, parce qu'un homme tirant pendant que l'autre pousse, travaille au plus fort des deux points foibles, pendant que l'autre travaille au plus foible, ce qui l'aide un peu.

* Note 9. Il est vrai qu'il y a un moyen de faire ensorte qu'un homme travaille un tiers de plus avec un vindas, lorsque le mouvement est fort rapide, comme d'environ 4 ou 5 pieds par seconde, * & c'est par l'application d'un *volan*, qui est une croix portant des poids de plomb à ses extrémités, ou plû-tôt (ce qui vaut beaucoup mieux) par le moyen d'une rouë pesante à angles droits sur l'aissieu du vindas ou du rouleau. Par ce moyen la force de la puissance que l'homme auroit perdue, se conserve dans le volan, & se distribue également dans toutes les parties de la révolution, ensorte que pendant quelque tems un homme peut agir avec la force de 80 livres, c'est-à-dire, surmonter une résistance continuelle de 80 livres, & travailler tout un jour, lorsque la résistance n'est que de 40 livres. *.

* Le volan peut s'appliquer à différentes sortes de machines, soit qu'elles soient mûes par des hommes, des chevaux, le vent ou l'eau, ou par toute autre puissance animée ou inanimée; & il est d'un grand usage dans les parties d'une machine qui ont un mouvement circulaire très-prompt, & où la puissance ou résistance agit inégalement dans les différentes parties d'une révolution. Cela a fait croire à certaines gens, que le volan donne une nouvelle force, en supposant qu'un volan joint à une machine qui doit se mouvoir en rond, aide la machine à faire ce mouvement. Mais quoiqu'il soit vrai de dire que le volan facilite le mouvement, en ce qu'il le rend plus uniforme & plus égal, cependant il ne laisse pas de produire une perte de force, bien loin de l'augmenter. Car premiérement il faut que la puissance fournisse sans cesse la force nécessaire pour mettre le volan en mouvement jusqu'à un certain dégré de vitesse, & qu'elle lui conserve cette vitesse; car le volan n'a par lui-même aucun mouvement; mais il reçoit tout celui qu'il a de la force qui lui est imprimée. 2°. Le frottement des pivots ou des tourillons de l'aissieu qui s'usent, empêchent toujours, & font perdre une partie du mouvement imprimé. Et 3°. L'air que les poids aux extrémités du volan déplacent, en retardent aussi le mouvement, (quoique moins lorsque le volan est circulaire) & ces deux obstacles joints

Lorsqu'un homme porte un poids ou un fardeau sur ses épaules, il agit avec une grande force, plusieurs muscles étant employés tout-à-la-fois à cette opération ; les muscles du cou, du dos & des reins, tiennent son corps & sa tête dans la situation convenable pour soutenir le poids ; ceux de ses épaules & de ses bras aident à le tenir dans sa place, & les muscles des jambes & des cuisses élevent le poids de tout le corps & de la charge que l'on porte pendant qu'il marche. Dans cette maniere de travailler, trois hommes font plus qu'un cheval, & souvent deux font autant, & même plus, comme on peut l'observer dans le travail journalier des Portefaix de *Londres.* * Un Portefaix peut porter 200 liv. & marcher à raison de trois milles par heure ; un Porte-Charbon ou Portefaix qui porte du charbon de pierre, en peut porter 250 livres ; mais alors il ne peut pas aller fort loin pour décharger son fardeau, quoique d'un autre côté il monte souvent les dégrés avec ce poids. Les Porteurs de Chaise ne font pas agir tous les mêmes muscles que les Portefaix ; mais comme ils ont des bricoles suspenduës à leurs épaules pour soutenir les bras de la chaise, les muscles des reins & du dos sont en action, aussi-bien que les extenseurs des jambes & des cuisses ; deux de ces hommes peuvent marcher fort vîte avec 300 livres (c'est-à-dire, 150 livres chacun) au moins à raison de quatre milles par heure ; au lieu qu'un cheval, qui fait environ deux milles par heure, ne porte que 224 livres, ou quelquefois, lorsque les chemins sont fort bons, & les chevaux vigoureux, 270 livres. *

* Note 10.

* Note 11.

M. *Richard Newsham*, Machiniste de *Cloth-Fair* auprès de

ensemble, si le volan ne recevoit continuellement une nouvelle force, suffiroient pour l'arrêter & le mettre en repos.

De sorte que le volan ne sçauroit par lui-même donner une nouvelle force au mouvement de la machine où il est appliqué, au-dessus de celle qu'elle reçoit du premier mobile qui lui imprime le mouvement ; il lui fait même perdre une partie du premier mouvement.

Mais la raison pourquoi il devient commode & utile dans plusieurs machines, (comme nous l'avons fait voir dans le vindas ou treuil horizontal) est celle-ci. Lorsque les forces produites par la machine sont interrompues ou inégales, & qu'ainsi le mouvement est plus dificile dans une partie de la révolution que dans une autre, ou lorsque la force d'un homme ou d'une autre puissance, ne peut pas être appliquée à une partie de la révolution aussi-bien qu'à une autre : dans tous ces cas le volan devient comme un modérateur, & il rend le mouvement de révolution presque partout égal, quoique les résistances soient inégales ; il accumule dans lui-même un grand dégré de force qu'il fait agir également & par dégrés, & qu'il reçoit aussi également & par dégrés ; ainsi rendant la révolution dans toutes les parties à fort peu-près uniforme, elle devient plus agréable, plus aisée & plus commode pour être mûe par la force imprimée, ce qui est tout l'avantage que nous procure cet instrument méchanique appliqué de cette maniere. Mais je parlerai encore du volan & de quelques-uns de ses autres usages dans un autre endroit.

LEÇON IV. *Smithfield*, a inventé des machines pour éteindre les incendies ;



qui sont telles qu'une partie des hommes qui y sont employés, agissent en marchant, ce qui est plus efficace que toutes les autres manieres d'employer les hommes à de pareilles machines, tout le poids du corps étant successivement appliqué aux pistons des pompes ; on peut même ajouter au poids une partie de la force d'un homme, par le moyen des pieces horizontales, où il peut appuyer ses mains lorsqu'il marche : au lieu qu'en appliquant les mains pour mouvoir des leviers, ou pour faire tourner des manivelles, la puissance doit agir fort inégalement. C'est la raison pour laquelle avec le même nombre d'hommes il pousse ordinairement l'eau plus loin, plus haut & en plus grande quantité, avec des machines de la même forme, que ne font les autres, qui ont éprouvé leurs machines pour les comparer aux siennes.

N. B. *Ses machines ont plusieurs avantages qui leur sont particuliers, & qui les rendent préférables à toutes les autres que j'aye jamais vû pour éteindre les incendies ; mais j'en donnerai la description dans une autre partie de mon Livre.*

La derniere maniere, & la plus efficace de l'action d'un homme, est celle de *voguer ;* par où un homme agit avec plus de muscles tout-à-la-fois pour surmonter la résistance, que dans toute autre position ; & comme il tire en arriére, le poids de son corps l'aide par le moyen du levier.

COROLLAIRE.

Si l'on fait reflèxion aux différentes especes d'actions d'un homme dans le travail, comparées avec la derniere, on verra combien se trompent ceux qui prétendent faire voguer une galere, un bateau ou une barque, avec des rames verticales fixées à un aissieu horizontal comme une rouë de moulin, les hommes faisant agir cette machine par leur *poids* au *cabestan*, ou tournant des manivelles en-dedans du bâtiment. Car c'est là toujours tirer les hommes du travail le plus aisé & le plus efficace, pour les jetter dans un travail plus difficile & moins avantageux ; comme l'ont trouvé un grand nombre de Machinistes qui ont voulu l'éprouver ; & comme le trouveront tous ceux qui l'éprouveront dans la suite, de quelque façon que leur machine soit faite, à moins que les hommes n'y travaillent dans la situation de ceux qui voguent.

Les muscles des jambes & des cuisses peuvent agir avec une

force prodigieuſe, pour élever un poids immenſe à une petite hauteur ; mais comme cette opération ne peut pas ſe continuer, & ſe faire par un travail journalier, je renvois le Lecteur curieux aux Notes, * où cet article eſt expliqué plus au long ; je ne parle pas içi non plus de creuſer, de frapper à coups de marteau, de fendre le bois, ou des autres opérations pénibles du travail des mains, parce que pluſieurs hommes ſont beaucoup plus adroits que les autres ; & le même homme par un long uſage devient ſi parfait dans une façon de travailler, que par l'adreſſe qu'il a acquiſe il peut faire le double de ce que feroit une perſonne ſans expérience, & même ſans y employer la moitié de la force que celle-ci employe. Mais c'eſt-là proprement une *adreſſe*, & non un *travail*, qui eſt la choſe uniquement que je prétendois examiner ici.

* Note 7.



ADDITION
A LA LEÇON QUATRIÉME.

Lettre de M. Beighton *au Docteur* Desaguliers.

» CHER AMI,

LEÇON IV.


» La lecture de votre Traité m'a fait beaucoup de plaisir. Je ne » m'attendois pas à y trouver tant de choses nouvelles, après un si » grand nombre d'Auteurs qui ont écrit sur ce sujet. J'ai présenté » à la Societé Royale les Observations ci-jointes, sur une partie » de ce Traité, & j'ai pris cette liberté, n'ignorant pas que votre » amour pour la vérité vous fait agréer toutes les corrections que » l'on peut faire à ce que vous avez publié. S'il y a ici quelque » chose qui mérite attention, je vous prie de le communiquer au » Public : C'est dans cette vûe que j'ai l'honneur de vous présenter » ces Observations. Je suis

» Monsieur,

A Griff, 28 *Février* 1738. » Votre très-humble serviteur,
HENRI BEIGHTON.

En lisant le Cours de Physique du Docteur *Desaguliers* in-4°. 1734, j'ai examiné dans sa 4e. Leçon sur le frottement des machines, ce qu'il rapporte de M. *de Camus* sur les rouës des voitures.

» Que les aissieux doivent être droits de toutes façons; car si » les rouës sont plus étroites vers le terrein & en-devant, que par » le haut & en arriére, (ce qui est la pratique ordinaire & journa- » liere de tout le monde) elles ne peuvent se mouvoir que très- » difficilement.

Mais quoique ce raisonnement soit mathématiquement vrai, il y a pourtant des circonstances que ces Messieurs n'ont pas observées aussi exactement que ceux qui construisent ces machines, ou qui s'en servent; car il y a des inconvéniens considérables dans la pratique, où l'on tomberoit si l'on vouloit garder ces régles

exactement. On doit bien peser & considérer la force, la convenance, l'usage & la facilité.

1. Si les rouës devoient se mouvoir en avant en lignes droites, il faut avouër que les objections que l'on peut faire contre ces régles, seroient en partie assez foibles ; mais commes les chemins sont rarement en lignes droites, (qui sont les lignes que les rouës en mouvement traceroient toujours sur un plan horizontal, si elles n'en étoient détournées par aucun obstacle) lorsque votre voiture doit tourner à main droite, le côté gauche doit presser vers l'extrémité de l'aissieu, & porter fortement sur le clou qui s'y trouve, pendant que la rouë droite est poussée en haut vers l'épaulement : car alors l'aissieu se trouvant dans une position diagonale, entre les lignes droites paralléles décrites auparavant par les rouës, ces rouës doivent être forcées à une plus grande distance l'une de l'autre, selon que la diagonale est plus longue que la perpendiculaire. Et comme dans ce mouvement vers la droite, on peut regarder la rouë à main droite comme un centre, (si le tour n'est pas long) la rouë gauche décrira une circonférence, & dans cette direction elle fera effort pour s'échaper ou se mouvoir par la tangente. Mais si les rouës (selon la pratique ordinaire) sont un peu plus étroites par-devant que par-derriére, leur direction naturelle & inclinaison les portera à décrire une partie de cette circonférence.

2. Mais une objection plus importante contre cette régle ; est que comme les parties intérieures des moyeux dans les grandes voitures (& dans les carosses à proportion) ont $5\frac{1}{4}$ pouces de diamétre, & que les parties intérieures n'en ont que $3\frac{1}{4}$, les trous où ils se meuvent étant des cones tronqués, les rouës mêmes dans un terrein uni feront toujours effort pour s'écarter, & toutes les fois qu'elles tourneront, elles s'efforceront de suivre la tangente.

3. Si les aissieux étoient dans une direction en ligne droite, comme dans la *Figure* 1. les rouës pressées par la partie inférieure de l'aissieu s'échaperoient continuellement, & agiroient fortement contre les clous en *b*, avec autant de frottement que si elles agissoient contre des plans inclinés, par la même raison que le double cone paroît marcher de travers.

LEÇON IV.



4. On doit considérer que les charriots ou voitures coupent toutes leurs orniéres presque perpendiculairement ; & si les aissieux étoient droits, le mouvement des rouës leur seroit presque perpendiculaire.

Planche 17. Figures 3, 4 & 12.

Toutes les rouës sont plus fortes lorsqu'elles sont concaves, c'est-à-dire, lorsque les parties des rais en *c* auprès du moyeu d'une rouë, sont plus proches de celles de l'autre, que les jantes : ces rais doivent frotter continuellement à mesure qu'ils entrent plus avant dans le terrein, & ils doivent couper obliquement les orniéres, comme dans la *Figure* 3. Mais dans la position de la *Figure* 4. ils y entreroient & en sortiroient sans tomber dans les quatre inconvénients suivants de la Figure précédente.

I. Les rais s'usent beaucoup, & les pierres à côté des orniéres sont forcées dans un espace plus étroit, & brisent souvent les rais.

II. La bouë molle, ou celle qui est roide, ou la terre glaise, s'insinuent dans les rais, & les pressent comme des coins dans les endroits plus étroits ; elles y restent suspendues de maniere à former comme une espéce de meule de moulin, au grand détriment des chevaux qui tirent ce nouveau poids outre le frottement.

III. Lorsque les rouës sont forcées à entrer & à sortir selon la plus grande étenduë de l'aissieu, il faut une double force pour tirer la machine en avant.

IV. Et dans cette derniere situation, lorsqu'il est impossible aux rouës de se séparer & de s'élargir, la voiture ne peut tourner ni à droite ni à gauche.

5. Si l'on fait attention aux obstacles que les rouës trouvent continuellement, on trouvera qu'elles doivent avoir quelque jeu, & que l'aissieu doit glisser en-dedans & en-dehors des rouës, voyez *Figure* 12. Autrement elles seroient dans un danger continuel de se rompre. Et comme on ne peut pas avoir cette facilité de glisser, à moins que la partie inférieure & antérieure des cones tronqués, ne soient toutes deux dans des lignes droites continues, puisqu'un coin ou double cone ne sçauroit glisser par les côtés sans une grande force, au lieu que deux plans le peuvent aisément ;

aisément ; il s'ensuit que les aissieux ne doivent pas être droits, comme M. *de Camus* l'a avancé. Leçon IV.

La plus grande marque qu'une voiture va bien & marche aisément, est lorsque les aissieux glissent continuellement en avant & en arriére dans les moyeux : car il n'y a que les oreilles d'un homme qui lui apprennent si un charriot ou un carosse vont bien & aisément, lorsqu'il les entend fraper alternativement contre les bras & les clous. Lorsque cela arrive, le trait est moindre d'un cinquiéme.

☞ Deux forces agissent sur les aissieux & les rouës, le poids de la charge qui est presque perpendiculaire, & la traction qui est presque horizontale. Ainsi la plus grande force est dans la diagonale entre ces deux-là ; mais elle approche plus de celle des deux qui est la plus grande. Et c'est dans cette partie ou surface des bras de l'aissieu, que les deux cones tronqués doivent être en ligne droite continuë.

N. B. *Si M.* de Camus *entendoit parler des aissieux & rouës de carosses, lorsque ces aissieux sont des cylindres de fer, la plûpart des objections que nous avons proposées ci-devant, seroient encore très-fortes contre sa règle, & en prouveroient la fausseté dans ce cas.*

Du trait des chevaux, & de la ligne de traction.

Proposition XXX. En parlant du trait, M. *de Camus* dit, » que la ligne de traction doit être à la hauteur du poitrail des » chevaux, parce que ceux qui tirent en haut tirent plus vîte, & » deviennent roides dans le jaret.

Je vois que c'est ici une méprise ; car tant l'expérience que la raison, nous démontrent le contraire. En effet,

1. Les chevaux n'ont point ou presque point d'autre force pour tirer, que celle qui vient de leur poids, sans lequel ils ne pourroient pas se tenir contre la terre ; ils glisseroient, & ne tireroient rien.

2. L'expérience ordinaire nous apprend que si un cheval doit traîner un certain poids, il faut (pour le mieux tirer) qu'il ait un poids proportionnel sur ses épaules. Un cheval que l'on applique à une charréte à deux rouës, où il y a le poids d'un tonneau, ne peut pas la tirer, s'il est en équilibre ; mais si on lui met sur le dos

LEÇON IV. 50 ou 60 livres, il la tire aisément. Si le poids est de deux ou trois tonneaux, & si le cheval porte sur son dos 100 ou 200 livres, il est en état de tirer le poids, parce que les rouës des charrétes sont fort hautes. Le dos des chevaux doit être chargé à proportion.

3. Il paroît que cet Auteur ne sçait pas, que lorsqu'un cheval tire avec force, il se bande en avant, qu'il approche son poitrail de la terre; & qu'alors si les rouës sont hautes, il tire la voiture contre le terrein.

4. Un cheval attaché à un charriot, peut tirer deux ou trois tonneaux, parce que le point ou ligne de traction est au-dessous de son poitrail, les rouës étant basses.

5. On voit ordinairement que lorsqu'un cheval tire une charge pesante, ses pieds de devant s'élevent de dessus le terrein, & qu'il se tient presque droit; alors on met un poids sur son dos pour tenir bas le devant du cheval, on le monte, & il devient par-là capable de tirer ce poids, sans quoi il ne pouvoit pas le remuer auparavant.

6. Le cas est presque le même, lorsqu'on applique la force d'un homme à porter un poids dans une brouette; lorsque la plus grande partie du poids s'appuye sur la rouë, il glisse, & l'homme n'est pas en état de le faire avancer; mais alors en approchant le poids de ses bras, il peut le tirer en avant. Lorsqu'il tire un rouleau de jardin fort pesant, si l'axe du mouvement est à niveau de la partie de son corps où ses bras sont étendus, il ne peut pas en venir à bout; mais lorsque le point de traction est bas, il le tire.

Dans une charréte chargée, qui est presque en équilibre, si deux hommes veulent la prendre par la fléche ou par les traits, ils ne peuvent pas la mouvoir; mais si l'un se met dans les traits, & l'autre derriere la charréte, poussant son derriere en haut autant qu'en avant, il jette le poids sur le dos du premier homme; & pressant ainsi la terre avec leurs pieds, ils la meuvent aisément.

La méthode ordinaire du lévier, soit pour faire glisser ou pour rouler une piéce de bois ou une pierre, est de l'élever d'abord, & ensuite de la pousser en avant.

Dans un grand attelage, où il n'y a que le cheval de derriére

qui porte fur fon dos, fi l'on en ôte la moitié, & qu'on les arrête à un point de traction plus bas, ils feront en état de faire une force beaucoup plus grande. LEÇON IV.

Démonftration de la pofition des Traits.

Le point effentiel du tirage, eft de furmonter les obftacles; car fur un plan à niveau, le tirage eft fort aifé, & il ne faut qu'un petit poids fur le dos du cheval dans ce cas.

On doit regarder la plûpart de ces obftacles, ou même tous, comme des plans inclinés.

Pour tirer la rouë A B, fur l'obftacle D, M. *de Camus* voudroit que le cheval tirât dans la direction H C. Planche 38. Figure 15.

Je dis que comme l'obftacle eft D, & que la tangente de la terre ou ligne du pavé eft B, la ligne du mouvement doit être B D, fur un plan incliné; alors la pofition du trait la plus aifée, pour faire paffer la rouë fur D, eft de la tirer dans la direction de ce plan incliné B T, ou plûtôt dans la ligne C *b*, qui lui eft parallele.

Tous les rayons d'une rouë étant égaux, l'action de tirer au centre eft la même que celle d'une balance en équilibre; c'eft-à-dire, que la force en A eft la même que celle en B. Mais dans le cas du tirage dans la ligne horizontale H C, où il y a un obftacle en D, toute la force que le cheval a pour tirer, eft appliquée à l'extrémité du petit bras = *e* D, contre la force ou le poids appliqué à l'extrémité du bras le plus long *f* D = C, ce qui feroit fort defavantageux : par conféquent la ligne de traction doit être *b* C, tout au contraire de ce que M. de Camus a fouvent avancé dans fon Livre; auquel cas la force eft appliquée à un levier D *a* beaucoup plus long que D *e*.

Il dit enfuite que les chevaux ne peuvent traîner que 200 livres.

En *Warwickshire*, & en d'autres endroits, un cheval ordinaire traîne 650 livres, & quelques-uns ont porté 700 livres. 2. *q* à 7 ou 8 milles de diftance fans s'arrêter.

Le cheval de M. *Foley* à *Stourbridge*, traîne un poids de fer de 11 quintaux à 8 milles.

NOTES SUR LA QUATRIÉME LEÇON.

1. [— *Le frottement est égal environ à un tiers du poids, &c.*]

Notes sur la IV. Leçon.



IL y a quelques cas où le frottement ne va pas au tiers du poids du corps qui frotte; mais comme il y va dans la plûpart des cas, je choisis cette proportion pour établir le calcul du frottement d'une machine composée de plusieurs parties avant que de la construire, sur-tout à l'égard des Manufactures, parce que les parties des machines venant à s'user, changent dans la suite leur figure & augmentent le frottement. Et il vaut mieux trouver dans la pratique le frottement moindre que dans la théorie, quoique cela arrive rarement, lorsqu'on le calcule sur le tiers du poids.

2. [— *Il faudroit un tiers de la pesanteur des traîneaux, &c.*] DANS la Table des frottemens des traîneaux (que nous avons rapportée ci-dessus) tirée des Expériences que M. *de Camus* a faites sur de petits modèles, il y a plus de cas où le frottement est moindre, que de ceux où il est plus grand qu'un tiers du poids; mais il faut remarquer que dans toutes ces expériences, le traîneau est en mouvement; & comme je l'ai dit dans ma derniere note, j'aime mieux m'en tenir à la proportion d'un tiers eu égard aux accidens, en commençant à tirer depuis le repos, & rencontrant des obstacles & inégalités dans les ruës, &c.

3. [— *On ne peut pas espérer qu'une voiture chargée d'un poids, puisse avoir aussi peu de frottement, &c. . . . Quant à la maniére de remédier au frottement, &c.*] Si les aissieux dans quelques voitures étant de fer, & dans d'autres seulement couverts de fer, rouloient dans des anneaux de cuivre fixés aux moyeux des rouës, ils rouleroient si aisément, & dureroient si long-tems sans danger de brûler les rouës, qu'on seroit bien dédommagé de l'excès de la dépense. Les personnes curieuses, & qui ne craignent pas la dépense en certaines matiéres, comme dans les chaises & dans certains charriots, verront qu'un aissieu de fer ayant moins de diamétre, doit avoir moins de frottement à proportion que le diamétre est plus petit, & qu'il doit durer fort long-tems, s'il tourne dans des anneaux de fonte. Mais le tourillon dans l'anneau doit être d'une longueur suffisante; ce qui n'augmente pas le frottement, comme on l'a déja prouvé, & on va le démontrer plus clairement par des expériences faites sur une machine que je vais décrire dans cette note. Si les tourillons n'avoient que deux ou trois pouces de longueur, comme quelques-uns les ont fait, s'imaginant par-là diminuer le frottement, ils ne s'useroient que deux ou trois fois plus vîte que s'ils avoient eu quatre ou six pouces de longueur. On peut diminuer dans toutes les proportions le frottement des tourillons d'une rouë d'une machine dont l'aissieu tourne avec elle, & lui est attaché. Par exemple, sous le tourillon

de fer G*g* (*Planche* 18. *Figure* 6.) que nous supposerons ici d'un pouce de diamétre, soient deux rouleaux de cuivre A B de huit pouces de diamétre chacun, dont les aissieux C, D sont horizontaux & paralléles à l'axe de la roue : les rouleaux, qui par conséquent sont verticaux (comme on peut le voir dans la *figure* 7.) n'auront qu'environ un pouce d'épaisseur (ou plus si l'on veut) & ne seront pas dans le même plan, mais l'un un peu devant l'autre, & tous deux paralléles. Ces rouleaux portent les tourillons G*g* de la grande roue qui tournent sur eux. ***En ce cas le frottement du tourillon devient huit fois moindre, que s'il se mouvoit dans les cuivres ordinaires;*** car si l'on suppose que le tourillon se meut dans la direction *g* G, il ne quittera pas la partie *g* de la roue A sur laquelle il porte, pour aller porter ailleurs avec sa partie touchante, comme il arrive lorsqu'il tourne, & qu'il produit un frottement à la maniére ordinaire, mais il amenera avec lui la circonférence de la roue ou le rouleau A, en le faisant tourner dans la direction A *g*, pendant que son autre partie touchante G en tournant porte aussi circulairement le rouleau B dans la direction G B, & ces rouleaux suivront ce mouvement sans aucun frottement, excepté celui de leurs propres aissieux C, D dans leurs cuivres. En sorte que le frottement est transporté du tourillon G*g* aux aissieux C, D, où la vîtesse des parties qui frottent, étant huit fois plus petite qu'elle n'auroit été en G*g*, le frottement doit être huit fois moindre, comme nous l'avons déja fait voir *Leç.* 4. *Regles* 2, 3, 4. Maintenant quoique ces rouleaux ayent quatre points qui portent, & que les autres deux qui supportent l'autre tourillon de l'aissieu de la grande roue, ayent aussi quatre points qui percent, le frottement n'est pas plus grand que s'il n'y en avoit qu'un seul qui portât, parce que chacun de ces points ne soutient que la huitiéme partie du poids. ***Donc le frottement est devenu huit fois moindre par le moyen de ces rouleaux; ce qu'il falloit prouver.***

NOTES sur la IV. Leçon.



Planche 18. Figure 6.

SCHOLIE.

Si les aissieux des rouleaux n'avoient que la moitié du diamétre du tourillon, comme en E & F, le frottement seroit alors 16 fois moindre, & les aissieux seroient assez forts : car comme un cylindre d'un demi pouce de diamétre a autant de force que le quart de celui d'un pouce, les quatre bouts de l'aissieu des deux rouleaux seroient chacun égal en force au tourillon, & ainsi à l'autre bout.

COROLLAIRE.

De là il suit que si les extrémités des aissieux des rouleaux, sont chacune supportées par deux autres rouleaux semblables, le frottement sera encore diminué, & deviendra encore 16 fois moindre. Supposons, par exemple, une roue de 6 pieds de diamétre, & qui pese 648 livres, le tiers de ce poids pour le frottement est 216 livres, qu'il faut diviser par 72, parce que le diamétre du tourillon est autant de fois contenu dans le diamétre de la roue, & nous aurons 3 livres pour le frottement de la roue sur les cuivres ordinaires; mais ce nombre doit être encore divisé par 16 fois 16, c'est-à-dire,

NOTES sur la IV. Leçon.

par 256, à cause des rouleaux qui portent sur d'autres rouleaux, ce qui réduit le frottement à $\frac{3}{256}$ livres, ou à un peu plus que la 85e partie d'une livre, ou à 3 dragmes de 16 par once.

4. [Page 218 — *Le frottement sur l'aissieu, &c.*] PUISQUE nous avons déja dit & prouvé (*Leçon* 4. *Expérience* 4.) que le frottement vient du poids qui presse toutes les parties à la fois, & non du nombre des parties qu'il touche, on n'a aucune raison d'accourcir les aissieux des rouës, soit dans les voitures ou dans toute autre espéce de rouës pour diminuer le frottement; car non-seulement on n'arrive pas au but par ce moyen, mais on donne occasion à l'aissieu qui frotte, de s'user beaucoup plus vîte, & la chose a des conséquences fâcheuses dans les horloges, parce que l'on fait les trous dans la vûë d'abreger les aissieux, ces trous deviennent bien-tôt trop grands; au lieu que s'ils n'étoient que cylindriques de l'épaisseur de la piéce, il n'y auroit pas plus de frottement, & les pivots porteroient beaucoup plus long-tems; c'est aussi ce que pratiquent aujourd'hui tous les bons Horlogeurs; car lorsqu'ils diminuent un peu l'aissieu, ce n'est qu'à une petite profondeur pour tenir l'huile. Les expériences sur la machine suivante rendront la chose plus sensible & évidente.

EXPOSITION DE LA MACHINE.

Planche 18. Figure 8.

Sur la platine de cuivre A B C (qui est ici représentée presque aussi grande que la machine) on fixe deux piéces verticales D & E, avec une fente dans l'une en D, & un trou dans l'autre entre les lettres K & L pour recevoir les petits pivots aux extrémités de l'aissieu D K de la rouë Z F L G. Mais ces pivots qui n'ont que la 30e partie d'un pouce de diamétre, ne portent pas sur le trou en K & au fond de la fente en D; car ils sont portés par deux platines circulaires ou rouleaux à chaque bout de l'aissieu, sçavoir, par les platines verticales M 1, M 2, M 3, M 4, de la maniére qu'on l'a décrit dans la derniere note, & comme on l'a représenté en G g (*Figure 6.*)

La section de l'un de ces rouleaux ou platines se voit dans la *Figure 7.* en sorte que lorsque la rouë tourne circulairement d'un côté, toutes les platines roulanntes tournent du côté opposé aussi librement que si le pivot étoit un pignon, & comme si les rouës ou platines avoient des dents, parce que les aissieux des platines ont de fort petits pivots qui tournent dans des trous fort polis, lesquels sont faits & polis dans les quatre platines verticales fixes N 1, N 2, O & P; celle-ci n'a de visible dans la figure que le coin de sa base, la rouë M 2 la cachant dans cette situation de la machine. Les petits supports comme D, *d*, *d*, servent à porter contre les extrémités des pivots (tant pour la grande rouë que pour les quatre petites, y en ayant dix, dont on ne peut voir ici que trois) & par cette résistance contre ces extrémités, les épaulemens comme C *c* (*Figure 7.*) ne frottent jamais.

Par ce moyen la grande rouë a si peu de frottement que si l'on applique le doigt à sa circonférence pour lui donner un mouvemenr vif, chaque point de cette circonférence décrira l'espace de plus d'un mille avant que

de s'arrêter ; car quoiqu'on ne puisse pas compter le nombre des révolutions de la grande rouë en y fixant les yeux, on peut cependant le trouver en connsidérant les trous que l'on a laissé dans les petites rouës (un dans chacune à ce dessein car ces petites rouës ayant deux pouces de diamétre,) ne tournent qu'une fois, pendant que la grande rouë (dont les pivots lui impriment le mouvement) tourne 60 fois.

NOTES sur la IV. Leçon.



Le frottement de la grande rouë devenant par ce moyen si petit qu'il est en quelque maniére insensible, elle est très-propre au but qu'on se propose. Ensuite au haut d'une piéce verticale QR fixée à vis en bas par sa base ou pied Q, on attache avec une vis en R un bout du ressort spiral 51, 52, 53, 54, dont l'autre bout est attaché à l'aissieu de la grande rouë auprès de 54. Maintenant si l'on fait tourner la rouë sur ses pivots, en portant le point Z de sa circonférence vers l'aiguille Y, laquelle marque les degrés sur le bord de la rouë (mais ils ne sont representés ici que par des points marqués de Z en Y) aussi-tôt qu'on la laisse aller, elle revient vers Z & fait plusieurs vibrations en avant & en arriére, comme le balancier d'une montre, pendant un long-tems ; s'il y a quelque chose qui porte contre l'aissieu HJD, qui est parfaitement cylindrique & d'un quart de pouce de diamétre, alors il y aura moins de vibrations à proportion de ce frottement. Maintenant pour faire voir que le frottement est proportionnel au poids qui presse sur l'aissieu, & non pas à la surface, on a fait les Expériences suivantes.

EXPE'RIENCE I.

PRENEZ la piéce de la *Figure* 9, pesant une demie once, faite en forme de croix plate, & après l'avoir limée, vous l'adoucirez sur une pierre à huile; sur le côté plat au-dessous de V, vous ferez un petit trou à l'extrémité T, & y joindrez une petite piéce ronde & solide à l'extrémité opposée X. Placez cette piece au-dessus de l'aissieu de la rouë entre J & D, en sorte que le poids de la piéce pendante X, tirant en bas, la partie plate V sur cet aissieu, fasse monter l'extrémité T avec son petit trou contre la pointe au bout inférieur de la vis T du montant *t* T, qui la retient en place, pendant que l'aissieu tourne circulairement en-dessous ; ensuite ayant poussé Z vers Y, ou ayant tiré en arriére ce point contre le ployement du ressort d'environ 90 degrés, vous observerez le nombre des vibrations que la rouë fait avant que de s'arrêter par le frottement de la croix dans la situation représentées par les lignes ponctuées en TVX, *Figure* 8. Supposons que ce nombre de vibrations soit 50 ; prenez ensuite la croix de la *Figure* 10. & placez-la de la même maniére & en même-tems exactement à côté de l'autre. Arrêtez-la dans sa place par la pointe d'une autre vis *t* ; comme elle est exactement la même en figure & en poids, elle ajoutera un nouveau frottement égal à celui de l'aissieu, le poids pressant autant que la surface qui frotte & qui est doublée ; ce qui paroît en imprimant le mouvement à la rouë comme auparavant, puisque le nombre des vibrations ne sera que 25.

Notes sur la IV. Leçon.

Expérience II.

Planche 18. Figure 11.

Au lieu des deux croix mentionnées ci-devant, vous placerez celle de la *Figure* 11. qui pese une once, (c'est-à-dire, autant que les deux autres) mais dont la surface sous V est exactement polie & adoucie comme les autres : mettez ensuite la rouë en mouvement comme ci-devant, & les vibrations ne seront que 25 en nombre, quoique la surface qui frotte ne soit que la moitié des deux, parce que le poids est le même. Et cela se prouve encore mieux par l'Expérience suivante.

Expérience III.

Dans celle-ci la piéce X doit être tirée de sa place où elle entroit à vis, & il faut la faire entrer à vis dans le même trou de l'autre côté de la croix, pour faire en sorte que la petite arête du prisme en V porte sur l'aissieu de la grande rouë, au lieu de la partie large de la croix. La rouë perdra aussi son mouvement, quoique la surface qui porte sur son aissieu soit environ vingt fois moindre que lorsque les deux premieres croix y étoient appliquées, parce que le poids est le même.

5. [— *S'il change leur maniére d'operer , &c. au lieu d'y trouver un avantage , il lui faudra trois hommes de plus pour élever ces poids.*] Quelques-uns ont tâché de rendre cette machine plus utile en la faisant rouler sur un plan incliné, au lieu de la faire monter directement en haut de la maniére que je l'ai décrite & condamnée dans le rapport que j'en ai fait. Je crois qu'il est à propos de faire voir ici quelle doit être la perte de la puissance à proportion de l'inclinaison du plan.

Je dis donc, *que dans chaque inclinaison du plan, si lon prend le sinus de l'angle d'inclinaison en parties du* rayon *de l'aissieu ou du rouleau ; la puissance sera au poids : : comme le* rayon *du rouleau + le sinus d'inclinaison : est au* rayon *de la rouë — ledit sinus d'inclinaison ;* c'est-à-dire, *dans la Figure* 10. *Planche* 20. P. (= 1) : W (= 3) : : *d k* : *a k*.

Dans l'expérience presente BE est un plan incliné, sur lequel le rouleau C doit courir, en touchant ce plan au point *c* ; AM est la rouë derriére ce plan ; en supposant un autre plan semblable & également incliné derriére la rouë pour supporter l'autre bout du rouleau.

Les lignes de direction de la puissance & du poids, étant *a* P & *d* W ; menez par le point d'attouchement ou centre du mouvement *c* la ligne AD paralléle à l'horizon & perpendiculaire à *a* P & *d* W ; par le centre de la machine C, menez *a d* paralléle à AD. Supposons l'angle B *c* A de l'inclinaison du plan de 30°, son sinus droit sera égal à la moitié du rayon. Divisant donc C 2 (rayon du rouleau) en deux parties égales en *k*, & menant *k c* & C *c*, l'angle *k c* C sera égal à B *c* A, & son sinus sera C *k*. Maintenant puisque c'est évidemment la même chose de prendre *a d* pour levier dont le centre du mouvement est en *k*, ou de prendre AD égale & paralléle à *a d* avec son centre de mouvement en *c* ; il suit que dans cette inclinaison du



du plan, la distance dk du poids dK est plus grande que dC (distance du poids dans l'usage ordinaire de cette machine) de la quantité ajoutée Ck, sinus de l'angle d'inclinaison ; & ka, distance de la puissance, est moindre que Ca (distance de la puissance dans la maniere ordinaire) par la soustraction de la même quantité ou sinus Ck : & par conséquent celle qui agit sur ce plan incliné : est au poids : : Dc : est à cA. B. C. D.

COROLLAIRE I.

DE LA il suit que le rayon de la rouë & celui du rouleau étant donnés, on peut trouver la perte de la puissance dans toutes les inclinaisons du plan. Comme ici la puissance qui dans la maniere ordinaire n'est que la cinquiéme partie en doit être un tiers ; ainsi l'angle d'inclinaison du plan n'étant que de 11°. 32', la puissance ne seroit que $\frac{1}{4}$ du poids, &c.

COROLLAIRE II.

DE LA il suit aussi que si le plan BE est horizontal, on ne perd aucune partie de la puissance, parce que $cg : cf$: : CG : CF.

SCHOLIE.

COMME le frottement du roulement des cordes, tels que Bc dans la nouvelle Methode, est plus grand que celui du pivot dans l'ancienne (outre le frottement dans des colliers du contre-poids pour la machine) en sorte que le frottement diminue, à mesure que les cordes soutiennent un moindre poids, selon la diminution de l'angle du plan ; & lorsque le plan est horizontal & sans contre-poids, alors même le roulement des cordes en haut, & la pression du rouleau contre le plan, valent le frottement dans la méthode ordinaire.

N. B. *J'ai fait l'expérience avec des pivots dont le diamétre étoit douze fois moindre que celui du rouleau & avec de la soye fine & pliable au lieu de cordes.*

6. [— *Cinq hommes sont égaux en force à un cheval, &c.*] LES Auteurs *Anglois* qui ont comparé ensemble la force des hommes & des chevaux au cabestan, ont trouvé que leurs forces ont cette proportion, comme le sieur *Jonas Moore* & autres, &c. Mais les Auteurs *François* supposent toujours un cheval égal à sept hommes ; ce que je crois conforme à leurs observations. Il est vrai que j'ai observé que les Laboureurs en *Hollande* (l'un portant l'autre) travaillent avec une force qui approche beaucoup de cette proportion. En sorte que nous pouvons dire, que cinq Laboureurs *Anglois* sont égaux en force à un cheval, & qu'il en faut sept *François* ou *Hollandois.* Mais ici je n'examine pas l'adresse ou la legereté qui fait qu'un homme travaille beaucoup plus qu'un autre de la même force. En *Turquie* les Portefaix portent le double de la charge des plus forts Portefaix *Anglois*, comme je le ferai voir plus clairement dans la Note suivante.

NOTES sur la IV. Leçon.



7. [— *Les muscles peuvent agir avec une force prodigieuse , &c.*] IL y a environ 30 ans qu'un homme de *Kent* nommé *Joya*, fameux par sa grande force (quoiqu'il ne fût pas aussi fort que le Roy de *Pologne*, suivant ce qu'on nous a rapporté de ce Prince) fit plusieurs tours à *Londres* & à la campagne qui surprirent si fort les Spectateurs, que la plûpart l'appellerent un second *Samson*. Mais quoique les situations où il avoit appris à mettre son corps, & qu'il avoit trouvé par la pratique sans aucune théorie de la méchanique, fussent telles qu'un homme d'une force ordinaire auroit pû faire des tours semblables qui auroient paru surprenans à ceux qui ne connoissent pas l'avantage de ces sortes de positions du corps ; cependant personne alors ne tenta de tirer contre la force des chevaux, ou d'élever de grands poids, ou de faire quelque autre chose à l'imitation de cet homme ; parce que comme il avoit une grande force dans les bras, & qu'en saisissant fortement ceux qui vouloient éprouver sa force de cette maniére, il les obligeoit d'abord à demander quartier, on attribuoit totalement à sa force extraordinaire les autres tours qu'il faisoit (& où sa manière d'agir venoit principalement de l'avantage méchanique qu'il gagnoit par la position de son corps.)

Mais lorsqu'il fût sorti d'*Angleterre*, ou qu'il eût cessé pendant huit ou dix ans de faire voir ses opérations, des hommes d'une force ordinaire trouverent le moyen de tirer un si grand avantage des mêmes situations où *Joya* avoit mis son corps, qu'ils passerent pour des hommes d'une force plus qu'ordinaire, en tirant contre des chevaux, en brisant des cordes, élevant des poids énormes, &c. (quoiqu'ils ne pussent pas dans aucune de ces situations faire réellement autant que *Joya*, ils ne laisserent pas d'en faire assez pour étonner & amuser, & pour gagner de grandes sommes d'argent) ensorte que de deux en deux ans, ou de trois en trois, nous avions un nouveau *second Samson*.

Il y a environ 15 ans qu'un Allemand d'une taille moyenne, & d'une force assez ordinaire, se produisit dans le *marché aux foins*, & par les inventions dont je viens de parler, il se fit passer pour un homme d'une force non-commune, & gagna beaucoup d'argent par le concours journalier des Spectateurs. Après l'avoir vû une fois, je conjecturai quelle étoit la méthode dont il se servoit, pour en imposer à la multitude ; & ayant resolu de me satisfaire entiérement sur cette matiére, je pris avec moi quatre personnes fort curieuses pour voir tous ces tours une seconde fois ; sçavoir, le Lord Marquis du *Tullebardin*, le Docteur *Alexandre Souart*, le Docteur *Pringle* & un Ouvrier en méchanique, qui a coutume de m'aider dans mes Cours d'expérience. Nous nous placâmes autour de l'Operateur de telle maniére, que nous fûmes en état d'observer exactement tout ce qu'il faisoit, & nous trouvâmes la chose si praticable, que nous fimes le soir même plusieurs de ses tours, & qu'ensuite je fis la plûpart des autres aussi-tôt que j'eus un chassis propre à m'y asseoir pour tirer & un autre pour me tenir debout & pour élever de grands poids, avec une ceinture convenable & des crochets. Je fis aussi quelques-unes de ces expériences devant la *Societé Royale*, & dans la suite dans toutes mes Leçons expérimentales, j'ai expliqué la raison de ces opérations, & j'ai fait voir que toute personne d'une force ordinaire qui a la curiosité de faire cette épreuve, peut faire aisément

tout ce que l'*Allemand* dont on vient de parler, avoit coutume de faire, sans aucun danger de faire des efforts extraordinaires, en se servant des instrumens que j'ai destinés à cet effet. Je n'ai pas oui-dire qu'aucun de ces *Samsons* ait tenté depuis d'en imposer au peuple de la même maniére à Londres ou aux environs.

NOTES sur la IV. Leçon.

Il est donc à propos d'expliquer ici quels sont les tours de force que l'Allemand avoit coutume de faire (car je n'ai jamais vû *Joya*) & de faire voir par la construction du corps humain, combien il est aisé à chacun d'en faire autant.

1°. L'homme fort J H L assis sur le chassis A G B E F C D (*Planche* 19. *Figure* 1.) sur une planche horizontale, ou plûtôt inclinée en arriére comme F G, ayant les pieds contre un appui vertical immobile tel que D C F soutenu en E, & entouré un peu au-dessous des hanches d'une forte ceinture H, qui porte des anneaux de fer où une corde est attachée par le moyen d'un crochet. La corde passe entre ses jambes par une fente de l'appui en L, & plusieurs hommes en M V, ou deux chevaux ne peuvent pas en tirant le faire sortir de sa place.

Planche 19. Figure 1.

N. B. *Ses mains en* K *paroissent tirer, mais elles ne lui donnent aucun avantage; il est vrai que s'il élevoit tant soi peu la corde avec ses mains, ce seroit pour lui un desavantage; & quoique la planche sur laquelle il étoit assis (lorsque je le vis) fût dans la position horizontale* F P, *cela vaut beaucoup mieux, & il est bien dangereux de la tenir inclinée comme* F G, *& de n'avoir qu'un trou en* L *pour y faire passer la corde, au lieu d'une ouverture depuis* L *en haut vers* D, *comme je le ferai voir en expliquant cette opération.*

2°. Le même homme J H L (*Figure* 3.) ayant fixé la corde précedente tout autour d'un poteau bien fort en R, & l'ayant ensuite fait passer dans un œil de fer fixé en L, pour l'attacher à sa ceinture, il appuye ses pieds contre le poteau auprès de cet œil de fer, il s'éleve de terre par le moyen de cette corde, & il la rompt en ouvrant subitement les jambes, & tombant en arriére sur un lit de plume en B, placé à terre pour le recevoir, afin que sa chûte ne le blesse pas.

3°. Il se couche sur le terrein dans la posture J H L (*Figure* 4.) avec un enclume K H sur la poitrine en H, sur lequel un autre homme M frappe avec un marteau d'enclume de toutes ses forces, le fer K, & quelquefois deux Forgerons coupent une grande barre de fer froid en deux parties avec des ciseaux. Quelquefois on mettoit sur son ventre une grande pierre, dont on voit la moitié en S, & on la rompoit d'un grand coup de marteau. Mais alors il étoit dans la posture de la *Figure* 5. lorsqu'on rompoit cette pierre sur son ventre; ce qui est moins dangereux lorsqu'il n'y a rien sous le dos, que lorsqu'un homme est couché sur un terrein solide, comme nous e ferons voir.

4°. Ce prétendu *Samson* appuyoit ses épaules (non pas sa tête, comme il

Notes sur la IV. Leçon.



vouloit le faire croire) sur une chaise & ses talons sur l'autre, & il portoit un ou deux hommes debout sur son ventre, les élevant & les abaissant à mesure qu'il respiroit, formant avec l'épine du dos, les cuisses & les jambes l'arc J H L (*Figure* 5.) dont les extrémités sont J & L.

N. B. *On place en* H *une pierre d'un pied & demi de long, d'un pied de large & de cinq à six pouces d'épaisseur, lorsqu'on veut la rompre d'un coup de marteau.*

5°. Il se couche à terre dans la posture J L H (*Figure 6.*) & l'homme M étant droit sur ses genoux, il retire ses talons vers son derriére pour élever par ce moyen ses genoux au-dessus de C. Il éleve l'homme par degrés jusqu'à ce qu'ayant posé ses jambes perpendiculairement sous l'homme comme dans la *Figure* 7. il éleve son propre corps, & saisissant avec ses bras les jambes de l'homme, il l'éleve avec lui & le place sur une table peu haute ou sur une éminence d'environ la hauteur de ses genoux; il fait même quelquefois cela avec deux hommes; ce qui n'est pas une opération difficile.

6°. Il se tient droit dans le chassis A B C D E F (*Planche* 20. *Figure* 2.) & il prétend *élever* un canon C placé dans un bassin de grande balance S s, quoiqu'il ne fasse réellement que le *soutenir*; les cordes du bassin étant attachées à une corde ou chaîne L H, suspendue à sa ceinture H, les assistants retirant les rouleaux R, r de dessous le bassin, lorsqu'il s'est une fois fixé lui-même, de maniere que les cordes seroient bien serrées, & les jambes & cuisses bien droites.

N. B. *Il est presque aussi aisé de rompre la corde avec l'œil L fixé à terre* (Figure 1. Planche 20.) *ou sur le plancher, par le moyen de la ceinture H, que de la maniere représentée dans la* 3e. Figure *de la* Planche 19. *Mais il ne l'a jamais éprouvé de cette maniere; parce que la chose est si facile, que plusieurs personnes en auroient fait l'expérience immédiatement après, & qu'ils auroient trouvé qu'il n'y avoit point de difficulté à rompre une corde de cette maniere, comme je l'ai fait souvent; mais paroissant nécessaire à l'opération de se laisser tomber en arriére, peu de personnes ont eu le courage de faire cette épreuve.*

La 4e. *Figure* représente la ceinture qui est faite avec une double sangle de cheval, & qui a deux anneaux de fer en G & R. On voit le crochet dans la *Figure* 5. & la position de l'œil de fer dans la *Figure* 3. où l'on peut observer que le côté de l'œil, & non la partie ouverte, est du côté du poteau, ensorte que la corde ne glisse pas aisément dans le trou, mais s'y enjambe & s'y arrête; par ce moyen toute la force de l'effort de l'homme agit sur une partie de la corde, & ainsi elle se rompt aisément.

Cet homme avoit aussi coutume de prendre une piéce plate de fer, de la figure marquée 7. & de la tordre en vis; mais sa maniére de le faire étoit fort aisée; car d'abord il plioit le fer à angle droit, comme dans la *Figure* 8. ensuite entortillant son mouchoir autour de l'extrémité supérieure

large & plate du fer, il tenoit ce bout à la main gauche, & il appliquoit sa main droite à l'autre bout, qu'il tordoit autour du point angulaire, comme dans la *Figure* 9.

N. B. *Mylord* Tullibardin *prit un de ses fers, & fit la même chose en sa présence; & même, ce qui est plus difficile, il détortilla un des fers que cet homme avoit tordu.*

POUR expliquer comment des hommes d'une force non extraordinaire peuvent faire tous les tours précédents, j'ai tracé dans la Figure 6. la partie inférieure d'un squelette, contenant tous les os du corps humain, qui sont interessés dans ces opérations, & j'ai fait la figure fort grande, pour faire mieux voir comment on doit appliquer la ceinture.

Les os marqués J S A P A J * qui composent la cavité nommée le *Pelvis*, contiennent un cercle osseux ou un arc double d'une si grande force, qu'il faudroit une puissance immense pour les rompre par une pression extérieure dirigée vers le centre du cercle, ou le milieu du *Pelvis*. On doit aussi observer que les parties de cette circonférence osseuse, qui reçoivent les têtes des os de la cuisse en-dessus & en-dessous de A & en A, nommées *Ischium* ou *Coxendix*, sont les plus fortes de toutes, ensorte qu'il faut une très-grande force pour presser en haut les têtes des os de la cuisse (ou, ce qui revient au même, pour pousser en bas les parties supérieures du *coxendix*) ou les unes vers les autres par une direction latérale de A en A, sans produire aucun dérangement dans le corps humain.

Maintenant si l'on place autour du corps la ceinture décrite ci-devant & dans la situation qui est représentée dans la Figure, & si on la tire en bas en G, par le moyen d'un grand poids W, elle pressera en derriere sur l'*os sacrum* & sur l'*ilium*, & par sa pression sur T T, qui sont les grands *trochanters* des os de la cuisse, elle poussera plus fortement leurs têtes rondes dans leurs creux, ensorte qu'elles seront moins capables de glisser en-dehors, & de forcer le ligament par une impulsion dirigée en haut. Ainsi la partie demi-circulaire de la ceinture T C S C T presse tout-à-la-fois l'arc osseux marqué par les mêmes lettres, lequel conformément à la nature des arcs devient plus fort par cette pression. Les extrémités de cet arc ne peuvent pas s'approcher, à cause de la résistance des os A P A qui ont beaucoup de force, & elles ne peuvent pas s'écarter en-dehors, parce que la ceinture les retient.

De plus les cuisses & les jambes T D B sont deux fortes colomnes capables de soutenir au moins quatre ou cinq mille livres, pourvû qu'elles soient entiérement droites. Les muscles ne sont pas employés ici à faire force, n'étant occupés qu'à se balancer les uns les autres; c'est-à-dire, que les muscles antagonistes, les *extenseurs* & les *fléchisseurs* ne font que contenir

* Ces os se distinguent ainsi par les Anatomistes S, l'*os sacrum*, J J l'*ilium*, A A l'*os ischium*, dont la partie la plus forte a de chaque côté une concavité demi-sphérique, laquelle reçoit la tête ronde de l'os de la cuisse qui tourne en-dedans, étant soutenue par un fort ligament au milieu: les parties de cet os qui se joignent en-devant entre A A & au-dessus de P, se nomment *os Pubis* ou *ossa Pubis*.

les os à leur place, ce qui les fait résister comme feroit un os entier formé en arc.



Cela fait voir combien il est aisé à l'homme de la *Figure* 2. de soutenir un canon qui pese deux ou trois mille livres. La même solution peut aussi servir à expliquer la résistance de l'homme de la *Figure* 1. *Planche* 19, que cinq hommes (& même dix hommes ou deux chevaux) ne peuvent pas tirer de sa situation; lorsqu'il est assis de maniere que ses jambes & ses cuisses sont dans une ligne horizontale P F, ou dans une ligne inclinée vers A: car alors quoiqu'il y ait une différence entre la posture d'un homme assis, & celle d'un homme debout, décrite ci-devant, cependant à raison de la mobilité des têtes des os des cuisses dans les *acetabules* ou cavités du *coxendix*, l'arc est le même, & aussi fort qu'auparavant, ses extrémités étant également soutenues par les jambes & les cuisses. Ce n'est que le pliement des côtes au-dessus de la ceinture, pour tenir le corps élevé, qui fait la différence de la position de l'homme, quoiqu'elle ne soit pas sensible dans les parties résistantes. L'impossibilité de surmonter la résistance de l'homme qui est assis avec la ceinture autour de lui, sans écraser ses jambes & ses cuisses par leurs extrémités l'une sur l'autre, dépend de ce qu'on a dit dans la 5e. Note sur la 3e. Leçon, où nous avons fait voir qu'une puissance n'a aucun effet sur un levier, lorsqu'elle tire contre le centre du mouvement. On expliquera mieux cela par la 2e. *Figure* de la *Planche* 19, ou le levier H L, dont le centre du mouvement est en L, représente les jambes & les cuisses de l'homme fort, la puissance des hommes & des chevaux qui tirent en M, est appliquée en H, & tire dans la direction H L. La même chose doit arriver, lorsque le levier est dans la position H L; mais si l'homme s'asseyoit ensorte que son derriere fût plus haut que ses pieds, & qu'il eût ses jambes & ses cuisses dans la position du levier *h* L; M *l h*, ligne de direction de la puissance, formeroit avec le levier l'angle *l h* L, dont le sinus étant *l* L, réduiroit l'action de la puissance au même cas où elle seroit, si le poids de l'homme étoit suspendu en *h* au long *bras* du levier recourbé *h* L *l*; & si la puissance tiroit au point *l* par le petit *bras* *l* L. Alors si la puissance étoit au poids dans une raison un peu plus grande que celle de *h* L à *l* L, l'homme seroit tiré en haut par un arc du cercle dont le centre est en L, sa résistance décroissant continuellement, parce qu'alors il n'y auroit que son poids qui agiroit contre la puissance, par le moyen d'un levier qui dans son mouvement augmenteroit continuellement la *distance active* de la puissance, & diminueroit celle du poids. Ainsi comme cela peut arriver à un homme assis sur une planche horizontale, si sa ceinture est un peu trop haute, ou s'il est tiré subitement avant qu'il se soit bien fixé, & que ses jambes & ses cuisses soient dans la position qui leur convient; je voudrois que la planche fût toujours inclinée comme F G, pour prévenir cette surprise, qui peut alors arriver difficilement, parce que le point H devroit monter entiérement au-dessus de la ligne L P, avant que la puissance eût gagné aucun avantage. Mais pour être encore plus sûr, au lieu de la fente D L, (ou L *l*, *Figure* 2.) je n'emplois qu'un seul trou en L pour y faire passer la corde, qui doit toujours être entre les jambes & les pieds.

J'ai remarqué que ces prétendus *hommes forts* avoit quelquefois un bâton court & fort d'environ un pied de longueur, attaché à la corde en K, afin qu'en cas de surprise, ce bâton pût s'arrêter contre les apuis D & C, & empêcher par ce moyen ces hommes d'être entrainés plus avant dans ce cas, & alors ils tiennent le bâton à la main, voulant faire accroire qu'ils tirent avec leurs mains pour faire paroître le tour plus extraordinaire.

Quant à la rupture de la corde, les muscles doivent agir en étendant les jambes; & pour mieux expliquer cette action, nous devons considérer un homme qui rompt la corde tel qu'il est représenté dans la premiere *Figure* de la *Planche* 20, cette maniere étant plus simple, que lorsqu'on la rompt de la maniere marquée *Figure* 3. *Planche* 19.

La corde étant attachée au poteau en P, ou à quelqu'autre point fixe, on la fait passer par un œil de fer L à un crochet de la ceinture H de l'homme H J, & on l'attache avec une gance ou autrement, de maniere qu'elle soit bien tenduë, pendant que les genoux de l'homme sont pliés ensorte qu'il ne manque qu'environ un pouce pour avoir les jambes & les cuisses entiérement droites. Alors si l'homme étend subitement ses jambes, & se redresse lui-même, il rompra aisément la même corde qui arrête deux chevaux lorsqu'ils agissent avec toute leur force pour la tirer, comme une corde de charréte, ou d'environ $\frac{3}{4}$ d'un pouce de diametre. Un homme d'une force moyenne pourra la rompre par l'action des dix muscles * qui étendent les jambes, & dont chaque jambe en a cinq.

Si la corde est assez forte pour soutenir 1800 livres, mais si elle doit se briser par un poids un peu plus grand, deux chevaux ou dix hommes ne peuvent pas la rompre en tirant simplement contre l'homme assis de la *Figure* 1. *Planche* 19.

Car un cheval dans les travaux ordinaires de six heures par jour, ne peut tirer que 240 livres; il ne peut pas tirer plus du double de ce poids, lorsqu'il agit avec toute sa force; & ainsi deux chevaux ou dix hommes, qui sont autant que deux chevaux, ne peuvent pas par une secousse tirer au-delà de 1000 livres, au lieu qu'on a supposé la corde assez forte pour soutenir 1800 livres, & cependant un homme ordinaire dans la posture de la *Figure* 1. *Planche* 20. peut la rompre. Nous ne devons pas être surpris que les muscles extenseurs des jambes agissent avec tant de force, si nous faisons attention à leur grosseur & à leur longueur, surtout si nous les comparons avec les quatre muscles qui tirent en haut l'os de la mâchoire inférieure; Car (quoiqu'ils ne pesent pas tous quatre

* Les cinq muscles qui étendent chaque jambe, sont décrits par les Anatomistes qui leur donnent les noms suivants. 1. Le *membrazeux* qui prend son origine dans la partie supérieure de l'épine de l'*os ilium*, & qui se termine un peu au-dessous du genoux dans la partie de devant, & extérieure du *tibia* & du *fibula*. 2. Le *rectus* qui prend sa naissance dans la partie inférieure de l'épine de l'*os ilium*, & se termine aussi un peu au-dessous du genoux dans la partie de devant du *tibia*. 3. Le *vastus externus* qui vient de la racine du plus grand *rotateur*, & se termine un peu au-dessous du *patella*, auprès du même endroit que le premier. 4. Le *vastus internus* qui vient de la racine du plus petit *rotateur*, & se termine aussi un peu au-dessous du *patella*. 5. Le cinquiéme est le *crureus* qui vient de la partie de devant l'os de la cuisse, entre les deux *rotateurs*, & se termine au même endroit que le premier.

NOTES sur la IV. Leçon.



une livre) ils mettent cependant certains hommes en état d'écraser un noyau d'abricot ou de pesche, qu'on ne sçauroit rompre sans un poids immense. Voyez la sixiéme Note sur notre troisiéme Leçon, ou pour mieux satisfaire sa curiosité, on peut consulter le Livre de *Borelli*, *de Motu animalium*, où il a fait voir quelle est la force particuliere des muscles.

La maniere de rompre la corde, qui est représentée dans la *Figure* 3. de la *Planche* 19, quoique plus embarrassante, est plus efficace pour y parvenir, que celle que nous venons de décrire ; car le même homme peut dans cette position rompre une corde, qu'il ne sçauroit rompre dans l'autre position. Pour comprendre cela, il faut observer que l'homme prend la corde si courte, que lorsqu'il grimpe en haut contre le poteau, si l'œil L (par lequel la corde passe) est entre les doigts du pied, ses talons étant plus bas en T, lorsque ses genoux sont droits, la longueur T H de ses jambes & de ses cuisses T H, est plus grande que la longueur de la corde & de la ceinture de L en H ; ensorte que nous pouvons considérer dans l'homme & la corde le triangle *lht* tracé en-dessous de l'homme dans la Figure ; le côté *lh* représente la longueur de la corde, & le diametre de la ceinture ; la base *lt* les pieds de l'homme ; & le plus grand côté *t*h, les membres étendus, ou les jambes & les cuisses lorsqu'elles sont droites. Or dans la notation des longs côtés de ce triangle, lorsque le côté *lh* devient horizontal en *lr* (se mouvant dans l'arc h*rr* autour du centre *l*,) le côté *t*h vient à la situation *th*, (à mesure qu'il se meut autour du centre *t* dans l'arc h*hs*) & par conséquent il faut ou que la corde s'étende de r en *h*, ou que le point *h*, en pliant les genoux s'approche de r ; ou enfin que la corde se rompe ; & c'est ce qui doit arriver, surtout si l'on fait réflexion que plus le corps descend (avec les membres roides) autour des doigts du pied qui sont le centre de son mouvement, plus la distance *rh* est grande, comme on le voit un peu au-dessous en *rs* ; ensorte que si la corde s'étend un peu au commencement, elle doit se rompre à la fin, & l'homme doit tomber sur le lit de plume, ou sur quelque autre corps mou pour le recevoir en B. Car si l'homme trouve que l'action des muscles extenseurs des jambes ne suffit pas pour rompre la corde, il peut dans cette position y ajouter aisément tout le poids de son corps avec une secousse, en se poussant lui-même en arriere.

La posture de la *Figure* 4. *Planche* 19, (où l'homme fort ayant un enclume sur sa poitrine ou sur son ventre, souffre qu'un ou deux autres hommes frapent avec un gros marteau sur cet enclume, & y forgent un morceau de fer, ou qu'ils y coupent une barre de fer froid avec des cizeaux) quoiqu'elle paroisse surprenante à certaines gens, n'a rien au fonds de merveilleux ; car tout consiste à soutenir l'enclume ; & plus l'enclume est pesant, moins les coups de marteau sont sensibles : Si l'enclume n'étoit que deux ou trois fois plus pesant que le marteau, l'homme fort seroit tué après quelques coups. On comprendra ceci plus aisément, si l'on se rappelle ce que nous avons dit dans la seconde Leçon ; car plus l'enclume a de matiere, plus il a d'*inertie*, & moins il est capable d'être tiré de sa place, parce que lorsqu'il a reçû par le coup tout le *momentum* du marteau

teau, sa vîtesse est d'autant plus petite en comparaison de celle du marteau, qu'il a plus de matiere que le marteau. Il ne faut pas même dans ce cas attribuer à l'enclume une vîtesse moindre que celle du marteau en proportion réciproque de leurs masses ou quantités de matiere; car cela n'arriveroit que dans le cas où l'enclume seroit suspendu librement, par exemple, dans l'air avec une corde, & qu'il fût frapé horizontalement avec le marteau; mais la résistance des côtes qui forment un arc sous l'enclume, doit encore diminuer cette vîtesse: ensorte que si le marteau frapant l'enclume lorsqu'il est suspendu librement, peut le faire sortir de sa place d'un pouce, si l'on met derriere l'enclume une résistance égale à son poids, il ne sortira que d'un demi-pouce; & si cette résistance est double, ce ne sera que d'un quart de pouce, &c. C'est ainsi que la vîtesse communiquée par le marteau, est distribuée à toutes les parties d'une grande pierre, lorsqu'on la met sur la poitrine de l'homme pour la rompre; mais lorsque le coup est donné, l'homme sent moins le poids de la pierre, qu'il ne le ressentoit auparavant, parce que dans la réaction de la pierre, toutes ses parties autour du marteau s'élevent vers le coup; & si la tenacité des parties de la pierre n'est pas plus forte que la force avec laquelle elle se meut vers le marteau, la pierre se brisera, comme elle le fait lorsque le coup est fort, & qu'il est frapé sur le centre de gravité de la pierre.

N. B. *Que les parties des corps frapés se meuvent vers le coup, c'est une conséquence d'une loi de nature, dont voici l'explication.*

L'expérience commune de placer un bâton par ses extrémités sur deux verres d'eau, & de le fraper en bas par le milieu, ensorte que le bâton se rompe sans briser les verres, ou sans verser l'eau, est une preuve évidente du fait; & l'observation de ce qui arrive dans cette Expérience, fait voir qu'elle dépend de la premiere *Loi de Nature*; Car si les verres A, B, ont sur leurs bords le bâton AB, dont le centre de gravité est en C; & si on le frape avec une barre dont on voit la coupe en C, ce bâton par la premiere loi faisant effort pour rester dans son état de repos, n'a que sa tenacité pour résister au coup de la barre, qui brise le bâton pendant le tems qu'elle va en *c*; & alors les deux parties du bâton doivent être dans la position *ca* & *cb*, & s'élever toujours en tournant vers C; car M, *m*, centres de gravité des deux parties du bâton, faisant effort pour rester dans leurs places respectives, deviennent les centres du mouvement de ces deux bâtons; d'où il arrive que comme par la continuation du coup, ils sont poussés tous deux en bas vers *c*, leurs extrémités *a* & *b* doivent être portées en haut, & vers C, par un mouvement circulaire.

Planche 16. Figure 8.

Cela paroît encore mieux, si l'on fait l'Expérience d'une maniere toute opposée; car si l'on frape le bâton en haut dans la direction *c*C, on rompra les verres, si le coup est fort; & s'il n'est pas fort vif, l'eau se répandra.

Il y a aussi une autre Expérience qui rend ceci très-évident.

NOTES sur la IV. Leçon.

Planche 16. Fig. 8 & 9.

Soit le cercle ou cerceau de plomb A B C, (*Planche* 16. *Figure* 9.) suspendu en haut par la corde S G, & ensuite frappé par la barre dont on a parlé ci-devant, au point B, dans une direction horizontale; l'effet qui en résultera sera, que l'anneau changera sa figure circulaire ABCDEF, pour prendre la figure ovale irréguliere A *b* C *h* D *e* F *g*; ensorte que non-seulement les parties en A & C vont vers le coup, pendant que la barre B (représentée par sa section quarrée) se meut de B en *b*; mais aussi la partie la plus éloignée s'avance vers *e*, les points A, C, F, D devenant centres du mouvement pour les arcs (ou quarts de cercle) B G, B H, E G & E H, pour se mettre dans les positions *bg*, *bh*, *eg* & *ch*, auquel cas ils doivent changer leur figure, parce qu'ils ne sont pas séparés les uns des autres aux points B, H, E, G, &c.

Il seroit trop ennuyeux, en expliquant les autres tours de force, d'entrer dans un aussi grand détail que celui où je suis entré dans ceux qui ont précedé. Ainsi je n'examinerai qu'en passant ceux qui suivent; d'autant plus que les principes déja expliqués dans les dernieres Leçons, & les réflexions que je viens de faire, mettront aisément le Lecteur en état de trouver la raison de toutes les opérations semblables.

Dans la cinquiéme *Figure* de la *Planche* 19, l'homme J H L (ayant arrêté les chaises J, L,) forme un arc si fort avec l'épine du dos, & les os de ses jambes & de ses cuisses, qu'il est capable non-seulement de soutenir un homme, mais trois ou quatre, s'ils avoient assez de place pour s'y placer; ou à leur défaut on peut y rompre une grosse pierre d'un seul coup.

Planche 19. Figures 5, 6 & 7.

Dans la sixiéme & septiéme Figures de la même *Planche*, un homme ou deux sont élevés dans la direction C M, par les genoux de l'homme fort J H L, couché sur son dos. Il faut maintenant observer que les cinq muscles * qui plient les jambes, (quoique plus foibles que les extenseurs, parce qu'ils ne sont pas destinés à porter le corps dans les mouvements ordinaires) agissent avec leur plus grande force au commencement de cette opération, comme font tous les muscles, lorsqu'après s'être entiérement étendus, ils commencent à s'accourcir; & pour les soulager dans leur action, à mesure que les talons vont en avant depuis le point L, ils s'arrêtent contre le terrein, & tiennent le corps M dans la place où il s'est élevé: ensorte que l'action de ces *Flexeurs* est réitérée, & qu'ils ont le tems d'être recrutés par de nouveaux esprits (ou par quelque fluide que ce soit qui les fait enfler); & lorsqu'ils sont tellement resserrés qu'ils agis-

* Les cinq muscles qui plient les jambes sont: Le *longissimus* ou *fascialis* qui prend son origine dans le nœud intérieur de l'os *ilium*, & se termine un peu au dessous du genou par un tendon, qui est attaché sous le genou dans le côté de devant, & intérieur du *tibia*. 2. Le *grêle* qui vient de la jointure de l'os *pubis*, & qui se joint par un fort tendon un peu au-dessous du premier, dans le côté intérieur du *tibia*. 3. Le *seminerveux* qui vient du nœud de l'*ischium*, se terminant par un tendon rond sous le jarret, & qui est aussi attaché au côté intérieur du *tibia* vers l'arriére, s'étendant jusqu'à son milieu. 4. Le *semimembraneux* qui procede du même nœud, & finit par un tendon plus large que le troisiéme dans la partie de derriere du *tibia*. 5. Le cinquiéme se nomme *Biceps*, & commence de meme à l'*ischium*, pour se terminer au côté extérieur de l'appendix supérieur du *fibula*.

sent plus foiblement, la pression du poids les affecte toujours de moins en moins, parce que les os soutiennent une plus grande partie du poids, à mesure qu'ils deviennent plus perpendiculaires, & par conséquent les muscles ont moins occasion d'agir. Voyez la *Figure* 7. Le reste de cette opération, qui est de placer l'homme M sur une table, est une chose fort aisée & triviale, l'homme fort n'ayant plus que son propre corps à élever; ce qu'il fait en appliquant ses mains autour du pied ou des jarrets de l'homme; & s'élevant lui-même, il le chasse plûtôt loin de ses genoux, qu'il ne l'éleve sur une table placée en N, à la portée de ses bras, comme il le prétend.

En rompant la corde, il y a une chose à observer, qui facilitera beaucoup l'opération, & qui consiste à placer l'œil de fer L (*Planche* 20. *Figure* 3.) par où la corde passe, en telle situation, que le plan qui passe par son anneau soit parallèle, ou presque parallèle aux deux parties de la corde, parce qu'alors la corde sera en quelque maniere enjambée dans l'anneau d'une maniere à ne pas glisser, & toute la force de l'action de l'homme agira sur la partie de la corde qui est dans l'anneau; ce qui la fera rompre plus aisément que si elle agissoit sur plusieurs parties de la corde. Ensorte que l'œil, quoiqu'arrondi & adouci, *coupera*, pour ainsi dire, *la corde*. Et c'est de cette maniere qu'on peut rompre une petite corde bien serrée, & même une petite corde de tourne-broche, & avec la main sans se blesser, en la disposant de maniere qu'une partie de la corde coupe l'autre; c'est-à-dire, en la roulant tellement autour de la main gauche, que par une secousse subite, toute sa force agisse sur un seul point de la corde. Voyez la *Figure* 11. de la *Planche* 20, où la corde qui doit être rompue au point L dans la main gauche, est marquée selon son cours, par les lettres R T S L M N O P Q, ne faisant qu'un tour dans la main droite, allant ensuite sous le pouce au milieu de la main gauche, ou se croisant sous une autre partie, elle revient en arriere sous le pouce en M; ensuite elle entoure le dos de la main vers N, & passe ainsi par la gance en L vers O, & fait trois tours sur le petit doigt en P & Q; celui-ci n'étant seulement que la gance, afin que N O ne s'en aille pas. Avant que de séparer les mains l'une de l'autre par une secousse, il faut fermer la main gauche, & tenir le pouce libre, de peur qu'en pressant contre le doigt suivant, il n'empêche la partie T L de la corde, de porter totalement la force au point L; mais le petit doigt & celui qui le suit, doivent être tenus roides, pour retenir en place la gance N O.

Planche 20. Figures 3, 11.

L'usage des muscles qui étendent les jambes pour élever de grands fardeaux, est une pratique ordinaire parmi quelques-uns de nos Ouvriers, quoiqu'on n'y prenne pas garde, parce qu'elle se fait sans aucun *appareil*. Nous voyons les Cochers des carosses de louage sauter souvent de leurs siéges, & lever aisément avec leur dos leur carosse par-derriere, pour faire place à un autre, ou pour éviter quelque grand obstacle, quelque trou ou quelqu'autre inconvénient; & ils font cela avec tant de facilité, que s'il y avoit quatre personnes dans le carosse, & trois ou quatre coffres derriere, ils ne ne penseroient pas qu'il en valût la peine d'en faire sortir aucune, ou d'ôter un de ces poids. Les Porteurs de Charbon au Quay de *Custom-*

NOTES sur la IV. Leçon. brêle, (nommés communément *Porteurs de la Compagnie*,) portent le poids d'un quintal & trois quarts de charbon, marchant fort vîte partout, quoiqu'à chaque voyage ils montent deux échelles, & souvent la longueur de la montée de *Saint-Dunstan*, qui est une ruë fort escarpée, & mal pavée, & souvent ils montent un ou deux escaliers avant que de décharger leurs charbons, & la plûpart font cette opération plus de soixante fois dans un jour : mais leur méthode est de se courber ensorte que le sac porte principalement sur leur croupion, le tenant d'une main par-derriere à l'ouverture du sac, pour pouvoir plus promptement verser leurs charbons, pendant que l'autre main retient le sac pour l'empêcher de glisser en bas ; & cette posture facilite beaucoup l'action des muscles des reins, les extenseurs des jambes y étant alors principalement interessés.

Depuis que j'ai commencé à écrire ceci, j'ai été informé par des personnes dignes de foi, que les Portefaix en *Turquie* portent sept ou huit, & même quelquefois neuf quintaux sur l'extrémité inférieure de leur dos, ou plûtôt sur leur croupion, ne s'appuyant que sur un bâton en-devant, lorsqu'on les charge, pour soutenir leur corps, & sauver les muscles de leurs reins ; mais on peut aisément conjecturer que d'autres personnes doivent être fort attentives à leur mettre dessus la charge, & à les décharger.

Je crois que la force de la *tortuë* que les Soldats Romains formoient en se serrant ensemble avec leurs boucliers sur leurs têtes, étoit l'effet de quelque situation semblable de leurs corps : autrement ils n'auroient jamais été capables de supporter le poids des charriots qui montoient sur eux, comme quelques Historiens en font foi. En ce cas chaque homme, excepté ceux du premier rang, couvroit de son bouclier celui qui étoit avant lui, s'appuyant en même-tems sur le croupion de celui-là ; & lorsqu'ils se soutenoient ainsi contre le choc d'un combat, leurs muscles n'avoient d'autre fatigue que de tenir leurs genoux roides ; l'arc osseux déja décrit (*Planche* 20. *Figure* 6.) étant suffisant pour soutenir un poids beaucoup plus grand.

Planche 20. Figure 6.

Il y a plusieurs cas où il seroit d'un usage singulier d'employer la force d'un ou de plusieurs hommes, par le moyen de la ceinture, du crochet & de la chaîne, de la maniere qu'on l'a expliqué ci-dessus ; par exemple, lorsque la résistance est fort grande, mais que les corps qui résistent ne doivent être écartés que fort peu : si l'on éleve des marchandises fort pesantes à une petite hauteur, pour ôter quelque chose qui est en-dessous ; si l'on veut tirer un verrou ou une gâche, & qu'on ne puisse pas le faire même avec un levier de fer, la main le tirant en haut à son extrémité, alors le crochet de la ceinture étant appliqué à l'extrémité du levier, la force qui agira en roidissant les jambes, sera dix fois plus grande que celle dont les mains sont capables au même endroit sans un plus grand secours.

Planche 21. Figure 1.

Il peut aussi y avoir bien des occasions à bord d'un Navire. Je n'en donnerai qu'un exemple. Soit F G (*Planche* 21. *Figure* 1.) la mouffle destinée pour élever ou abaisser le grand perroquet, dont une partie est ici représentée par *m* 1, *m* 2, la poulie G est fixée en-dessous ; & comme celle F vient en bas, elle tire avec elle le cordage F B C, *m* 1 venant avec vîtesse au-dessus de la poulie B, (fixée en A) & autour de la poulie C

dans le talon du mât de perroquet, ensorte qu'elle tire en haut l'extrémité inférieure *M* 1 de ce grand perroquet, laquelle étant guindée à la hauteur qui lui convient, y est arrêtée par la verge de fer J qui la traverse, & alors le propre poids du grand perroquet, & le trou D du grand mât, le tient en place. Supposons que la force requise pour élever de cette maniere ce mât, soit celle de six hommes qui tirent sur le pont pour amener la mouffle, c'est-à-dire, par la corde FGK en K de l'autre côté du grand mât L*l*, maintenant pour abaisser subitement ce mât dans le cas d'un mauvais tems, on est obligé de se servir de la même mouffle & de la même puissance, quoiqu'il ne soit question que de l'élever fort peu, afin qu'un homme puisse faire sortir la cheville J, & faire ensuite tomber & glisser le mât en N à côté du grand mât. Je dis que si les mains sont employées autrement de maniere qu'au lieu de six hommes, il n'y en ait qu'un seul à la corde K; s'il a une forte ceinture à laquelle il puisse s'attacher, (ou se faire un arc de la corde même, en la fixant tout autour de la partie inférieure du dos, &c.) il agira avec beaucoup plus de force dans la direction GK que les six hommes dans la maniere ordinaire de tirer; & s'il tire à lui (en s'asseyant sur le pont, & poussant ses pieds contre le premier obstacle solide qu'il rencontrera, comme contre OP) seulement deux pouces de la corde KG, il élevera le grand perroquet de la troisiéme partie d'un pouce, ce qui suffira pour en tirer la cheville de fer.

N. B. *S'il faut plus de force pour cette opération, comme dans les grands vaisseaux, plusieurs hommes peuvent tout-à-la-fois faire usage des cordes autour de leurs corps, au lieu des ceintures, & les attacher toutes à différentes parties du retour de la corde des mouffles; & pour avoir des points fixes, ils peuvent appuyer leurs pieds contre les marches de bois d'une échelle de poupe couchée sur le pont, & attachée par un bout à un des verroux: car quoique dans ce cas chaque homme ne puisse pas appliquer autant de force qu'auroit fait un homme seul, parce que comme ils doivent être tous assis un peu à côté de la corde GK, leur traction doit être un peu oblique; cependant cinq hommes dans ce cas feront fort aisément le travail de quinze.*

8. [— *Toute la force par laquelle un homme tire*, &c. *Que l'on trouvera dans les Notes.*]

Pour éclaircir & confirmer ce que j'ai dit dans la Leçon, je joins ici une partie du Mémoire que M. *de la Hire* a donné à l'Académie Royale des Sciences en 1699, & qui a pour titre, *Examen de la force de l'homme pour mouvoir des fardeaux, tant en levant, qu'en portant & en tirant, laquelle est considerée absolument & par comparaison à celle des animaux qui portent & qui tirent, comme les chevaux.* Dans lequel tous ses raisonnements sont justes, quoique quelques-unes de ses hypothéses étant fausses, nous conduisent à de fausses conclusions; mais je les redresserai par les observations que j'ai faites.

» Je suppose premierement qu'un homme de taille médiocre, & qui est » fort, pese 140 l. de notre poids. *

* La livre de France est entre un 11e. & un 12e. plus grande que notre livre Averdepoids.

Notes sur la IV. Leçon.

„ Je considére d'abord, qu'un homme tel que je viens de le supposer, „ ayant les deux genoux en terre, peut se relever, en s'appuyant seulement „ sur la pointe des pieds, & les deux genoux étant toujours joints ensemble; „ & comme cet effort se fait par le moyen des muscles des jambes & des „ cuisses, il est évident par la supposition que je viens de faire de sa „ pesanteur, que les muscles des jambes & des cuisses auront la force de „ lever 140 livres (*a*).

„ Mais un homme ayant les jambes un peu ployées, peut se redresser, „ quoiqu'il soit chargé du poids de 150 livres avec la pesanteur de son corps, „ qu'il éleve à même tems (*b*); en sorte que la force des muscles des jambes „ & des cuisses, peut élever un poids de 290 livres; sçavoir, 150 livres du „ poids dont il est chargé, & 140 livres du poids de son corps, lorsque l'élé- „ vation n'est que de 2 ou 3 pouces.

„ Un homme dans la supposition que nous avons faite d'abord, & comme „ nous le considérerons toujours dans la suite, peut aussi lever de terre un „ poids de 100 livres, lequel sera placé entre ses jambes, en ployant seule- „ ment le corps, & prenant ce poids avec les mains comme avec deux „ crochets, & en se redressant ensuite (*c*). D'où il suit que les seuls muscles „ des lombes ont la force de lever un poids de 170 livres, à sçavoir, les „ 100 livres du poids & 70 livres qui est la motié de sa pesanteur; car il „ doit non-seulement élever le poids de 100 livres, mais encore toute la „ partie supérieure de son corps depuis la ceinture, que j'estime du poids de „ 70 livres, puisqu'il s'étoit panché pour prendre le poids.

„ Pour ce qui est de la force des bras pour tirer ou pour élever un fardeau, „ on peut la supposer de 160 livres, ce qui dépend de la force des muscles des „ épaules & des bras; car si un homme prend avec les deux mains quelque „ corps fixe & placé au-dessus de sa tête, il pourra assez facilement par „ l'effort seul de ses bras élever tout son corps & même 20 livres de plus, „ comme s'il étoit chargé du poids de 20 livres: on en peut faire facilement „ l'expérience; car s'il y a un poids de 160 livres qui soit attaché à l'extré- „ mité d'une corde, laquelle passe par-dessus une poulie, & qu'un homme „ qui pese seulement 140 livres, tire l'autre extrémité de cette corde; il est „ évident qu'il ne pourra jamais élever le poids de 160 livres, puisque „ tout ce qu'il peut faire, c'est de le suspendre à cette corde, & le poids qui „ est attaché à l'autre extrémité pesant plus que lui, le tiendra suspendu; car „ la poulie n'est autre chose qu'une balance continuë à bras égaux: mais

(*a*) Les muscles des jambes & des cuisses sont beaucoup plus forts que M *de la Hire* ne le suppose, comme on le voit par ce qu'on a dit au sujet des tours de force; & l'action par laquelle un homme se releve, les deux genoux étant joints, est bien éloignée d'etre la plus forte qu'un homme puisse faire en cette posture; car un homme peut porter un poids considérable, & se relever encore ayant les deux genoux en terre, quoique l'arc décrit par le centre de gravité soit un arc d'un bon nombre de dégrés.

(*b*) On voit communément à *Londres* des hommes qui se redressent chargés de 250 livres, qui est presqu'une fois plus que M. *de la Hire* n'a supposé; ainsi toutes les conséquences qu'il tire de cette supposition doivent être fausses.

(*c*) Les hommes qui travaillent élevent ordinairement 150 livres avec leurs mains, & quelques-uns 200 livres, mais ici l'excès de force des muscles des lombes n'est pas beaucoup plus grand que M. *de la Hire* le suppose, comme l'est celui des muscles des jambes.

Notes sur la IV. Leçon.

„ si l'on charge cet homme du poids de 20 livres, il fera alors équilibre avec le poids de l'autre côté, & pour peu qu'on ajoute au poids de 20 livres, il élevera le poids; puisque les muscles de ses épaules & de ses bras ont assez de force pour élever tout ce poids.

„ Quoique les muscles de chaque partie du corps puissent faire de si grands efforts pour élever des fardeaux, on ne doit pas pour cela compter la force de l'homme par celle de tous ses muscles ensemble, quand même les esprits qui font gonfler les muscles qui servent au mouvement en general en se racourcissant & en tirant les tendons des extrémités, pourroient se distribuer également dans toutes ces parties, & de la même maniére que dans une partie séparée, puisque chaque partie sert ordinairement de soutien à celle qui lui est jointe. Par exemple, les muscles des bras & des épaules en se retirant peuvent élever un poids de 160 livres. Mais si le corps est panché, les bras ne pourront soutenir ce poids, à moins que les muscles des lombes n'ayent la force à même tems de soutenir la partie supérieure du corps avec le poids dont il est chargé, & si les jarets étoient encore ployés, il faudroit alors que les muscles des jambes & cuisses fissent encore un plus grand effort, puisqu'ils devroient soutenir le poids de 160 livres, & à meme tems celui de tout le corps. D'où il arrive que dans cette disposition de tout le corps, la force se distribue par la distribution des esprits dans toutes les parties, ce qui fait qu'un homme ne pourra pas lever de terre un poids de 160 livres.

„ Ce n'est pas qu'il peut se rencontrer des hommes dont les esprits coulent en si grande abondance & avec tant de rapidité dans leurs muscles, qu' leur font faire des efforts triples & quadruples de l'ordinaire, & c'est à ce qu'il me semble la raison naturelle qu'on peut donner des forces surprenantes qu'on voit dans quelques hommes qui portent & qui élevent des fardeaux que deux & trois hommes ensemble auroient de la peine à soutenir, quoique ces hommes soient quelquefois d'une taille médiocre, & paroissent à l'extérieur plûtôt foibles que forts. Il s'en est trouvé un depuis peu de tems dans ce pays-ci, qui portoit une grosse enclume de Maréchal, à ce qu'on dit, & dont on rapporte plusieurs actions d'une force merveilleuse : mais j'en ai vû un autre à Venise, qui étoit jeune, & qui ne sembloit pas pouvoir porter 40 ou 50 livres avec tous les avantages possibles, lequel étant monté sur une petite table, élevoit de terre & soutenoit en l'air un âne par le moyen d'une sangle large qui passoit par-dessous le ventre de l'animal, & qui étoit attachée par ses deux extrémités à des crochets qui pendoient au bout de deux petites tresses faites de cordelettes & de peu de cheveux des deux côtés de la tête de ce jeune garçon, & toute cette grande force ne dépendoit que des muscles des épaules & des lombes (*a*) ; car il se baissoit d'abord

(*a*) Ce qu'il attribue ici aux muscles des lombes, est réellement l'effet des extenseurs des jambes ; car le jeune homme se baissant avec ses mains sur ses genoux, ne tenoit pas son corps en avant & ses genoux roides, mais le corps étoit droit & les genoux ployés, en sorte que les deux cordes avec lesquelles il élevoit l'animal, étoient dans le même plan que les chevilles du pied & les têtes des os de la cuisse ; par ce moyen la ligne de direction de l'homme & de tout le poids tomboit entre les parties les plus fortes de ses deux

NOTES sur la IV. Leçon.

„ pendant qu'on attachoit les crochets à la sangle, & ensuite il se relevoit „ & élevoit l'animal hors de terre en appuyant ses mains sur ses genoux. „ Il élevoit encore de la même maniére d'autres fardeaux qui paroissoient „ plus pesans que cet animal, & il disoit qu'il y trouvoit moins de peine, „ à cause que l'âne se débattoit en perdant terre (a).

„ J'examine maintenant l'effort d'un homme pour porter un fardeau sur „ ses épaules, & je dis que le poids de ce fardeau peut être de 150 livres, „ & qu'il peut marcher avec cette charge assez facilement sur un plan „ horizontal, pourvû qu'il ne fasse pas de grandes enjambées, mais il ne „ pourra en nulle façon monter une montagne ou un escalier avec le même „ poids. Car l'action du marcher en portant un fardeau sur les épaules, „ doit être considérée comme le mouvement circulaire du centre de gravité „ C (*Planche* 20. *Figure* 12.) du corps & du poids joints ensemble sur le „ pied F qui avance comme pour centre de l'arc de mouvement ; l'effort „ des muscles de l'autre jambe qui agissent contre le point fixe D, ne „ servant qu'à pousser ce centre en avant ; & si l'arc CE que décrit ce „ centre est petit, l'effort de la jambe de derriére ne doit pas être grand „ pour le faire décrire, puisqu'il ne doit faire élever tout le fardeau du „ corps & du poids que de la quantité du sinus verse AB de la moitié de „ l'arc ; ce qui n'est pas considérable dans ce cas, par rapport à l'arc, qui „ est le chemin dont tout le fardeau avance.

Planche 20. Figure 12.

„ Ainsi l'on voit qu'un homme bien chargé peut avancer d'autant plus „ facilement, qu'il fera plus de petites enjambées, puisque le sinus sera d'autant „ plus petit, & qu'il ne pourroit avancer en faisant des enjambées si grandes,

pieds qui la soutenoient ; alors à mesure qu'il étendoit ses jambes, il s'élevoit lui-même sans changer la ligne de direction. Comme j'ai observé ceux qui font de pareils tours, & que même je les ai éprouvé moi même très-souvent, je suis bien assuré que c'est de cette maniére que l'opération a été faite. Quant aux muscles des lombes, ils sont incapables de cet effort, étant environ six fois plus foibles que les extenseurs des jambes, au moins les ai-je trouvé tels dans moi même.

Vers l'an 1716. j'eus l'honneur de faire un grand nombre d'expériences en presence du feu Roy George I. Sa Majesté voulut sçavoir s'il y avoit quelque tromperie dans ces tours de force qu'avoit fait six mois auparavant un homme qui paroissoit à l'extérieur n'être pas plus fort que les autres hommes ; sur cela je fis placer un chassis de bois (tel que celui qui est représenté dans la 2. *Figure* de la *Planche* 20.) & avec une ceinture & une chaine j'élevai un cylindre de fer qui sert à applanir le jardin ; le soutenant aisément lorsqu'une fois il étoit élevé. Quelques Gentilshommes qui étoient presens, firent l'expérience après moi, & éleverent le rouleau, les uns avec plus de facilité, & les autres avec plus de peine que moi. Ce rouleau pesoit 1900 livres, à ce que nous dit le Jardinier. J'essayai ensuite d'élever 300 livres avec mes mains (sçavoir, deux sceaux contenant chacun 150 livres de vif-argent) que j'élevai à la verité de terre, mais je fis un si grand effort que j'en ressentis sur mon dos de la douleur pendant trois ou quatre jours ; ce qui fait voir que dans la même personne les muscles des lombes (qui agirent avec toute leur force dans cette derniere expérience) sont au moins six fois plus foibles que les extenseurs des jambes ; car je ne sentis aucune incommodité pour avoir élevé le rouleau de fer.

(a) La raison pour laquelle l'âne en regimbant & s'agitant rend son poids plus incommode que si c'étoit un poids plus pesant, est que par un tel mouvement la ligne de direction vacille ; & comme elle va en avant & en arriére, les muscles des lombes sont forcés d'agir pour la ramener à sa place.

„ que

NOTES sur la IV. Leçon.

» que l'effort de la jambe de derriere ne pût élever le fardeau du corps & » du poids de la quantité du sinus verse de l'arc qui sera la moitié du » chemin.

» Il est aussi facile à voir que ce même homme ne peut en nulle façon » monter un escalier ou une butte fort roide avec cette charge, puisque, » suivant ce que nous avons expliqué ci-devant, l'effort des muscles de ses » jambes pouvant élever un poids de 150 livres seulement à 2 ou 3 pouces » de hauteur, il ne pourroit pas l'élever à 5 pouces qui sont la hauteur » des marches ordinaires (*a*) ni monter une montagne, à moins qu'il ne » fasse de si petites enjambées, qu'il ne s'éleve que de 2 ou 3 pouces à chacune. » Il ne me reste donc plus qu'à considérer l'effort de l'homme pour tirer ou » pour pousser horizontalement (*b*). Mais pour rendre cette explication » plus claire & plus intelligible, je considere sa force appliquée à la mani- » velle d'un rouleau dont l'axe est horizontal, & sur lequel s'entortille une » corde qui soutient un poids, ayant posé la distance depuis le centre du » rouleau jusqu'au coude de la manivelle, égale au demi-diametre du » rouleau, afin de comparer la force appliquée sans aucune augmentation » de la part de la machine, & je n'ai point aussi d'égard aux frottemens de » l'axe du rouleau, ni à la difficulté que la corde peut avoir à se ployer.

» *Premierement*, il est évident que si le coude de la manivelle est placé » horizontalement, & qu'il soit à la hauteur des genoux environ, l'effort » de l'homme qui la releve en tirant, peut élever en même-tems le poids » de 150 livres, qui sera attaché à l'extrémité de la corde, en prenant tous » les avantages possibles, puisqu'il est le même que pour élever ce poids ; ce » que j'ai expliqué ci-devant. Mais si c'est pour abaisser la manivelle, son » effort ne peut être que de 140 livres qui est le poids de tout son corps, » qu'il peut y appliquer en s'y appuyant, à moins qu'il ne soit chargé ; » car alors il pourroit faire un plus grand effort.

» *Secondement*, si le coude de la manivelle est placé verticalement, & » qu'il soit à la hauteur des épaules, il est certain qu'un homme ne pourra » faire aucun effort pour la faire tourner, en la tirant ou en la poussant » avec les mains, si les deux pieds sont l'un contre l'autre, & que le corps » soit droit qui est représenté dans la *Figure* 13. *Planche* 20, par la ligne » A P, & que la ligne des bras représentée par A M soit horizontale, & » fasse un angle droit avec A P, puisque dans cette position ; ni la force de » tout le corps ou de ses parties, ni sa pesanteur, ne peuvent faire aucun » effort pour pousser ni pour tirer, ce qui est connu par la méchanique ; » car je ne regarde la largeur des pieds, que comme un seul point P.

Planche 20. Figure 13.

(*a*) On voit par la pratique de ceux qui charrient des grains & de la farine dans des sacs, que M. *de la Hire* a supposé la force des muscles qui étendent la jambe & roidissent le pied trop petit ; car ils montent aisément les dégrés avec le poids de 200, & quelquefois plus de 250 livres, & ceux qui transportent le charbon des charrettes dans les maisons, montent les dégrés avec le poids de 250. Il est vrai qu'ils ne peuvent pas descendre avec un si grand poids, comme ils peuvent monter.

(*b*) Tout ce qui suit dans cette dissertation au sujet de l'impulsion ou de la traction d'un homme est fort juste ; car on le tire mathématiquement du poids supposé, & cela ne peut qu'être vrai dans un homme qui pese 140 livres.

Notes sur la IV. Leçon.



» Mais si la manivelle est plus haute ou plus basse que la hauteur des » épaules, alors la ligne qui va des épaules aux mains, qui est A M, & celle » qui va des épaules au bout des pieds, qui est ici A P, feront un angle » obtus ou aigu, & l'homme pourra avoir quelque force pour tirer ou » pour pousser la manivelle ; & cette force dépend de la seule pesanteur du » corps, qui est facile à connoître & à démontrer ; & l'on doit considérer » ce poids ou cette force comme réunie dans son centre de gravité qui est » à peu près à la hauteur du nombril en-dedans du corps. Je dis qu'il ne » faut avoir égard qu'à la seule pesanteur du corps pour déterminer » l'équilibre ; car l'effort des muscles des jambes & des cuisses ne sert que » pour conserver cet équilibre en marchant.

Planche 21. Figure 2.

„ Soit dans la *Figure* 2. *Planche* 21. la manivelle D à la hauteur des „ épaules A, & que le centre de gravité du corps soit en C, le corps étant „ fort incliné vers la manivelle, mais que le bout des pieds soit en P, il „ faudra considérer, 1°. Ce point P, comme le point d'appui d'un levier ou „ verge droite P C H, qui passant par le centre de gravité C de tout le „ corps, rencontre la ligne des bras M A au point H. 2°. Que ce point C du „ levier étant chargé du poids de tout le corps 140 livres avec sa direction „ naturelle, son extrémité H est soutenue avec la direction horizontale „ M A H ; d'où il sera facile de conclure par la méchanique quel effort „ la pesanteur du corps en C avec sa direction naturelle, peut faire sur la „ manivelle selon la direction horizontale D H.

„ Car premierement soit P H de 140 parties & P C de 80, puisque l'effort „ de tout le corps au point C est de 140 livres, il ne sera que de 80 livres au „ point H, comme si au point H, il y avoit un poids de 80 livres qui y fût „ suspendu avec sa direction naturelle qui doit être dans les suppositions que „ nous avons faites perpendiculaire à M A. C'est pourquoi si l'on mene au „ point d'appui P, la ligne P F perpendiculaire sur M A F, le poids de 80 „ livres en H avec sa direction naturelle sera à l'effort de ce même, selon „ la direction horizontale M A H sur la manivelle, dans la raison de P F „ à H F, ce qui diminue de beaucoup l'effort des 80 livres dans une „ médiocre inclinaison du corps A C B. Et si nous prenons, par exemple, „ que la ligne P C H fasse avec M A F l'angle P H F de 70 dégrés, la „ ligne du corps A C B sera alors inclinée à l'horizon, ou avec M F d'un „ angle de plus de 60 dégrés, qui est tout au plus l'inclinaison où le „ corps peut être pour pouvoir marcher, & le sinus de 70 dégrés qui est „ P F sera au sinus de son complement qui est H F, comme 3 à 1 à très-„ peu près, & par conséquent l'effort des 80 livres en H selon la direction „ naturelle ne sera à celui qu'elles font selon la direction horizontale que „ du tiers de 80 livres, qui est un peu moins que 27 livres.

„ Ceux qui n'ont pas fait l'expérience de la force d'un homme pour pousser „ horizontalement avec les bras, ou pour tirer une corde horizontale en „ marchant, le corps étant incliné en-devant, soit que la corde soit attachée „ vers les épaules ou au milieu du corps (car l'effort n'en sera pas plus grand „ dans la même inclinaison du corps, puisque le sinus d'inclinaison & de „ son complement sont toujours dans la même raison) ne sçauroient se

» persuader que toute la force d'un homme se réduise à tirer seulement » 27 livres avec une direction horizontale.

» Ce n'est pas qu'un homme étant panché ne puisse soutenir un poids » beaucoup plus grand que 27 livres, puisque si la ligne P H faisoit avec » H F un angle de 45 dégrés, il est certain que le poids du corps sou- » tiendroit 80 livres ; mais comme il seroit panché selon une ligne comme » B A qui seroit beaucoup plus inclinée vers l'horizon que 45 dégrés, il est » certain que bien loin de pouvoir marcher, à peine pourroit-il se sou- » tenir.

» La même démonstration sert aussi à faire connoître qu'un homme aura » beaucoup plus de force à tirer en marchant à reculons qu'en-devant. Car dans » cette situation du corps, la ligne P C H dans la 3e *Figure*, laquelle passe » du bout des pieds P par le centre de gravité C, & d'où dépend l'augmen- » tation de la force, sera toujours plus inclinée à l'horizon que la ligne du » corps A C B, tout au contraire de ce qui étoit dans la position précé- » dente.

» Mais cette maniére de tirer ne sçauroit être mise en usage, à moins » que ce ne soit pour tirer une corde, l'homme demeurant toujours dans la » même place ; aussi l'on ne manqueroit pas de se mettre dans cette « position en ce cas ; car la nature & l'expérience nous ont enseigné à « prendre tous les avantages possibles dans les opérations ordinaires.

» C'est aussi pour cette même raison que nos Mariniers, & généralement » tous ceux qui rament sur mer, tirent toujours les rames de devant en » arriére ; car ils ont beaucoup plus de force que s'ils les poussoient en-devant, » comme font ceux qui menent les gondoles de Venise, dont je ne vois » pas d'autre raison que celle de voir le lieu où ils vont ; ce qui leur est » beaucoup plus nécessaire que la grande force, à cause des détours très- » frequens qu'ils font obligés de faire dans les canaux, & pour éviter de se » rencontrer les uns les autres.

9. [— *Il faut qu'il y ait une vîtesse suffisante, &c.*] Si on ne donnoit pas à la main qui doit tourner la manivelle une vîtesse plus grande que celle que j'ai supposée, elle ne communiqueroit pas assez de mouvement depuis la partie avantageuse jusqu'à la partie desavantageuse de la révolution, pour rendre un homme capable d'élever 30 livres avec la même vîtesse qui est communiquée à la main ; il faut donc tellement arranger les choses que la vîtesse de la main croisse au moins d'un sixiéme, mais alors elle ne pourra porter que 25 livres en se mouvant ainsi plus vîte, & cependant elle fera autant d'ouvrage dans un jour que si l'autre méthode avoit été praticable. Et même dans plusieurs autres cas il ne faut pas negliger de donner à la main un tiers de plus de vîtesse, & de ne la charger que de 20 livres, sur tout si l'on se sert d'un volan, & plus le cercle décrit par le volan est grand, plus la force sera distribuée également. Ce travail ainsi reglé peut se continuer dix heures par jour sans fatiguer celui qui travaille.

10. [— *Le travail journalier des Portefaix de Londres, &c.*] Au quay



de la *Douane*, & dans plusieurs autres Quays, on voit les grands poids qui sont enlevés par les Portefaix employés à porter les marchandises sur les vaisseaux, & à les en tirer; il y en a qui portent de si grands fardeaux, qu'un cheval périroit bien-tôt, s'il étoit chargé d'un si grand poids. Ceux qui travaillent pour les Marchands de *Fromage*, à tant par *tonneau*, portent communément le poids de trois cens livres de fromage à chaque voyage, & travaillent tout le long du jour.

11. [*Les chevaux vigoureux*, &c.] Si l'on met sur le dos d'un cheval une trop grande charge, on risque de le blesser; c'est pour cela qu'on ne les charge pas beaucoup ordinairement. On dit que les Peletiers chargent leurs chevaux plus que les autres Marchands; mais ils mettent sur leurs dos & sur leurs hanches plusieurs peaux, afin qu'ils ne soient pas trop serrés : j'ai oui dire qu'ils y mettent quelquefois le poids de 4 ou 500 livres; mais alors les chevaux vont fort lentement. Le meilleur parti qu'on puisse tirer d'un cheval, est de le faire tirer; & ceux qui font le plus d'ouvrage, sont ceux qui portent de grands poids sur des charrétes dont les rouës sont fort hautes, (les chevaux d'ailleurs étant de haute taille) à la montée de Saint *Dunstan* à l'*est*, où un Charretier charge quelquefois sa charréte du poids de 2000 livres, & la fait traîner par un cheval au haut de la colline; mais dans tous les endroits difficiles, l'homme porte ses épaules sous la charréte, de maniere qu'il décharge considérablement le cheval, qui ne pourroit pas tirer en haut ce poids sans ce secours, & le cheval y est si sensible, qu'il n'employe toute sa force que lorsqu'il voit que son Maître vient le secourir.

J'ai promis dans la quinziéme *Note* de la seconde Leçon, de donner un détail des voitures de M. *Allen* à *Bath*, & comme je viens de le recevoir d'un ami bien versé dans la méchanique & dans le dessein, qui a pris toutes les mesures & figures sur les lieux, j'ai cru qu'il étoit à propos de le communiquer ici, après avoir examiné dans cette Leçon la nature des voitures

Description des Voitures dont se sert M. Ralph Allen, *Ecuyer, pour transporter la pierre de ses Carrieres, situées au haut d'une Colline, au Quay de la Riviere* Avon, *auprès de la Ville de* Bath. *Par* Charles de Labelye.

CES Carrieres sont éloignées de la Riviere d'un mille & demi, & à environ 500 pieds au-dessus du niveau de sa surface; ce qui forme une pente si roide, que la modicité du prix de la vente des pierres pourroit à peine défrayer les frais du transport, si on n'avoit pas trouvé une voiture convenable, telle que celle que l'on va décrire, & qui sera d'un grand secours pour perfectionner certaines voitures & charriots dont on fait usage dans les mines de charbons de pierre auprès de *Newcastle*.

1. *Figure. Planche* 21. représente cette voiture en perspective, telle

qu'on la voit à la distance de 12 pieds depuis la rouë gauche de celles de devant, la hauteur de l'œil étant d'environ 6 pieds. Le plan géométral a été tracé sur une échelle de 20 pour un pouce; c'est-à-dire, que chaque vingtiéme d'un pouce, répond à un pouce de la machine.

NOTES sur la IV. Leçon.

2. *Figure* 5. représente l'élevation de l'un des côtés de cette voiture, lorsque l'on voit une rouë de devant, & une rouë de derriere de ce côté-là, sur une échelle de 20 pour un pouce.

3. *Figure* 1. *Planche* 22. représente l'élevation de la partie de derriere des voitures, avec les ouvrages de fer employés pour arrêter les rouës, le profil des rouës & de l'aissieu, avec les coupes des planches des côtés & du chassis que les rouës portent, le tout sur une échelle de 10 pour un pouce.

4. PAR la considération de ces trois Figures, on voit que cette voiture est composée d'un fonds solide de planches (de chêne), large de trois pieds & demi, & long d'environ 13 pieds, fortifié au-dessus par plusieurs membres, pour le défendre contre les pierres qu'on y met, & arrêté sur quatre poutres du même bois, d'environ 4 pouces en quarré, & de 14 pieds de longueur.

5. A six pouces loin des extrémités, sont arrêtés le côté de devant & le côté de derriere, fortement attachés aux poutres & au fonds par plusieurs vis & écrouës. Voyez la *Figure* 4. *Planche* 21. & *Figure* 1. *Planche* 22.

6. A ces deux extrémités on peut dans l'occasion arrêter deux côtés composés de planches de treize pieds de longueur, qui se placent dans le côté des poutres extérieures par le moyen des *crochets* & des *anneaux*, & qui se tiennent droites par le moyen des loquets, comme on voit dans les *Figures* 4. & 5. *Planche* 21. & 1. *Planche* 22. Cës côtés sont aussi mieux liés par une chaîne qui traverse la voiture par le milieu.

7. A angles droits sous ces poutres, à une distance convenable, sont attachés deux fortes pieces de charpente, par le moyen de deux grandes vis & écrouës.

8. DANS ces pieces bien fortifiées & liées avec du fer, dans l'endroit où est leur plus grande force, on place à chaque bout deux pieces de cuivre demi-cylindriques, pour servir comme de collier pour les arbres des rouës, qui étant bien graissés, roulent avee fort peu de frottement.

9. IL y a aussi sous les quatre poutres (dont j'ai déja fait mention) une autre piece de charpente d'environ 6 pouces sur 4 qui leur est bien attachée à angles droits, & à la distance marquée dans la *Figure* 5.

Cette piece sert comme de point fixe pour placer un levier qui arrête (ou empêche de tourner) la rouë de derriere, en pressant dessus.

Notes sur la IV. Leçon.

10. L'Arbre a environ 3 pouces de diametre. Voyez *Planche* 22. *Figures* 1. & 2. L'une de ses extrémités est quarrée, & l'autre ronde, & les roues sont placées alternativement sur ces deux bouts; c'est-à-dire, que la rouë de devant qui est à main droite, est sur le bout quarré, & celle qui est à gauche est sur le bout rond, pendant que la rouë de derriere qui est à droite, est sur le bout rond, & celle qui est à gauche sur le bout quarré de l'arbre; par ce moyen chacune des rouës peut s'arrêter séparément: car lorsque la rouë placée sur le bout rond est arrêtée, l'autre tourne avec l'arbre en-dedans de celle-là; & lorsque la rouë qui est au bout quarré est arrêtée, l'autre ne laisse pas de tourner à l'ordinaire sur l'arbre, qui est alors immobile.

11. Ces rouës sont de fer fondu d'environ 20 pouces de diametre, & ont un bord de 6 pouces de large auprès de la voiture, qui les empêche de sortir du chassis de bois de chêne sur lequel elles se meuvent. On voit leur plan & leur profil dans la *Figure* 5. de la *Planche* 21. & *Figure* 1. de la *Planche* 22. avec leurs coupes, tant pal eurs rais (ou rayons), qu'entre deux de ces rais, dans les *Figures* 3. & 4. *Planche* 22.

12. Voici de quelle maniere on ferme & on ouvre les rouës: lorsqu'il faut arrêter l'une des rouës de derriere, on place un fort levier à l'extrémité de la piece de charpente (décrite dans le paragraphe 9.) auprès de la rouë que l'on veut arrêter; & après l'avoir fait passer par une gance de fer pour le mieux affermir, on y frape au-dessus de l'extrémité une chaîne qui vient d'un rouleau que l'on voit dans la *Figure* 5. *Planche* 21. & *Figure* 1. *Planche* 22. & par le moyen d'une courte barre de fer, & d'un *crochet* & d'un *loquet* qu'on voit dans les *Figures* 5. & 6. de la *Planche* 22. un de ceux qui conduisent la voiture suffit pour arrêter promptement la rouë, soit en partie, ou entierement. Pour la dégager, il suffit d'élever l'extrémité du *loquet* que l'on fait un peu long à ce dessein; car alors le levier ne pressant plus, la chaîne se détache, & l'on ôte le levier de la charréte, pour servir dans une autre occasion. On a deux leviers, l'un pour chaque rouë de derriere.

13. On arrête les rouës de devant par le moyen d'un verrou de fer quarré & épais, que l'on voit dans la *Figure* 5. *Planche* 21. qui sort en-dehors dans la direction de l'arbre entre les rais des rouës de devant. Ces verrous sont poussés en avant pour arrêter les rouës, & tirés en arriere pour les dégager séparément par le moyen d'une invention dont on voit une partie dans la *Figure* 5. de la *Planche* 21. & premiere de la *Planche* 22. vers le milieu du côté de derriere, il y a deux verges de fer (on en voit une dans la *Figure* 6. *Planche* 22.) qui tournent séparément dans le quarré d'un aissieu. Lorsque l'une de ces verges est tirée par la main de sa position verticale, pour venir à une position horizontale, la verge de fer que celle-ci saisit par son bout inférieur, est poussée en avant de quatre ou cinq pouces; & par le moyen de l'invention que l'on voit dans les *Figures* 1, 2, 3, 4 de la *Planche* 23, elle pousse le verrou quarré entre les rais.



Lorsque la rouë doit être dégagée, on tire ce verrou en arriere dans la premiere position, en remettant la verge de fer à sa premiere situation verticale, comme dans la *Figure* 1. de la *Planche* 22. Comme ces voitures sont chargées d'un grand poids de pierres, (souvent au-delà de quatre tonneaux) lorsqu'elles viennent à descendre la colline, toutes les inventions expliquées ci-dessus seroient inutiles, & ce grand poids enfonceroit la voiture trop avant dans la terre, si l'on ne plaçoit des pieces de chêne tout le long du chemin où ces voitures doivent passer. On les voit assez clairement dans les *Figures* 4. & 5. de la *Planche* 21. & *Figure* 1. de la *Planche* 22.

Quoique ces voitures soient fort pesantes, même lorsqu'elles sont vuides, cependant par le moyen du chassis sur lequel elles se meuvent, & du peu de frottement que les aissieux souffrent en roulant sur des colliers de bronze, non-seulement deux chevaux les tirent fort aisément au haut de la colline, lorsqu'elles sont vuides, mais ils les tirent encore le long de la plaine, lorsqu'elles sont beaucoup chargées. Aussi-tôt qu'elles sont arrivées au sommet de la montagne, on retire les chevaux, & on arrête une ou plusieurs rouës, le Charretier se tenant derriere pour moderer le mouvement autant qu'il le juge à propos.

Lorsque les voitures sont arrivées au bord de la riviere, & qu'elles ont été déchargées, on change les chevaux d'un bout à l'autre, ensorte que la partie de la voiture qui étoit en-devant lorsqu'elle descendoit, se trouve derriere en montant sur la colline, ce qui épargne la peine de tourner avec ces rouës.

Ces voitures sont chargées aux carrieres, & déchargées au bord de la riviere, par le moyen d'une gruë fort bonne & bien imaginée, qui est décrite fort au long par le Docteur J. T. Desaguliers, dans son *Cours de Physique Expérimentale*, Leçon III. Note 15.

N. B. *M. Allen, à qui j'ai l'obligation de la description détaillée & du dessein de ces voitures, m'a dit que l'une étant entierement finie, & prête à servir, lui revenoit à environ* 30 *livres sterlings : j'ai cru qu'il étoit à propos d'en faire mention ici, comme d'un prix fort raisonnable, eu égard à la bonté de toutes les pieces qui sont très-bien travaillées.*

QUOIQUE la description de M. *Labelye* soit fort intelligible, & ses Figures extrêmement bien faites, cependant pour rendre le tout encore plus clair, j'ai ajouté des lettres aux Figures, avec les rapports qui suivent.

Relations à la Figure des Voitures de M. Allen, *& à leurs différentes parties.*

Planche 21. *Figure* 4.

AB CDJJJJHFE. Le corps & le fonds de la voiture, sans les deux côtés, qui s'y mettent par occasion dans la place BDHF, & s'y attachent par le moyen des crochets *ggg*, & des loquets *ef*.



J J J J les pieces qui traversent le fonds pour le fortifier.

M N, pieces fortes de charpente sous le fonds.

K, piece qui traverse sous le fond, & qui a une gance de fer à la tête pour recevoir l'extrémité d'un levier, qui presse sur la rouë de derriere L 2, afin de l'empêcher de tourner, lorsque le mouvement est trop rapide.

L, L 1, L 2, trois des quatre rouës dont la quatriéme ne peut pas se voir dans cette position de la voiture. Leurs circonférences ont un rebord en-dedans, afin que le reste puisse porter sur la piece de charpente, ou route du charriot.

H, un rouleau de fer, ou la chaîne pour retenir le levier qui arrête à mesure qu'il presse sur la rouë de derriere.

O, O 4, O 1, &c. le chemin du charriot, ou les poutres paralléles placées pour y faire rouler les voitures par leurs propres poids.

Figure 5.

F H D B, le côté gauche de l'une des voitures, arrêté par le moyen des crochets en *gggg*, & des loquets *e, f*, que l'on voit dans la quatriéme Figure.

L, rouë de devant, avec un trou rond dans le moyeu, pour y recevoir l'extrémité de l'aissieu qui passe par la piece de charpente P. On tire le verrouil P dans un autre endroit de cette piece entre les rais, pour empêcher la rouë de tourner, lorsqu'il faut arrêter le mouvement.

H P, une verge de fer poussée de derriere en avant, pour arrêter avec le verrouil la susdite rouë de devant.

L 2, une rouë de derriere arrêtée sur l'aissieu, & tournant avec cet aissieu, qui traverse la piece de charpente Q. L'extrémité de cet aissieu doit être quarrée à ce dessein.

R K, un levier dont l'extrémité passe par un œil de fer, sur la piece de charpente K, où est son centre de mouvement, avec une piece circulaire *q q*, pour presser la partie supérieure de la rouë L 2, afin de l'empêcher dans l'occasion de tourner avec l'aissieu.

N, un rouleau sur lequel est attachée la chaîne H R, qui tire en bas l'extrémité du levier en R, & qui le retient dans sa place pour presser fortement sur la rouë en *q q*.

O 2, O 1, la route du charriot qui supporte la partie la plus forte de la circonférence de la rouë, pendant que le rebord ou la grande circonférence de chaque rouë, tombe en-dedans de la poutre, afin que la voiture ne puisse pas sauter, ou courir hors du chemin.

Planche 22. Figure 1.

Cette Figure tracée sur une plus grande échelle, (sçavoir de 10 pouces pour un pouce) fait voir l'élévation de la partie de derriere de l'une des voitures, avec le profil des rouës, &c.

F H G E, derriere de la voiture, appuyée sur quatre poutres dont on voit ici les extrémités.

fg, eg

fg, *eg*, extrémités des côtés accrochés en *g*, *g*, & arrêtés par des verroux en *f*, *e*.

ffbri & *Gbri*, un rouleau avec sa clef, son rochet & son loquet pour recevoir la chaîne qui tire en bas le levier. La chaîne passe sur la partie H ou G, on voit en *b*, *b* les trous pour tourner l'aissieu du rouleau, avec une petite barre, le rochet en *ii*, & son loquet en *r*, *r*.

lk, *lk*, deux barres perpendiculaires de fer, dont les extrémités inférieures *kk*, poussent chacune en avant une barre horizontale, (qui n'est pas représentée ici, mais que l'on voit dans la derniere Figure en H*p*) pour arrêter l'une des rouës de devant en particulier, ou toutes les deux à la fois.

L 2, L 4, les profils des deux rouës de derriere, avec leurs rebords *mm*, *mm*, & les parties qui portent *nnn*, *nnn*; la rouë à main gauche reçoit l'extrémité quarrée de l'aissieu Q, dans un trou quarré, ensorte qu'elle tourne avec lui, & la rouë à main droite a un trou rond, pour recevoir l'extrémité de l'aissieu en P, qui est aussi ronde; ensorte que cette rouë peut tourner sans que l'aissieu P S Q tourne avec elle.

O 3, O 4, marquent la coupe des poutres ou chemins du charriot, où l'on peut voir de quelle maniere les rouës passent sur ces poutres en *nn*, *nn*, pendant que les rebords *mm*, *mm*, descendent pour retenir la voiture en sa place.

Q 1, P 1, les poutres traversieres, à travers lesquelles passent les aissieux de fer des voitures, lesquelles sont attachées par en haut sous les voitures avec des vis & des écrouës représentées par des lignes ponctuées.

Figure 2.

ELLE représente un des aissieux de fer S, dont le bout Q à main droite est quarré, & l'autre bout à main gauche est rond, avec un trou pour la cheville en chaque bout.

Figure 3.

ELLE marque la coupe de la rouë de derriere au côté gauche, ou de la rouë de devant au côté droit, avec un trou quarré Q, l'extrémité de la circonférence de la rouë *nn*, & celle du rebord *mm*.

Figure 4.

ELLE marque la rouë à main droite de derriere, ou celle à main gauche de devant, marquée des mêmes lettres, excepté P, qui marque le trou rond pour recevoir l'extrémité ronde de l'aissieu.

Figure 5.

ELLE marque le loquet *r*, & le rochet *i*.

Figure 6.

ELLE marque une des verges perpendiculaires de la Figure 1. dont le manche est en *l*, & le bas ou le bout ouvert sert à joindre une des barres horizontales, qui ferment un verrouil entre les rais de l'une des rouës de devant.

Planche 23. Figure 1.

CETTE Figure représente la partie supérieure de la poutre sous la voiture entre les rouës de devant; l'aissieu passe par la partie inférieure de ses extrémités, & c'est dans l'intérieur de cette poutre que se trouve le méchanisme, pour arrêter les rouës de devant, où l'on voit les deux loquets A B & C D, qui peuvent être tirés séparément en-dehors à main droite, ou à main gauche dans une gache quarrée P ou Q, & s'appuyant sur l'une des vis qui traversent la poutre *e f*, E F ou *g h*, G H, par le moyen des barres horizontales J K déja décrites, dont une paroît dans la cinquiéme Figure de la Planche 21, marquée H *p*, & dont on voit les bouts de chacune dans cette Figure. Le verrouil A B d'un côté est représenté fermé entre les rais de la rouë, & l'autre est dans sa place ordinaire, lorsqu'il ne touche pas la rouë. N. B. *Lorsqu'on tire en arriere la barre* L J, *on dégage* B A, *par le moyen du coude* L N B ; *& poussant en avant la barre* K M, *on engage* C D *par le moyen du coude* M N C.

Figure 2.

LA seconde Figure représente un bout de la poutre, ou la coupe du méchanisme qui fait mouvoir les verroux par une section faite sur l'un des verroux, & à angles droits sur l'aissieu en A, où l'on voit le trou P sur l'aissieu, & où les lignes ponctuées E F, marquent la tige de la vis sur laquelle le verrouil glisse à mesure qu'il sort de sa gache.

Figure 3.

LA troisiéme Figure représente le coude rectangulaire, tel que B N L ou C N M de la *Figure 1. Planche* 23. où l'on voit le centre du mouvement autour de la cheville N, le bout L recevant l'extrémité de la barre horizontale qui pousse le coude, & le bout B reçoit l'extrémité du verrouil pour le pousser en-dehors, comme en B, *Figure* 1. ou le tirer en-dedans, comme en C dans la même Figure.

Figure 4.

LA Figure 4. représente la machine de fer qui est au bout de la poutre en J J.', avec les trous pour les chevilles qui la traversent, le verrouil A B, & la gache P.

Avant que de commencer la Leçon suivante, je crois qu'il est à propos de

donner le détail de ce que j'ai appris de la force naturelle d'un homme qui vit à présent ici à Londres, & de rapporter plusieurs effets surprenants de sa force. J'aurois dû donner ce détail dans la septiéme Note; mais je n'ai pas voulu le faire sur le rapport d'autrui; j'ai voulu m'en instruire par moi-même, & je ne l'ai fait que depuis que la derniere feuille a été imprimée.

Thomas Topham, né à *Londres*, & maintenant âgé d'environ trente-un ans, de cinq pieds dix pouces de haut, avec des muscles très-forts, & qui paroissent en-dehors, avoit pris le métier de *Charpentier*, & il ne l'a quitté que depuis les six ou sept dernieres années, qu'il a employées à faire voir des tours de force; il ignore entierement l'art de faire paroître sa force plus surprenante: & même il fait quelquefois des choses qui deviennent plus difficiles par sa situation desavantageuse; tentant & faisant souvent ce qu'on lui dit que les autres hommes forts ont fait, mais sans profiter des mêmes avantages.

Il y a environ six ans qu'il tira contre un cheval, étant assis à terre avec ses pieds contre deux troncs d'arbre plantés dans la terre, mais sans les avantages représentés par la *premiere Figure*, *Planche* 19. Car le cheval tirant contre lui, l'éleva à un angle considérable, tel qu'il est représenté dans la seconde Figure de cette Planche, où *h* N est la ligne de traction, qui produit l'angle de traction N *h* L: & alors sa force ne fut plus employée qu'à tenir ses jambes & ses cuisses droites, de sorte qu'il les fit agir comme le long bras d'un levier recourbé, représenté par L *h*; le tronc de son corps étoit comme un poids à l'extrémité *h* de ce levier, & le cheval tiroit contre ce poids, appliquant sa puissance à angles droits à l'extrémité *l* du bras le plus court de ce levier, le centre du mouvement étant en L au bas du tronc d'arbre L*o*, (car de tirer obliquement par une corde attachée en *h*, c'est la même chose que de tirer par un bras de levier en *l* L, parce que *l* L est une ligne abaissée perpendiculairement du centre du mouvement sur la ligne de direction *h* N, par la Note 5. sur la 3e. Leçon) & le cheval n'étant pas assez fort pour élever le poids de l'homme avec ce desavantage, il crut qu'il étoit dans la situation convenable pour tirer contre un cheval; mais lorsque dans la même situation il voulut tirer contre deux chevaux, il fut enlevé de sa place, & porté en haut; un de ses genoux heurta contre un tronc d'arbre, qui le maltraita si fort, que même aujourd'hui la rotule ou *patella* en est ébranlée de maniere, que ses ligaments paroissent en être rompus, ou entierement relâchés, ce qui lui a fait perdre la plus grande partie de la force de cette jambe.

Mais s'il s'étoit assis sur un chassis tel que celui qui est représenté dans la *premiere Figure*, *Planche* 19, il auroit (eu égard à sa force) conservé sa situation contre le tirage de quatre chevaux robustes, sans le moindre inconvénient.

Voici les tours que je lui ai vû faire il y a quelques jours.

1. PAR la force de ses doigts (qui n'étoient frottés que de cendres de charbon pour les empêcher de glisser) il roula un grand plat d'étain qui étoit très-fort.

2. IL brisa sept ou huit pieces courtes & fortes de pipes de tabac par

de cette maniere. Les hommes les plus foibles, qui se portent bien sans être trop gras, élevent environ 125 livres, ayant à peu-près la moitié de la force des hommes les plus forts.

N. B. *Cette sorte de comparaison se rapporte principalement aux muscles des lombes, parce que dans cette action on doit se pancher un peu en avant. Il faut aussi ajouter le poids du corps à celui qui est élevé. Ensorte que si le corps de l'homme le plus foible, pese 150 livres, les ajoutant à 125, tout le poids qu'il élevera sera de 275 livres. Or si le corps de l'homme le plus fort pese aussi 150 livres, tout le poids qu'il élevera sera de 550 livres, c'est-à-dire 400 livres, & le poids de son corps 150 livres.* Topham *pese environ 200 livres, qui ajoutées à 800 livres qu'il éleve, font 1000 livres. Mais il devroit élever 900 livres, outre le poids de son corps, pour être aussi fort qu'un homme qui pese 150 livres, & qui en leve 400.*

Maintenant comme tous les hommes ne sont pas forts proportionnellement dans toutes leurs parties, mais que quelques-uns sont plus forts dans les jambes & d'autres dans le dos, selon le travail & l'exercice qu'ils font, on ne peut pas juger de la force d'un homme uniquement par le poids qu'il éleve; mais on peut trouver une méthode pour comparer ensemble la force de différens hommes dans les même parties, & cela sans violenter les personnes qui en font l'expérience.

Voici la maniére de faire cette épreuve, laquelle m'a été communiquée par Richard Graham, *Ecuyer de la Société Royale, à laquelle j'ai fait quelques petites additions. Mais la premiere idée vient de M.* Geo. Graham.

Planche 23. Figure 5.

Planche 23. Figure 5.

ABCD est une forte charpente de bois avec un trou qui traverse la piéce verticale DC en D, assez gros pour recevoir une barre cylindrique de fer d'un pouce de diamétre ou un peu plus grosse : on fixe à chaque côté une forte plaque de fer, afin que le fer ne puisse pas gâter le trou. Cette barre porte un quarré dont un côté est d'environ un pouce & un huitiéme, pour recevoir les deux bras séparés & inégaux d'un levier recourbé DF & DE, & ensuite on fait entrer sur ces quarrés une forte écrouë *d* en D pour les tenir serrés. Le bras DE qui comme une Romaine est destiné à porter un grand poids W, est retenu pour l'empêcher de tomber au-dessous de la position horizontale par une cheville de fer en K qui empêche le petit bras DF de s'incliner vers G; mais les deux bras sont mobiles autour de l'aissieu D vers *e* ou N. Le bras DF à une barre de fer ronde en travers à son extrémité supérieure d'environ 6 pouces de longueur, comme on peut le voir dans la figure séparée *d f*. A la poutre verticale AB, le fer LN est attaché avec une traverse semblable au haut (voyez *n l*) & des trous pour les chevilles de fer qui l'arrêtent en place. Il y a aussi une autre forte piéce de fer HGJ attachée par une forte vis de bois en J à la poutre qui porte le levier, & la cheville K qui traverse la piéce de fer par côté avec la poutre. Voyez sa figure séparée en *h g j*. S est un anneau que l'on

NOTES sur la IV. Leçon.



met dedans, lorsqu'on ne fait pas usage du bras vertical du levier. M est le centre de gravité de la romaine D E.

1. POUR éprouver la force d'un homme par le moyen de cette machine, il faut avec la main gauche saisir la partie ronde du traversier en N, & avec la main droite celle du traversier en F, approcher ensuite la main droite de la main gauche dans la direction de F N, ce qui fera mouvoir D E & élever le poids W. Lorsqu'on peut précisément l'élever en sorte que F D abandonne la cheville qui est en K, on trouve la force des bras en cette maniére. Multipliés le poids W (par exemple d'un demi quintal ou de 56 livres) par sa distance W D au centre (que je suppose ici de 15 pouces) ce qui donnera 840 livres pour le moment de W, sur la romaine: ajoutez à ce moment celui de la romaine même, que vous aurez en cherchant le poids qui peut élever la romaine par son centre de gravité; sçavoir, le poids W (*Figure 6.*) qui le tire en haut par un fil qui passe sur la poulie C, & multipliant ce poids par M D, sa distance au centre (que nous supposerons ici de 10 pouces) on aura 60 qui avec 840 fait la somme de 900, & cette somme étant divisée par F D distance de la puissance, donne 90 livres pour la force des bras de l'homme qui applique ses mains en F & N. Si un autre homme éleve un poids double en W + un poids tel qu'il puisse répondre au poids double de la romaine en M, il sera deux fois aussi fort. L'éloignement du poids W vers E servira aussi de combien la force est plus grande, au lieu d'ajouter un poids en W.

On peut trouver de la même maniére la force que les bras employent à s'écarter l'un de l'autre, en appliquant une main en F & l'autre en H, & pour éprouver la force avec laquelle *Topham* plie le fourgon en l'appuyant derriere son cou; un homme peut mettre une courroye autour de son cou & l'attacher en F: ensuite la tête étant placée du côté de N ou de N L, il doit avec ses deux mains saisir le traversier en N, & pousser en avant avec ses mains tirant pendant tout ce tems-là en arriére avec son cou, pour amener F vers N.

2. LA 6e *Figure* est une autre machine avec les poutres droites A B, C O un peu plus séparées: en sorte qu'un homme peut se tenir droit sur la planche F G & avec une ceinture & une chaîne passant par le trou H, tirer en haut la romaine D E par le crochet J, laquelle romaine en ce cas n'a pas la piéce droite F D, mais au lieu du levier recourbé, elle devient un levier de la troisiéme espéce, dans lequel D J est la distance de la puissance & D W la distance du poids, & par conséquent $\frac{W \times WD + w \times MD}{DJ}$ sera la valeur du poids absolu qui est élevé, ou la force des muscles qui étendent les jambes. Mais ici on doit ajouter le poids du tronc du corps, & y faire attention selon que quelques hommes sont plus pesans que les autres.

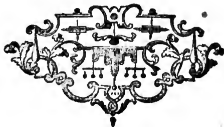
N. B. *L'entaille* K *empêche le levier de tomber au-dessous de sa situation horizontale, & w tirant sur la poulie* C, *fait voir comment le levier agit à*

fon centre de gravité; en forte que lorsque w y est est suspendu, le levier doit être regardé comme un instrument sans pesanteur.

3. LA 7e *Figure* a sa romaine en D E avec un cylindre de bois d'un pouce & demi, ou de deux pouces de diamétre sur son aissieu continué derriére en D F, lequel cylindre est représenté séparément en *d f* & son aissieu de fer en *g h* avec son écrouë *i*.

4. LA 8e *Figure* représente une machine pour éprouver la force des doigts, dans laquelle en insinuant le doigt d'après le pouce sous G, & le 3e doigt sous H, qui sont des points fixes, le doigt du milieu peut pousser sur N pour élever un poids en W, de la même maniére que *Topham* rompoit les morceaux de pipes à fumer. Si en tournant en haut la paume de la main on insinue les deux premiers & les deux derniers doigts sous G & H, & si le pouce presse sur N, cela fait voir de quelle maniére les dessus des pots d'estain & des gobelets d'argent ont été écrasés par des hommes très-forts dans les doigts, & l'on verra par ce moyen la force que chaque homme peut employer dans cette action, &c.

N. B. *La 9e Figure n'est qu'une partie de la 8e tracée en grand.*



LEÇON V.

Sur les trois Loix du mouvement de Newton.

Leçon V.

1. Il y a plusieurs Instrumens que l'on peut appeller méchaniqnes, ou ranger parmi les Instrumens appellés communément, mais par erreur, *Puissances méchaniques*, dont je n'ai pas voulu parler (ou dont j'ai fait seulement mention sans expliquer la maniére dont ils agissent) dans la troisiéme Leçon; parce que la connoissance des Loix du mouvement est necessaire pour sçavoir sur quel principe ils agissent, & tel est le *Belier* des Anciens, le *Marteau* ou le *Maillet*, le *Volan*, le *Pendule circulaire*, la *Fronde* & l'*Arc* ou le *Ressort*.

Je vais donc en premier lieu considérer ces Loix du mouvement, & en tirer différens corollaires ou conséquences, que j'éclaircirai par des expériences, & que j'appliquerai entr'autres à l'explication de l'usage de ces Instrumens

Premiere Loy.

Chaque corps persevere dans son état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite, à moins qu'il ne soit forcé à changer d'état par des forces qui lui sont imprimées.

2. Il y a dans toute matiére (quelle que soit l'espece de corps qu'elle forme) une inactivité, par laquelle elle resiste à une force qui fait effort pour lui faire changer d'état, & cela à proportion de la quantité de matiére; c'est ce qu'on appelle *force d'inertie* ou d'*inactivité*. Car il est aussi impossible à un corps de se mettre de lui-même en mouvement lorsqu'il est en repos, que de passer d'une figure à une autre. Cela est évident au sens commun, & je crois que personne n'en doute; mais la seconde partie de cette Loy ne paroît pas aussi évidente, si on n'y fait pas un peu d'attention.

Nous voyons clairement qu'il doit y avoir quelque agent extérieur ou quelque puissance qui n'est pas essentielle, ou qui n'appartient pas nécessairement au corps pour le mettre en mouvement;

mais

mais la seconde partie de cette Loi ne paroît pas aussi évidente, si on n'y fait pas un peu attention.

Nous voyons clairement qu'il doit y avoir quelque agent extérieur ou quelque puissance qui n'est pas essentielle, ou qui n'appartient pas nécessairement au corps pour le mettre en mouvement; mais on ne comprend pas aussi aisément qu'un corps en mouvement doive continuer à se mouvoir si un agent extérieur n'intervient pas par son action; car nous voyons que les corps qui sont ici sur la terre perdent, par dégrés leur mouvement, & comme nous ne faisons pas attention à toutes les causes qui détruisent le mouvement des corps, nous nous imaginons souvent que ce mouvement languit, & qu'à la fin il périt de lui-même totalement. Mais si nous examinons les causes extérieures qui retardent & détruisent le mouvement, nous nous appercevrons bien-tôt que si ces causes étoient éloignées, un corps qui seroit une fois en mouvement dans une direction quelconque, continueroit toujours ce mouvement dans cette même direction.

Une pierre poussée en avant avec la main, s'avance avec le mouvement qu'elle a reçu de la main, & elle continueroit toujours dans cet état de mouvement, s'il n'y avoit ni air ni pesanteur. Si nous considérons la résistance de l'air, il est évident que le corps en s'avançant doit écarter les parties de l'air pour se frayer une route lui-même; & comme il doit communiquer du mouvement aux parties qu'il écarte, autant qu'il en communique, autant doit-il en perdre; de sorte qu'après quelque tems, & après avoir parcouru un certain espace, il doit rester immobile dans l'air, c'est-à-dire, en supposant que l'air seul agisse sur lui. Mais outre l'air, la pesanteur (qui est une force qui pousse en bas) altére sa direction, & le porte à terre par dégrés; cet effort que fait chaque corps pour continuer dans son état de mouvement, ne paroît pas à quelques-uns devoir s'appeller proprement force d'inactivité (*vis inertiæ*); mais lorsque l'on fait attention que le corps est purement passif, qu'il ne peut pas augmenter ni détruire de lui-même son mouvement, on voit qu'il est entiérement inactif, même dans cet état. Ainsi lorsque nous sommes sur le bord d'une riviere, & que nous observons un poisson vivant entraîné par le courant, il est entiérement inactif dans ce mouvement, & il continue dans le même mouvement tant qu'il est inactif; il lui faut une action (égale à la force de l'eau) pour le mettre en repos, & pour le faire paroître tel au Spectateur qui est sur le bord de la riviere.

LEÇON V.


Suppoſons qu'un homme employe une certaine force pour faire rouler une boule ſur un tapis verd qui n'eſt ni mû ni entraîné, & qu'il ne puiſſe la pouſſer qu'à 20 verges avec cette force, ſi le rapis verd ſe meut, cet homme avec la même force pouſſera la boule plus loin, par exemple, à 30 verges; ſi le tapis verd eſt non ſeulemenr mû, mais encore entraîné, la même force pouſſera la boule (par exemple) à 40 verges, & ſi l'on ôte toujours un plus grand nombre d'obſtacles, la boule ira encore plus loin. Par où l'on peut conclure aiſément que ſi le plan ſur lequel la boule roule peut devenir parfaitement poli & mathématiquement uni, la boule vrayement ſphérique, & ſi l'on peut détruire rotalement la réſiſtance de l'air, cette boule roulera toujours (ou plûtôt gliſſera) ſur ce plan s'il eſt étendu à l'infini.

3. Nous avons fait voir d'après *Newton* (*Leçon* 3. n°. 85.) que ſi un corps eſt pouſſé par deux forces donr les directions font un angle quelconque, il décrira par ſon mouvement la diagonale d'un parallélograme, dont les deux côtés contigus repréſentent (par leurs longueurs) les quantités reſpectives de ces forces & (par leur inclinaiſon) leurs directions : nous avons fair voir auſſi * que ce corps décrira toute la diagonale par l'action de ces deux forces dans le même tems qu'il auroit employé à parcourir l'un des deux côtés contigus, s'il n'y avoit eu que l'une de ces forces qui eût agi ſur lui.

* Note 1, Leçon 3.

Ceux qui ne ſont pas accoutumés aux démonſtrations mathématiques, ne conçoivent pas cela ſi aiſément; parce que pendant qu'ils obſervent l'action de l'une des forces, ils ne font pas attention à l'autre; mais la choſe deviendra ſenſible, ſi l'on conſidére les cas où l'eſpace dans lequel un corps ſe meut, eſt tranſporté dans une direction * différente de celle où le corps paroît ſe mouvoir plus immédiatement. Suppoſons, par exemple, que T S (*Planche* 23. *Figure* 10.) eſt un bateau de tranſport (ou plûtôt le plan d'un bateau) H *hg* G le canal où le bateau marche dans la direction T S & A & B deux perſonnes aſſiſes l'une vis-à-vis de l'autre dans le bateau. Suppoſons maintenant que la perſonne en A jette un corps, par exemple, une balle à la perſonne en B, & ainſi réciproquement, tous ceux qui ſont dans le bateau regarderont cette balle ainſi jettée comme ſe mouvant uniquement dans la ligne A B, ſoit que le bateau ſoit toujours en repos, ou qu'il ſe meuve le long du canal; quoiqu'il n'y ait qu'une ſeule force qui agiſſe ſur la balle dans la direction A B, lorſque le

* Note 2.

Planche 23. Figure 10.



bateau reste en repos, & que par cette force il se meuve réellement dans cette ligne ; mais lorsque le bateau marche, il y a aussi une autre force qui agit sur le corps dans le même tems selon la direction A *a*, & le corps par cette action composée est réellement porté dans la ligne A *b*, quoique les personnes assises dans le bateau s'imaginent que la balle va toujours dans la ligne A B, parce qu'elles sont portées le long du canal, & qu'elles oublient que la force qui tire le bateau, tire aussi la balle qui en est une partie, comme elle les tire elles-mêmes. Mais cela est évident aux yeux d'un homme qui est sur le rivage en C ; car lorsque le bateau est arrêté, en regardant vers D au côté opposé, il voit la balle se mouvoir (comme elle le fait réellement) dans la ligne A B. Mais lorsque le bateau se meut, & passe de la position T S à la position *t s*, dans le même tems que la balle se meut en travers, de la personne A à la personne B, il est clair (& un homme qui est sur le rivage en C le voit) que la balle se meut dans la diagonale A *b*, parce que la personne qui étoit en *b* ne la reçoit que lorsqu'elle est arrivée en *b* par le mouvement du bateau ; quoique la personne qui est vis-à-vis en A (étant dans le tems portée en *a*) ne s'en apperçoive pas, la chose ne laisse pas d'être visible à celui qui est en C. Mais si l'homme qui est en C étoit sur une planche A C attachée au bateau, & qu'il fût porté de C en *c*, il ne distingueroit pas entre la ligne A B & la ligne A *b*, mais (lorsqu'il seroit arrivé en *c*) il croiroit que le corps s'est mû dans la ligne *a b* qu'il prendroit pour A B, à moins qu'en fixant sa vûë sur le canal, il ne fît réfléxion qu'il ne voit plus le point D vis-à-vis de lui, mais le point *d*. Ainsi dans un vaisseau si un homme qui est sur le pont auprès du mât jette en haut une pierre à un autre qui est sur la hune, ou s'il en reçoit une de celui-là, la pierre sera mûë parallélement au mât, (en supposant que le mât soit droit) soit que le vaisseau soit à l'ancre ou à la voile ; quoique dans le premier cas la pierre se meuve perpendiculairement, & dans le second obliquement par rapport à l'horizon montant ou tombant dans la diagonale d'un parallélograme dont les côtés contigus représentent les deux forces qui agissent sur la pierre, l'une perpendiculaire & l'autre paralléle à l'horizon, précisément comme dans le dernier exemple, les deux forces A B & A *a* agissent sur la balle poussée horizontalement dans le bateau.

N. B. *Soit que le bateau aille plus vîte ou plus lentement (auquel cas la ligne* A b *devient plus longue ou plus courte) la balle décrira*



toujours sa diagonale dans le même-tems; car puisque la force A B *continuë d'être la même, tout ce que produit la force latérale* A *a*, *est uniquement de faire arriver la balle à un point différent de la ligne* B *n*, *comme m ou b ou n*, *au lieu de* B, *pendant que la force* A B *dans le même-tems lui fait traverser le bateau, ou la fait aller d'un point de la ligne* A *a à quelque autre point de la ligne* B *b*.

Je me suis étendu dans cette explication, parce que j'ai trouvé un grand nombre de personnes de bon sens, qui faute d'attention n'ont pas pû concevoir ce mouvement composé, d'où dépend toute la méchanique. C'est pour cela que j'ai joint ici une grande varieté d'expériences, afin que si l'une ne peut pas convaincre, une autre le fasse.

EXPÉRIENCE I.

Planche 23. figure 11.

LA machine représentée par cette figure consiste dans une platine de cuivre A B C D sur laquelle glisse une autre platine J K L M en avant & en arriere dans la direction T S ou S T, entre les regles A D & B C, sous le tranchant de deux autres regles E F & G H, celle E F formant un petit ratelier de dents pour recevoir celles de la rouë N, qui est attaché à la platine J M K L par le coq N O, & qui tourne autour de son aissieu N, à mesure que cette platine est poussée en avant ou en arriere. La rouë dans son mouvement le long de E F entraîne l'autre ratelier P Q perpendiculaire au premier, soit à droite ou à gauche, selon que l'aissieu de la rouë en N est poussé dans la direction T S ou S T. Ce dernier ratelier a un bras S R avec une petite douille en R pour y placer un crayon, qui, selon le mouvement du bout R, tracera une ligne noire sur le papier que l'on met sous la machine. Il faut tracer sur ce papier un quarré *e f g h*, dont un côté soit égal à la distance entre les extrémités des regles A D & B C. Ensuite ayant poussé en haut la rouë N aussi loin que l'on pourra, on placera la machine sur le papier, de maniére que son extrémité A B soit paralléle à *g h*, l'un des côtés du quarré précedent, & à telle distance que la pointe du crayon tombe sur le point *e*, & le côté du ratelier P Q sur la ligne *a b*; alors pressant en bas d'une main la platine A B C D de la machine en T pour la tenir immobile sur le papier, on tirera en bas le coq N O dans la direction S T par une longueur égale à *eg*, & le crayon au lieu de décrire la ligne *eg*, décrira la ligne diagonale *e h*; parce que la



rouë en descendant tourne circulairement par l'action du ratelier EF, & pousse à gauche le ratelier PQ, précisément de la longueur de *ef*, par le moyen des dents de ce ratelier & de la coulisse qui lui permet de se mouvoir latéralement le long des chevilles JM par le moyen de la rouë, pendant que ces chevilles la conduisent perpendiculairement en bas depuis la ligne *ab* jusqu'à la ligne *dc*. Et pour faire voir que la diagonale est décrite dans le même-tems que le côté *eg* auroit été décrit, s'il n'y avoit point eu de mouvement latéral, il faut ôter la rouë, & alors la pointe du crayon décrira la ligne *eg*, pendant que le coq sera tiré de la même maniére qu'auparavant ou repoussé en haut. Cela fait voir que c'est la même chose pour un corps en *e* d'être poussé par deux forces dans les directions *ef* & *eg*, que d'être porté de la ligne *eg* à la ligne *fh* dans le même-tems qu'il est porté en bas de la ligne *ef* à la ligne *gh*.

Expérience II.

Planche 23. Figure 12.

Cette Figure est un chassis quarré de bois dont la partie CDEB est placée droite sur son côté BE, pendant que son autre partie *cdeb* est tirée hors de sa rainure dans la position *d* δ ε *e*; par ce moyen on fait décrire à la balle A la diagonale A *a* en montant, & elle décrit la même diagonale en descendant lorsque la partie qui glisse est repoussée en arriére dans le chassis selon la direction δ *d*. Il y a un fil de fer A *e* fixé à la partie glissante pour faire mouvoir la balle en haut & en bas, & un fil *bc* qui passe par un trou dans les pieces *dc* & DC, en sorte que son extrémité est attachée en C, par ce moyen on peut élever la balle pendant qu'on tire en dehors latéralement *d* δ ε *e*, & elle retombe par son propre poids lorsqu'on repousse *d* δ ε *e* en-dedans, & lorsqu'on laisse *d* δ ε *e*, dans le chassis qui le contient la balle monte & descend en tirant ou en laissant tomber le fil C *cb*. Si l'on regarde le fil de fer A *e* comme une corde paralléle au mât d'un navire, ce que nous avons dit d'un corps qui tombe de la hune du mât, & qui se meut parallélement au mât, (soit que le navire soit à l'ancre ou à la voile) par le moyen d'une ou deux forces qui agissent sur lui, se trouvera éclairci par cette expérience.

Mais comme quelques personnes m'ont objecté que cette machine & la précedente font à la verité par leur construction mouvoir un corps dans une diagonale, mais que cela ne prouve pas que la nature agisse de cette maniére, j'ai rendu la chose évidente à la vûë par l'Expérience suivante.



EXPÉRIENCE III.

Planche 23. Figure 13.

LA table ronde GEFD appuye sur un pivot P, & a un trou de chaque côté du centre à la demie distance de la circonférence en A & B. Menez le diametre DE perpendiculaire à la ligne ACB, & des différens points de ce diamétre également éloignés du centre de chaque côté, vous tracerez les rhombes ou parallélogrames équilateres DAEB, *d* A *e* B & *δ* A *ε* B. On attache deux fils à la balle D au même point, & ces fils étant conduits par le trou AB, portent à leurs extrémités deux poids égaux W & X qui leur sont suspendus, & qui par la force unie de leur chute conduiront la balle D sur le centre C de la table où elle s'arrêtera, pendant que les parties des fils sur la table seront dans la ligne ACB. Si la balle D est tirée en arriére vers *δ*, *d* ou D (par où les poids W & X seront élevés, & les fils seront au-dessus & auront leur direction dans les côtés contigus de l'un des parallélogrames) aussi-tôt que vous la laisserés aller, elle décrira la ligne DE qui est la diagonale commune à tous les parallélogrames, comme on peut mieux s'en appercevoir en tenant le doigt ou un fil de fer au centre C qui sera frappé par la balle dans son mouvement. *Ici il est clair que la pesanteur naturelle des corps* W *&* X *est la seule force (divisée en deux parties égales) qui agit sur la balle* D, *& que soit que la direction de ces forces soient à angle aigu, à angle droit ou à angle obtus, la balle décrira toujours la diagonale d'un parallélograme dont les côtés seront égaux, représentant les forces égales. Mais si l'un des poids comme* W *est encore une fois aussi pesant que l'autre, la balle partant de* D, *d ou δ, prendra une direction entre* A *&* C; *& elle ne passera pas sur le centre, à moins qu'on ne la fasse partir de* F, *auquel cas les deux fils formeront deux côtés contigus du parallélograme* FAGB *qui sont l'un à l'autre comme deux à un, dont* FCG *passant par le centre, sera la diagonale.*

On a objecté à *Galilée* lorsqu'il soutenoit le mouvement de la terre, que si la terre tournoit circulairement de l'*Ouest* à l'*Est*, un boulet de canon tiré droit en haut, ne retomberoit pas sur la terre ou auprès de l'endroit d'où il étoit parti (comme vous voyez par l'expérience qu'il y tombe) mais qu'il seroit mû vers l'*Ouest* à proportion de l'espace que la terre auroit parcouru vers l'*Est* pendant le tems de l'élévation & de la chute de la balle ; à

quoi il répondoit, que le boulet eſt pouſſé par deux forces; l'une, qui eſt celle de la poudre, & qui le pouſſe en haut; & l'autre, qui eſt celle de la terre, qui le porte à l'*eſt*, lui faiſant décrire pendant qu'il s'éleve, une ligne diagonale vers l'*eſt*, & de l'extrémité ſupérieure de cette diagonale dans ſa chûte, une autre diagonale encore vers l'*eſt*. Il le prouvoit par le cas du vaiſſeau dont nous avons déja parlé. Mais rien ne rend la choſe auſſi claire que l'Expérience ſuivante.

EXPÉRIENCE IV.

Planche 24. Figure 1.

SUR une piece horizontale de bois G H, fixée à environ dix pieds au-deſſus du plancher de ma chambre, j'ai arrêté à vis deux crochets S *s*, & par le moyen de quatre fils j'ai ſuſpendu à ces crochets une platine de cuivre, ou pendule plat A B C D, qui (à raiſon de la diſtance des fils à leurs points de ſuſpenſion S *s*) formoient leurs vibrations dans un arc circulaire gradué ſur un plan de bois E F placé en-deſſous, le centre du pendule ne ſortant jamais du plan de bois en faiſant ſes vibrations dans la direction E F ou en retournant, à la diſtance d'environ neuf pieds de la piece G H. Sur deux poulies J, K, arrêtées à vis dans la partie ſupérieure de la piece G H, je fais paſſer le fil L K J W, par le moyen duquel le poids W doit être abaiſſé ſur le pendule A B C D, ou en être tiré en haut à volonté, *y* ayant un trou dans G H, placé préciſément ſous la circonférence de la poulie J.

Tirez le pendule (lorſque le pendule y eſt placé en-deſſus) hors de la perpendiculaire vers E, & alors, le laiſſant aller, il ſera ſes vibrations vers F, & reviendra enſuite vers E, &c. pendant un tems conſidérable. Si pendant ce mouvement, en tirant le fil en L, on éleve le poids W hors de la platine qui fait ſes vibrations, & ſi on le laiſſe tomber de nouveau, il tombera toujours ſur le même point de A B C D, quoique cette platine A B C D ſe ſoit fort éloignée de la place où elle étoit depuis que le poids W en a été tiré, & cela en quelque point que ce ſoit de la vibration où W ait été tiré, & en quelque point que ce ſoit où il retombe. Car quoique la force de la main qui tire la corde, ſoit la cauſe de l'élevation de W, & la peſanteur celle de ſa chûte, il y a encore une autre force qui agit ſur W, & qui fait mouvoir ce poids dans l'arc de la vibration, comme étant une

LEÇON V. partie du pendule composé de ABCD & de W. C'est ainsi précisément, que chaque partie de la terre sur laquelle le canon est placé, étant portée de l'*ouest* à l'*est*, par le mouvement de la terre autour de son axe, le boulet de canon qui en sort, outre le mouvement qu'il reçoit de l'explosion de la poudre, a une autre force qui lui est imprimée par le mouvement de la terre, comme étant une partie de la terre, & qui le porte en l'air de l'*ouest* à l'*est*, tout comme le canon y est porté sur la terre, ensorte qu'il tombe de nouveau en bas, ou dans la bouche du canon, ou fort près.

Le boulet du canon, ou tout autre projectile, ne décrit jamais dans son mouvement une ligne droite, que lorsqu'il est poussé perpendiculairement en haut ou en bas, & cette ligne droite de son élevation ou de sa chûte, est la diagonale d'un parallélogramme, comme nous l'avons déja démontré; mais *lorsque ce corps est jetté horizontalement ou obliquement, il décrit une courbe nommée Ligne parabolique.* Or cette courbe est composée d'un nombre infini de petites lignes diagonales, qui changent continuellement à mesure que les directions des forces changent dans le mouvement composé du corps, ce qui s'explique aisément par ce qui a été dit de l'action des deux forces, & par la considération de l'acceleration du mouvement dans la chûte des corps, laquelle (comme étant un fait & un objet d'observation) doit être maintenant regardée comme un point accordé, quoique nous ne puissions en expliquer la cause, qu'en expliquant la seconde loi de nature.

Planche 24. Figure 2.

Soit un corps en A, (*Planche* 24. *Figure* 2.) par exemple, un boulet de canon, poussé en avant dans une direction horizontale AF, ensorte qu'il se meuve avec une vitesse déterminée; par exemple de quatre perches dans une seconde de tems, ou de A en B; il est évident par la premiere loy, qu'il doit aller dans la seconde suivante dans la même direction par le même espace, c'est-à-dire, de B en C, & ensuite en D, en E, en F, &c. Il est aussi clair, que s'il y a une autre force dont la direction soit à angles droits avec la ligne AF, comme dans la ligne AL, qui est perpendiculaire à la surface de la terre, (ou pour exprimer la chose plus generalement, une force qui presse depuis la ligne AF vers la ligne L*f*) l'action de cette derniere force sur le corps qui part de A, n'accelerera pas, & ne retardera pas son mouvement depuis la ligne AL vers la ligne BM, ni depuis la ligne BM vers la ligne CN, ni depuis la ligne CN vers la ligne DO, ni



ni depuis DO vers EP, ni depuis EP vers F*f*; mais elle fera cause seulement que le corps passera par différents points de ces lignes, au lieu de passer par les points B, C, D, E, F. Or je dis que les points *b*, *c*, *d*, *e*, & *f*, seront les points des lignes BM, CN, DO, EP & F*f*, où le corps passera. La force qui pousse en bas dans la direction AL, est la force de la pesanteur, par laquelle on a observé que les corps tombent d'un mouvement acceleré, de maniere que dans la premiere seconde du tems, un corps tombe de la hauteur d'une perche, (ou de $16\frac{1}{2}$ pieds) dans la seconde suivante de 3 perches; dans la troisiéme de 5 perches; dans la quatriéme de 9, &c. Ces espaces étant ici exprimés par AG, GH, HJ, JK & KL. Et si le corps qui tombe, est poussé, pendant le tems de sa chûte, par une autre force dans une direction horizontale, comme dans la direction AF, (ou plûtôt de la ligne AL vers la ligne F*f*) cette force ne troublera nullement l'accélération uniforme du mouvement du corps qui descend, mais le fera seulement tomber sur quelqu'autre point de la ligne L*f* (ou de la surface de la terre) différent du point L, comme par exemple au point *f*.

On trouvera de cette maniere les différents points de la courbe où le corps se meut. Le corps en A est poussé par deux forces AB & AG; les lignes G*b* & B*b* respectivement égales & paralléles à AB & AG, achevent le parallélogramme A*b*; par conséquent le corps doit se mouvoir dans la diagonale A*b*. Le corps en *b* est poussé horizontalement par la force *bk*, égale à AB, & porté en bas dans le même tems par la force *bh*, augmentée par l'acceleration de 1 à 3, & transportée de GH à *bh*; car comme sans la force horizontale elle auroit porté dans la seconde partie du tems le corps de G en H, (comme elle n'est pas alterée dans la quantité de son effet par la force horizontale) elle sera par conséquent capable de porter le corps de *b* en *h*; mais la force horizontale *bk* agissant dans le même tems, doit porter le corps dans le même tems depuis la ligne *bh* jusqu'à la ligne K*c*, comme la force *bh* le porte depuis la ligne *b*K jusqu'à la ligne *hc*, & par conséquent à la fin de la seconde partie du tems, le corps en C, où ces deux lignes se rencontrent, ayant décrit la diagonale *bc* par l'action réunie des forces *bk* & *bh*. Le corps en *c* est poussé par la force horizontale *c*P, (= CD) & par la force perpendiculaire *ci*, (tellement augmentée, qu'elle soit = HJ) dans le même tems; donc ce corps

LEÇON V.



décrira la diagonale *cd*. Par la même raison, lorsque le corps est en *d*, il doit décrire la diagonale *de* du parallélogramme *dEex*, par l'action réunie des forces *d* E & *d x*; & ainsi depuis *e* il viendra en *f* dans une nouvelle diagonale, qui est celle du parallélogramme *epfl*, par l'action des deux forces *ep* & *el*, &c.

SCHOLIE.

Si nous avions divisé le tems de tout le mouvement en un plus grand nombre de parties, qui par conséquent auroient été plus petites, nous aurions eu plus de diagonales depuis A, commencement de la chûte du projectile, jusqu'en *f*, fin de sa chûte; ce qui auroit rendu sa route A *bcdef*, plus courbe par un plus grand nombre de changements de direction. Mais comme le mouvement des corps en bas par la force de la pesanteur, augmente continuellement, (ou que la ligne AG devient continuellement plus longue) & qu'elle n'augmente pas par accès, comme nous l'avons supposé pour faire mieux comprendre l'action des deux forces, il y a un changement continuel de direction dans le mouvement du corps en avant & en bas, (où les diagonales deviennent infiniment petites) ensorte qu'il décrit une parabole en allant de A en *f*.

On peut éclaircir cela par l'Expérience suivante.

EXPÉRIENCE V.

Planche 24. Figures 3, 4 & 5.

La machine représentée par ces trois *Figures* de la *Planche* 24. a été inventée par le Docteur S'gravesande, (Professeur des Mathématiques & d'Astronomie à *Leyde*) pour faire rendre sensible ce mouvement parabolique. AB*b*GF est une piece solide de bois de quinze pouces de hauteur, & de deux pouces d'épaisseur, élevée sur son côté FG, & assise sur une planche ou piece plate FE, qui a un petit creux peu profond en E, qui doit être rempli de terre glaise molle; de maniere que la balle B tombant depuis B le long de la surface courbe B*b* (qui est très-polie ou couverte de cuivre ou d'étain bien uni) & décrivant dans l'air la ligne parabolique *bx* 3 E, elle puisse faire une marque pour indiquer exactement l'endroit où elle tombe. La piece O (*Figure* 4.) se met quelquefois sur GE de la *Figure* 3. où les lignes ponctuées la représentent en G 3 *c*; elle a aussi un creux

que l'on remplit de terre glaise pour recevoir la marque de la chûte de la balle en *ſ*. La piece K (*Figure 5.*) se met dans l'occasion au défaut de celle-ci, & elle est représentée par les lignes ponctuées 1 3 x, pour intercepter la balle qui tombe, & marquer par la terre glaise dans son creux le point *x* de la ligne *bx*, où tombe la balle. Il y a aussi une planche droite BDE, que l'on peut ôter dans l'occasion, qui porte trois anneaux *r*, *r*, *r*, que la balle doit traverser lorsqu'elle décrit une parabole de *b* en E, auquel cas on ôte les pieces de la *Figure* 4. & *Figure* 5.

La hauteur BC, ou la distance entre les lignes ABD & C*bcde*, est de six pouces ; & la hauteur *b*G est de neuf pouces, étant divisée en trois parties inégales, dont la plus haute est d'un pouce, la seconde de trois, & la plus basse de cinq pouces.

Si l'on divise le tems de la chûte de la balle de *b* en G, en trois parties inégales, (que nous appellerons ici instants) la balle dans la premiere de ces trois parties décrira le premier espace marqué 1, c'est-à-dire, un pouce ; dans l'instant suivant elle décrira l'espace trois, ou trois pouces ; & dans le troisiéme instant, l'espace cinq ou cinq pouces. N. B. *Cela vient du mouvement acceleré, dont nous expliquerons la cause en considérant la seconde loy du mouvement.*

Lorsqu'on laisse tomber la balle de B, & rouler en bas le long de la surface courbe B*b*, elle acquiert une telle vîtesse en *b*, qu'elle seroit capable d'aller en avant, (à la double distance de BC, ou de la hauteur d'où elle est tombée) par un mouvement uniforme de *b* en *e*, dans la ligne horizontale *bcde*, si elle n'étoit pas forcée de s'en écarter, & de descendre par l'action de la pesanteur; mais la pesanteur n'accelere point, & ne retarde point son mouvement en avant ; elle est cause seulement qu'elle arrive au point E au lieu du point *e*, dans la même ligne perpendiculaire, & dans le même tems. Et si l'on considere deux autres points de la parabole *bxſ*E, , sçavoir *x* & *ſ*, on verra que la balle qui dans le premier instant du tems seroit arrivée en *c* par le mouvement horizontal de la force projectile, est poussée en bas par sa pesanteur vers *x* ; & au lieu d'être portée en *d* au second instant, elle est portée en *ſ* dans la parabole, lequel point est directement sous *d*, & dans la même ligne horizontale que le bout du quatriéme pouce, ou second espace dans la ligne de la chûte *b*G. Pour prouver cela par expérience, il faut placer les deux pieces G & K des *Figures* 4. & 5. & ensuite laissant tomber la balle de

LEÇON V. B, elle roulera en bas le long de la courbe B*b*, & ensuite dans l'air elle ira de *b* en *x*, où elle fera une marque sur la terre glaise. Otez la piece de la *Figure* 5, & laissez encore rouler la balle depuis B; elle roulera sur le point *δ*, comme on le verra par l'impression faite sur la terre glaise en *δ*; ôtez ensuite la piece de la *Figure* 4. & la balle arrivera en E: Enfin si l'on place la planche BDE avec ses anneaux *r*, *r*, *r*, cette balle tombant de B décrira la parabole *b*E, passant par tous les anneaux, quelque nombreux qu'ils soient, pourvû que la parabole passe par leurs centres.

N. B. *On donnera aussi, en expliquant la Loy suivante, la raison pour laquelle la balle en tombant dans la courbe B b, acquiert une vîtesse qui lui fait parcourir uniformément le double de la longueur ou hauteur B C dans un tems égal à celui de sa chûte.*

Si *un boulet de canon ou un autre corps est chassé ou jetté obliquement en haut, il décrira de même par son élévation & par sa chûte, une parabole.*

CONSTRUCTION.

Planche 24. Figure 6.

MENEZ une ligne A*i* pour l'amplitude d'une parabole, & sur son point du milieu 3; élevez la perpendiculaire 3 E, sur laquelle vous prendrez la hauteur 3 *e* pour l'axe de la parabole. De *e* en E sur l'axe prolongé; coupez *e* E = *e* 3, & menez la ligne A E qui sera une tangente à la parabole proposée dans le point A. Divisez la ligne A E en un nombre quelconque de parties égales, par exemple en quatre, qui seront marquées par les points B, C, D, E; continuez la ligne A E vers F, ensorte que vous puissiez y marquer quatre autres parties égales, comme E F, &c. qui ne sont pas exprimées dans cette figure, faute de place, mais que l'on suppose au-dessus des points G, H, J. Ensuite des points B, C, D, F, &c. Abaissez les perpendiculaires B*k*, C*m*, D*o*, F*s*, G*n*, H*x*, & enfin J*i*, qui tombera sur le point *i* de la ligne A*i*, (ou amplitude de la parabole.) Divisez l'axe *e* 3 en seize parties égales, & marquez les points *q*, *z*, 2, à la fin de la premiere, quatriéme & neuviéme divisions; ensorte que les quatre parties inégales *e q*, *q z*, *z* 2, & 2 3 puissent respectivement contenir une, trois, cinq & sept

parties égales. Par les points *q*, *z* & *2*, menez les lignes *df*, *cg* & *bh* paralléles à la ligne A*i*; ces lignes rencontreront les perpendiculaires aux points *b*, *c*, *d*, *f*, *g* & *h*, & feront les ordonnées à l'axe *e* 3. Sur la ligne *e* E ou axe prolongé, marquez *ep* = *eq*, & *e*Z = *ez*, de même *e*K = *e* 2 : & des points K, Z & *p*, menez K*b*, Z*c*, *pd*, & de l'autre côté *pf*, Z*g*, & K*h*. Si l'on mene une courbe par les points A *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* & *i*, ce sera une parabole où la ligne qu'un projectile poussé du point A dans la direction AB, décrira, pourvû qu'il ait une vîtesse donnée capable de lui faire décrire la longueur AB, dans le même tems que par la force de sa pesanteur, il auroit parcouru la longueur B*b*. Prolongez en *t*, *w* & *y*, ou au-delà, les lignes *pf*, Z*g*, & K*h*, qui (aussi-bien que *pd*, Z*c* & K*b*) seront tangentes à la parabole aux points *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*. Menez ensuite par ces points les lignes *ba*, *ck*, *dm*, *eo*, *fq*, *gs*, *hu* & *ix*, paralléles à ces tangentes, lesquelles seront terminées par les perpendiculaires aux points *a*, *k*, *m*, *o*, *q*, *s*, *u* & *x*, & achevez les parallélogrammes AB*ba*, *blck*, *cndm*, *dpeo*, *erfq*, *ftgs*, *gwhu*, *hyix*. Les lignes A*a*, B*b*, *bk*, *lc*, *cm*, *nd*, *do*, *pe*, *eq*, *rf*, *fs*, *tg*, *gu*, *wh*, *hk*, *yi*, seront toutes égales; ce qui peut se démontrer aisément par la construction & par la nature de la parabole; mais il vaut mieux le démontrer par la pesanteur, dans l'explication suivante.

DE'MONSTRATION.

Soit une balle jettée dans la direction ABCD, &c. Par la premiere Loy, elle décriroit les espaces égaux, AB, BC, CD, DE, EF, &c. en tems ou instants égaux, & elle iroit continuellement dans la ligne AF, &c. Si la pesanteur n'agissoit pas sur elle pour la pousser en bas; mais par les raisons alleguées ci-devant, la pesanteur durant le premier instant, l'auroit poussé en bas vers *b*; (ou, ce qui revient au même, elle se seroit muë dans la ligne A*b*, diagonale du parallélogramme AB*ba*, dont les deux côtés contigus BA & A*a*, representent les deux forces qui agissent sur le corps;) & à la fin du second instant, au lieu d'aller en avant selon la nouvelle direction A*b* dans la ligne *bl*, elle sera portée en bas en *c*, se mouvant dans la ligne *bo*, diagonale du parallélogramme *blck*, dans lequel *bl* représente la nouvelle force projectile, & *bk* = B*b* = *lc* la force de la pesan-

LEÇON V.

Planche 24. Figure 6.

teur, qui pressant toujours en bas avec la même force, doit être représentée par les perpendiculaires égales A*a*, *bk*, *cm*, *do*, *eq*, *fs*, &c. pendant que la force projectile dans ses différentes directions, est représentée par les lignes inégales & décroissantes AB, *bl*, *cn* & *dp*, dans l'élévation du corps, & par les lignes inégales croissantes *cr*, *ft*, *gw*, & *by* dans sa chûte, toutes tangentes à la parabole. Pour aller en avant, le projectile doit décrire successivement les diagonales *cd*, *de*, *ef*, *fg*, *gh* & *hi* des parallélogrammes, dont les deux côtés contigus représentent les quantités & directions des forces *cn* & *cm*, *dp* & *do*, *er* & *eq*, *ft* & *fs*, *gw* & *gu*, *by* & *bx*.

N. B. *Nous avons appellé diagonales les courbes interceptées entre les perpendiculaires aux points A b, c, d, e, f,* &c. *ou ce qui revient au même, nous avons courbé les diagonales, parce qu'elles sont courbes réellement, comme nous l'avons indiqué dans l'explication du mouvement d'un corps jetté horizontalement.*

SCHOLIE.

Le corps jetté se meut avec une vîtesse qui diminue continuellement jusqu'à ce qu'il arrive au sommet de la parabole en *e*; alors il décrit l'autre moitié de cette courbe avec un mouvement continuellement acceleré. Car puisque les espaces AB, BC; CD, DE, EF, &c. ont été pris égaux dans la ligne de la premiere direction du projectile, il suit de la premiere Loy, que le projectile devoit les parcourir en tems égaux, s'il n'y avoit qu'une force, (qui est celle de projection) qui agit sur lui. Mais comme la pesanteur agit sur le corps dans le même tems, quoiqu'elle ne puisse pas l'empêcher d'atteindre les perpendiculaires (qui sont également éloignées & paralléles entr'elles) dans le même espace de tems qu'il l'auroit fait, s'il n'y avoit point eu de pesanteur, elle doit porter le corps à la fin de chaque instant, à d'autres points des perpendiculaires, qui s'approchent toujours de plus en plus les uns des autres, jusqu'à ce que le corps arrive en *e* : par exemple, le corps à la fin du premier instant, au lieu d'être en B, est porté en bas par la pesanteur en *b*, décrivant par sa chûte un espace égal à *eq*; à la fin du second instant, au lieu d'être en C, il est porté en bas vers *c*, étant tombé de la premiere direction ou ligne de la force projectile par un espace ágal à *cz*, ou quatre fois

Planche 14. Figure 6.

$e q = B b$, espace parcouru dans le premier instant par la chûte A; à la fin du troisiéme instant, au lieu d'être en D, il sera poussé en bas vers *d* par un espace égal à *e 2*, qui contient neuf fois *e q* ou B*b*, espace parcouru par la chûte dans le premier instant; à la fin du quatriéme instant, au lieu d'être en E, il sera porté en bas vers *e*, par un espace égal à *e 3*, qui contient seize fois l'espace de la premiere chûte B*b* ou *e q*. Maintenant puisque les espaces que le corps parcourt dans son élevation, en tems égaux, (c'est-à-dire, les lignes A*b*, *bc*, *cd* & *de*) sont non-seulement moindres que les espaces AB, B*c*, *c*D, DE, mais encore moindres les uns que les autres, parce que leurs changements de directions leur font couper continuellement les paralléles à angles moins obliques; il est évident que *le corps jetté diminue continuellement de vîtesse, jusqu'à ce qu'il soit arrivé à sa plus grande hauteur en e*, sommet de la parabole. Et cela se voit aussi, si l'on considere ici le mouvement du projectile, comme nous avons consideré celui du projectile horizontal; c'est-à-dire, en voyant que les différentes parties de la ligne décrite par le projectile, sont comme autant de diagonales décrites par l'action de deux forces, dont l'une change sa quantité & direction par des intervales extrêmement petits, quoiqu'ici nous ayons pris de grands intervalles, pour rendre la chose plus claire.

Lors donc qu'un corps jetté sort de A dans la direction AB, AB représente la force projectile, & A*a* la force de la pesanteur, comme les lignes B*b* & *b a* achevent le parallélogramme par la construction, le corps décrira la diagonale A*b*. Ce corps étant en *b*, s'efforcera, par la premiere Loy, de continuer à se mouvoir dans la ligne *b l*, qui est la diagonale continuée, c'est-à-dire, dans la nouvelle direction qu'il a acquise, & avec la même vîtesse qu'il a actuellement, (qui est moindre que celle qu'il avoit en A, parce que la diagonale A*b* est plus courte que le côté AB; donc *bl* représente maintenant la force projectile, & *b k* celle de la pesanteur, que nous prenons égale à A*a*; parce que nous n'avons point d'égard au mouvement du corps, & que nous le considerons comme partant du point *b*, par l'action des deux forces *h l* & *bk*. Le corps ainsi poussé sera mû dans la diagonale *b c* du parallélogramme achevé *b l c k*, avec une vîtesse d'autant plus petite, que celle qu'il auroit eu dans la ligne *b l*, que la diagonale *b c* est plus courte que *b l*.

Le corps en *c*, par la premiere Loy, fera effort pour décrire

LEÇON V. la ligne *cn* avec la vîtesse qu'il a actuellement; mais l'action de la pesanteur representée par *cm*, (= *hk* = A *a*) le poussant en bas hors de cette ligne *cn*, lui fera décrire la diagonale *cd* avec une vîtesse moindre à proportion que *cd* est plus court que *cn*. Enfin le corps en *d* poussé par les forces *dp* & *do*, décrira la diagonale *de* en changeant de direction, & diminuant de vîtesse, comme nous l'avons fait voir ci-devant.



Planche 24. Figure 6.

A mesure que le corps vient en bas depuis sa plus grande hauteur e, la vîtesse augmente continuellement. Car, premierement, si nous le considerons lorsqu'il est en *e*, sa force projectile est *cr*, sa pesanteur *cq*, & la ligne qu'il décrit, est *ef*, (diagonale du parallélogramme *erqf*); mais comme la ligne *er* représentant la direction & la vîtesse du corps en *e*, est plus courte que la tangente *ft* représentant sa direction & sa vîtesse lorsqu'il est en *f*, (parce que *er* est perpendiculaire, & *ft* oblique aux paralléles équidistantes) la diagonale *fg* sera plus longue que la diagonale *ef*: donc la vîtesse du corps en sera d'autant plus grande. C'est ainsi que la diagonale *gh* du parallélogramme *qwhu*, qui est l'espace parcouru par le corps dans l'instant suivant, est plus grande que *fg*, & que par conséquent sa vîtesse est augmentée en cette proportion. Et enfin *hi*, le dernier espace, étant la diagonale du parallélogramme *hyix*, sera toujours plus grande que la précédente, & par conséquent aussi la vîtesse plus grande.

COROLLAIRE. I.

PAR-LA on peut connoître la différente vîtesse d'un projectile dans chaque point de la parabole qu'il décrit, soit en montant ou en descendant : & *elle sera toujours à la vîtesse dans un autre point, en raison directe des longueurs des parties des tangentes à la parabole dans ces points, interceptées entre les mêmes paralléles, ou entre les paralléles également éloignées.* Par exemple, la vîtesse en A : est à la vîtesse en *b* :: comme BC : est à *bl*; car puisque (par la construction) BC est égale à AB, & que AB représente la vîtesse du corps en A, & *bl* celle du corps en *b*; les vîtesses aux poinrs A & *b* seront respectivement comme BC à *bl*. Ainsi en comparant les vîtesses en A & *d*, on verra qu'elles sont comme DE à *dp*, par la même raison. La même proportion a aussi lieu en descendant; par exemple la vîtesse en *e* : est à la vîtesse en *f* :: comme *r* 10 : est à *ft*; ou comme *er* : *ft*, 107 : 15, ou 78 : 56. Ainsi la vîtesse

vîteſſe en f eſt à la vîteſſe en h :: comme 56 : ahy; ou ft, ou 15 : ahy. Leçon V.

COROLLAIRE II.

De là il ſuit auſſi qu'à hauteurs égales au-deſſus de la ligne horizontale ou amplitude Ai, le corps aura la même vîteſſe, parce qu'il ſera alors dans les points de la partie de parabole qui monte & qui deſcend, dans leſquels les tangentes ayant les mêmes obliquités avec les paralléles à l'axe, ces paralléles en couperont des parties égales, étant également éloignées.

COROLLAIRE III.

Il ſuit auſſi que quelqu'inégaux que ſoient les eſpaces qu'un projectile décrit en tems égaux, les diſtances horizontales, (c'eſt-à-dire les progrès qu'il fait en avant) ſeront toutes égales en tems égaux; mais nous avons déja prouvé cela d'une autre maniere. N. B. *Je n'entends pas par-là que la même quantité de force projectile doive faire marcher un corps en avant également vîte ; car cela doit varier ſelon l'angle que ſa direction fait avec l'horizon : mais ſi l'amplitude de la parabole, (ou toute la diſtance horizontale que le corps parcourt lorſqu'il décrit une parabole,) eſt diviſée en parties égales par les perpendiculaires, je dis que le corps ira d'une perpendiculaire à l'autre dans le même tems.*

4. En conſidérant le mouvement d'un projectile, nous avons regardé la ligne Ai comme une ligne droite ; & elle le ſeroit exactement, ſi la terre étoit plate ; & dans le fonds la partie de la terre ſur laquelle le projectile paſſe, doit être regardée comme une ligne droite : mais ſi la force de la poutre ou autre quelconque qui porte le corps en avant, étoit beaucoup plus grande, ou que la force de la peſanteur (c'eſt-à-dire l'attraction de la terre) fût beaucoup plus petite, il faudroit alors conſiderer la ligne Ai comme une courbe ou partie de la circonférence de la terre.

Par exemple, ſi ABCDE (*Planche* 24. *Figure* 7.) repréſente la ſurface de la terre, & AF une haute montagne, telle que le *pic de Teneriffe ;* & qu'on mette le feu à un canon dans la direction FL, le boulet ira en avant dans une courbe, pour les raiſons alleguées ci-devant, peut-être juſqu'en B, où il viendroit tomber ſur le terrein. Si la force de la poudre étoit proportionnel- Planche 24. Figure 7.

LEÇON V. lement plus grande, il iroit jusqu'en C, avant que de tomber à terre. Supposons la force de la poudre encore plus grande, & le boulet viendra en D : supposons-la toujours plus grande, & le boulet viendra en E, ne tombant sur la terre qu'après avoir passé au-dessus des deux tiers de sa circonférence.

Enfin on peut supposer la force de la poudre assez grande pour que le boulet ne tombe jamais sur la terre, mais qu'il revienne au point F d'où il étoit parti, & (le canon étant tiré de sa place loin de la route du boulet) qu'il tourne continuellement autour de la terre, à la distance d'environ trois milles de sa surface, (c'est-à-dire, à la hauteur du *pic de teneriffe*) la pesanteur ne faisant que l'empêcher de s'écarter de la terre par une tangente. Si la force de la poudre étoit plus grande que selon cette derniere supposition, le boulet s'écarteroit toujours plus de la terre dans une ligne spirale.

Si le point F étoit soixante fois plus éloigné du centre de la terre, ou à la hauteur de 240, 000 milles, c'est-à-dire, à la distance de la lune; alors la force de la pesanteur, (ou la force attractive, que l'on nomme dans ce cas *force accéleratrice* de la terre) seroit 3600 fois plus foible qu'elle n'est à la surface de la terre, parce qu'à mesure que l'on s'éloigne du centre de la terre, la pesanteur décroît comme les quarrés des distances croissent; & la lune étant 60 fois plus éloignée du centre de la terre, que n'est la surface de la terre, le quarre de cette distance 60 est 3600.

Dans ce cas il ne faudroit pas une plus grande force projectile que celle de notre poudre commune, pour faire circuler un boulet autour de la terre à la distance de 240000 milles. On peut même regarder la lune comme un tel projectile; car ayant une fois reçû une impulsion par une ligne paralléle à une tangente de la terre, pendant qu'elle fait effort (par la premiere Loi) de conserver sa premiere direction (rectiligne) la pesanteur la pousse continuellement vers le centre de la terre, & par cette impulsion elle la tire de la direction rectiligne de la force projectile, & la fait tourner continuellement autour de la terre. La pesanteur ne peut pas non plus porter la lune jusqu'à la terre, parce que la force projectile subsistant toujours, elle fait un effort continuel pour tirer la lune dans la tangente de son orbite; & la pesanteur ne fait qu'altérer continuellement la direction, par laquelle la lune s'efforce à chaque moment de s'échaper le long d'une nouvelle



tangente. Ainsi dans chaque point de l'orbite ces deux forces se balancent mutuellement.

5. CET effort de la lune, ou de tout autre corps qui se meut dans un cercle ou dans toute autre orbite courbe, pour s'écarter du centre de son mouvement, se nomme *force centrifuge*, & la force qui agit contre celle-là pour retenir le corps dans son orbite, (soit que ce soit la force de la pesanteur ou de l'attraction, ou un fil qui pousse ou qui tire le corps vers le centre de son orbite) se nomme *force centripéte.* Ainsi lorsqu'on tourne une pierre dans une fronde, la pierre qui fait effort pour s'échaper (& qui s'échape effectivement lorsqu'on détache un des bouts de la fronde) par une tangente à la courbe qu'elle décrivoit auparavant, est arrêtée par les fils qui l'empêchent de s'échaper; cet effort est la force centrifuge; & celle des fils qui saisissent la pierre, est la force centripéte. La force qui fait effort pour faire échaper la pierre par la tangente, sans pouvoir la faire partir réellement, roidit le fil de la fronde dans une direction qui va du centre de révolution à la tangente. Supposons, par exemple, que le corps F (*Planche* 24. *Figure* 7.) attaché au fil en F, tourne en rond dans le cercle F J N: pendant que ce corps n'étant pas retenu par le fil, se feroit mû de la longueur F H dans la direction G F par la premiere Loy, étant retenu par le fil il décrira l'arc F J, étant poussé en bas de H en J; ainsi la ligne H J représentera la quantité de la force centripéte dirigée vers le point M; & la même ligne J H dirigée du point M vers H, pourra aussi représenter la force centrifuge, ces deux forces étant égales, sans quoi le corps roulant ne seroit pas retenu dans son orbite. Car quoique dans les orbites qui ne sont pas circulaires, ces forces puissent croître & décroître, (comme on le fera voir ci-après) cependant ces deux opposées croissent & décroissent également, se balançant toujours mutuellement. N. B. *Plus un corps se meut vîte dans son orbite, plus le fil est roidi, c'est-à-dire, plus la force centrifuge ou centripéte est grande. Par exemple, si F G représente la vîtesse du corps au lieu de F H, le corps décrira l'arc F N au lieu de F J; auquel cas le point N (où se trouve le corps) étant plus éloigné de la tangente, (en G, que le corps auroit parcouru par la seule force projectile) la force centripéte & centrifuge doit être représentée par la ligne G N, qui est plus grande que H J.*

Planche 24. Figure 7.

TOUT cela sera mieux prouvé & éclairci par les Expériences suivantes.

Leçon V.

Expérience VI.

Planche 24. Figure 8.

6. ABCD est une table ronde que l'on peut faire tourner fort vîte sur un pivot, comme en F, (la même qui est représentée par la 13. *Figure* de la *Planche* 23.) il y a un petit tuyau de cuivre qui entre à vis dans la table au centre C, au haut duquel on attache le fil de la balle B de plomb, ensorte qu'il puisse passer dans un trou percé sur le côté de ce petit tuyau de cuivre ; delà il est porté sous la table par le trou *h*, & attaché à une cheville dans le côté de la table en A. Lorsqu'on place la balle en B, si l'on fait tourner la table fort vîte, elle laissera d'abord la balle en arriere, ensorte qu'elle paroîtra avoir un mouvement contraire à celui de la table, jusqu'à ce que par la rudesse de la table, elle tournera enfin avec la table du même côté où celle-ci tourne ; ensuite si l'on arrête subitement la table, la balle fera plusieurs tours, jusqu'à ce qu'ayant communiqué tout son mouvement à la surface rude de la table, elle restera enfin en repos. Cela sert à éclaircir la premiere loy de nature, car comme la partie de la table sous la balle la laisse en arriére pendant quelque tems, parce qu'elle fait effort pour continuer dans son état de repos, elle la laisseroit pour toujours dans le lieu où elle étoit au commencement, si la table étoit parfaitement polie ; & lorsque la balle est une fois en mouvement, elle continueroit toujours de se mouvoir en rond sur la table, si (outre le poli de la table) le fil qui retient la balle n'avoit point de frottement au centre C. On doit aussi observer que le fil qui est lâche en CB, est toujours tendu comme en C*b* par le mouvement de la balle, & c'est ce qui démontre la force centrifuge.

Si l'on fait entrer à vis un soutien fourchu vers le bout de la table comme en D, & qu'on fasse passer dans la fente de ce soutien le fil de la balle, ensorte qu'elle reste suspenduë comme en 1, la force de la pesanteur de la balle peut tellement être surmontée par la force centrifuge, produite par le pirouettement de la table, que la balle s'élevera au point 3, le fil 3 *d* devenant horizontal, à mesure que la table tournera toujours plus lentement, la balle descendra au point 2, & ainsi de suite jusqu'à 1 à la fin, la pesanteur devenant sensible à mesure que la force centrifuge diminuë.

Expérience VII.

Si l'on lie un cordon autour du bord d'un pot plein d'eau, &

que l'on fasse pirouetter le pot fort vîte autour de la main ou du centre K dans un cercle ou dans une courbe, dont A C B est un arc, l'eau acquerant une force centrifuge plus grande que celle de la pesanteur, ne versera pas lorsque l'ouverture du pot tournera en bas. Si au lieu du pot, on fait tourner en rond autour du centre K, le verre W C, (*Figure* 10.) qui contient des liqueurs de différentes pesanteurs spécifiques, (après qu'elles auront toutes été confondues en les secouant) elles reprendront toutes leurs places & leur transparence, même plûtôt que si le verre qui les contient avoit été suspendu en l'air, & en repos. La raison en est, qve comme les différentes substances contenues dans le verre ont la même vîtesse qui leur est donnée par la force centrifuge, leur *moment* sera comme leur gravité spécifique, c'est-à-dire, que leur moment sera composé des différentes quantités de matiere qu'elles contiennent sous des volumes égaux, multipliées par la vîtesse commune (Leç. 2. n°. 3.) que la force centrifuge leur donne dans la ligne K C depuis le centre du mouvement vers la circonférence. Donc les grains de verre parmi les liqueurs, pesant plus que les goutes de toutes les autres liqueurs, auront le plus grand *moment*, & par conséquent se rendront à la partie G la plus éloignée du centre du mouvement K. Ensuite les goutes de l'huile de tartre, (qui est la plus pesante des liqueurs contenuës dans le verre) ayant par la même raison plus de moment que les goutes des autres liqueurs, (quoique moins que les grains de verre,) prendre la place T, la plus proche des grains, & rempliront aussi leurs interstices. La liqueur suivante, qui est l'huile de petrole, remplira l'espace P. Et enfin l'esprit de vin, dont les goutes sont les plus legeres, sera le plus proche du centre du mouvement, (malgré sa force centrifuge,) & occupera l'espace W, parce que les grains & toutes les autres liqueurs ayant plus de *moment*, le chasseront de l'extrémité C, à laquelle il tend pendant tout le tems. N. B. *Le tube est scellé hermétiquement aux deux bouts.*

Planche 24. Figure 9.

Les grains de verre, & les autres liqueurs se reposent dans la place qui leur convient, lorsque le tube est suspendu, parce que comme tous les corps tendent en bas avec la même vîtesse, (Leç. 1. n°. 8.) le *moment* des particules d'un égal volume doit être comme leurs quantités respectives de matiere dans leur chûte : & la raison pourquoi les liqueurs ne sont pas aussi-tôt reposées en ce cas, que lorsque le tube est tourné en rond, est

que l'on peut donner autant de vîtesse que l'on veut dans la direction KC, par la force centrifuge, au lieu que celle qui vient de la pesanteur, est toujours la même.

COROLLAIRE.

DELA il suit qu'une bouteille de liqueur quelconque, (qui après avoir été troublée est devenue claire par la longueur du tems, & ensuite redevenue sale par la secousse,) peut s'éclaircir plus vîte par la force centrifuge, qu'en restant droite long-tems en repos.

EXPÉRIENCE VIII.

Planche 14. Figure 11.

JOIGNEZ par un fil les deux balles T & M, dont les poids sont entr'eux comme 4 & 2, (ici nous employons une balle de 2 onces & une de 4,) & faites passer le fil par les trous opposés dans les côtés du petit tuyau C; que la longueur du fil en mesurant du centre d'une balle à celui de l'autre, soit de 18 pouces, & la distance des centres des balles au centre de la table, soit en raison réciproque de leurs masses: c'est-à-dire, que le centre de la balle de deux onces M, doit être à la distance de C de 12 pouces, & le centre de la balle T de 4 onces à la distance de C de 6 pouces. Soient les deux petites pieces quarrées ou rectangulaires S *s* & V *v*, fixées sur la table à la distance d'environ 1 ou 2 pouces derriere les balles pour les empêcher de s'échaper de la table, & que les longs côtés de ces pieces soient tellement fixées alternativement, que lorsqu'on fait tourner la table dans la direction marquée par la fléche, les balles ne restent pas en arriere, mais soient d'abord mises en mouvement. Que maintenant la table soit tournée en rond avec une vîtesse quelconque, les balles resteront aux points T & M, & décriront autour de leur centre commun de gravité des cercles inégaux, (Leç. 2. n°. 32.) en proportion réciproque des masses, les *moments* donnés aux corps par la force centrifuge étant égaux, & (à cause de leurs directions contraires) se détruisant mutuellement. Mais si l'une des balles est plus éloignée de C, que n'exige la proportion réciproque précédente, cette balle s'éloignera par dégrés du centre du mouvement, & entraînera l'autre avec elle, jusqu'à ce qu'elle soit arrêtée par le bout de la piece V *v* ou S *s*. C'est ainsi que la terre & la lune tournent l'une autour de l'autre, & autour de leur

centre commn de gravité, comme on l'a déja observé. (Leç. 2. n°. 32. LEÇON IV.

EXPÉRIENCE IX.

Planche 24. Figure 12.

DONNEZ à la table un mouvement de pirouetement uniforme, & que ce mouvement soit continué, (ce qui peut se faire par le moyen d'une rouë & d'une poulie qui seront décrites ci-après,) & soit en même-tems un morceau de craye qui presse sur la table, & qui soit tiré selon la ligne droite C P; par ces deux mouvements la craye décrira la ligne spirale C D E F P: ensuite si l'on fait mouvoir de nouveau la craye de la même maniere & du même côté, (comme il est marqué par la fléche,) & qu'en même-tems la craye soit pressée sur la table dans la même ligne P C, mais avec une direction contraire, c'est-à-dire, de P en C, elle décrira une autre ligne spirale semblable à la premiere, mais tournée du côté opposé, comme on le voit par la ligne ponctuée.

COROLLAIRE.

DÈLA il suit que si un corps qui a une force centrifuge, par laquelle il s'écarte, ou une force centripéte par laquelle il s'approche du centre de son mouvement, est porté en même-tems circulairement par une force qui lui donne un mouvement circulaire, il s'écarte du centre par une ligne spirale dans le premier cas, & il s'en approchera par une ligne spirale dans le second cas.

EXPÉRIENCE X.

Planche 24. Figure 13.

SUR un morceau de planche A E K, qui a en-dessous une piece en travers, pour élever son extrémité A E la plus large à un angle de 15 ou 20 dégrés au-dessus de la position horizontale; on attache 3 tubes A K, C K & E K, fermés par le haut aux deux bouts. Dans le premier il y a un petit cylindre de liége, qui peut glisser aisément en haut & en bas dans le tube: Dans celui C K il y a un petit cylindre de plomb mobile de la même maniere: & dans le tube E K il y a un pouce ou deux de vif-argent renfermé dedans. Cette planche a sous elle une vis, qui passant par un des trous de la table, (tels que ceux marqués A & B dans la *Planche* 23. *Figure* 13.) est arrêtée par un écrouë, ensorte que la planche des tubes soit fortement attachée à la table. Ensuite

contiennent une partie d'un *tourbillon* d'air, dans lequel les corps qui y sont mis sont de différentes gravités spécifiques, mais tous plus pesants spécifiquement que les parties du *tourbillon ;* & ces corps se mouvant circulairement, & étant en même-tems agités par une force centrifuge, s'écartent continuellement du centre du tourbillon par une ligne spirale. Ainsi les planétes étant plus pesantes spécifiquement que les parties du *tourbillon*, s'écarteront continuellement du soleil, en décrivant une ligne spirale. Mais puisque cela n'arrive pas, supposons que les planétes soient toutes plus rares que la matiere du *tourbillon*, il s'ensuivra que comme les parties du tourbillon seront plus denses que les planétes, leur force centrifuge donnera aux planétes une direction centripéte, & ainsi elle les approchera continuellement du soleil par une ligne spirale, jusqu'à ce qu'elles tombent dans le soleil, de la même maniere que le liége & l'huile dans leurs tuyaux respectifs pleins d'eau, sont poussés vers le centre; car on voit par l'expérience que la force centrifuge de l'eau leur donne une tendance contraire, par laquelle ils s'approchent continuellement du centre en ligne spirale.

Il ne reste plus pour soutenir l'*hypothese cartésienne*, que de supposer que les planétes ont la même densité que les parties du *tourbillon ;* & dans le fonds si tout est *plein*, comme M. *Descartes* le suppose, tous les corps seront également pleins, & il n'y aura rien de ce que nous appellons différentes gravités spécifiques; car tous les corps de même volume, ayant la même quantité de matiere, peseront également; & dans cette supposition il s'ensuit que les planétes formant en haut une partie du *tourbillon* lui-même, seront mûes avec les parties voisines du tourbillon; & quoiqu'au commencement les parties du tourbillon, qui sont les plus proches du soleil, doivent se mouvoir plus vîte,* cependant à la fin tout le tourbillon sera mû circulairement comme un corps solide ou une sphére, dont les parties les plus éloignées du centre feront leurs révolutions dans le même tems que celles qui en sont les plus proches; ce qui doit être la conséquence du *plein*. Ensorte que toutes les planétes auront à la fin leurs tems périodiques égaux, ce qui est contraire aux observations; car les tems périodiques des révolutions des planétes sont toutes différents. Mercure qui est le plus près du soleil, fait sa révolution presque 120 fois plns vîte que saturne, qui en est le plus éloigné. En un mot, voici la proportion de leurs distances & révolutions;

* Note 2.

Les quarrés des tems périodiques des planétes principales autour du soleil, & des satellites autour de jupiter & de saturne, sont comme les cubes de leurs distances au corps central respectif. *

* Note 2.

8. Puisque l'*hypothese cartesienne* ne suffit pas pour expliquer la cause du mouvement des corps celestes, nous devons faire voir quelle en est la cause réelle, & cela non pas par des conjectures, mais par les observations & les expériences. On voit évidemment par ce qui a déja été dit, & par les conséquences que nous allons tirer de la seconde loy de nature, que la pesanteur ou l'attraction vers le soleil, retient chaque planéte (ou même chaque cométe) dans son orbite autour du soleil, (aussi-bien que les satellites autour de leurs planétes principales, notre lune étant également un satellite de la terre,) pendant que la force projectile fait un effort continuel pour les écarter le long de la tangente; mais il faut auparavant expliquer les différentes loix relatives aux forces centrales, par les Expériences suivantes, après que nous aurons décrit la machine propre à faire ces Expériences.

Description de la Machine.

Planche 25. Figure 1.

La machine pour les forces centrales est composée d'un chassis de bois très-solide CABDHGKEF, triangulaire en haut & en bas. Sur la piece verticale G*a*, il y a au sommet une roüe G, qui (par le moyen de la corde GKHG) lorsqu'elle tourne circulairement, donne un mouvement circulaire aux poulies & aux fuseaux KL & HJ, ensorte qu'elle les fait mouvoir ou avec des vîtesses égales, ou avec des vîtesses qui sont comme 2 à 1, comme 3 à 1, ou comme 3 à 2, parce que dans la poulie K il y a deux rainures, l'une de 3, & l'autre de deux pouces de diametre, & dans la poulie H il y en a aussi deux, l'une de 6, & l'autre de 3 pouces de diametre. Il y a deux pieces MN, *mn* (que nous pouvons appeller porte-planétes) d'environ 30 pouces de longueur, qui doivent être arrêtées à vis sur les poulies K, H, ensorte qu'elles tournent circulairement avec elles. Ces pieces ont chacune une tour quarrée S, *s*, avec une petite poulie au haut & au bas pour conduire un cordon depuis les poids S, *s* jusqu'aux balles de cuivre P & *p* (que nous appellerons ici planétes) ensorte que lorsque P & *p* vont vers N ou *n*, les poids sont tirés en haut de leurs bases, qui sont environ un pouce au-dessus du bas des

tours, & qui s'élevent en-dedans des tours, jusqu'à ce que la piece qui porte le poids frape le haut de la tour ; chaque balle ayant deux petites aîles avec des trous pour glisser aisément le long des fils de fer, qui vont d'un bout à l'autre de la piece porte-planéte, passant par les deux plans perpendiculaires de cuivre M & N, & par les tours à la distance d'environ $\frac{1}{4}$ de pouce de la surface de la piece porte-planéte.

N. B. *On n'a marqué ici que l'une des aîles & l'un des fils de fer sur chaque piece, pour éviter la confusion.*

Il y a aussi des colliers de cuivre en H & K, dans lesquels tournent les cous des fuseaux (qui sont d'acier), avec des vis de fer qui entrent dans des écrouës de cuivre en L & J, avec de petits trous pour recevoir le bas des fuseaux.

La seconde Figure représente un peu plus que la moitié de l'une des pieces porte-planétes, divisée en pouces des deux côtés depuis le centre. B*b* est le plan perpendiculaire de cuivre à l'un des bouts, par où passent les fils horizontaux W w, W w, pour porter la planéte P par ses aîles percées L L, pendant que le cordon qui passe par le milieu de la planéte, est attaché, en le faisant entrer dans une petite pointe *p* pour donner à la planéte une certaine distance de T, centre de son mouvement, avant qu'elle se meuve circulairement lorsqu'on fait tourner la rouë G (dans la *Figure* 1.) S*s* représente la coupe de la tour de cuivre attachée au bois par une cheville traversiere, dont on voit la tête en *s*. T est la base ou la plaque qui doit soutenir la piece qui porte le poids, laquelle est représentée dans la *Figure* 4. & consiste dans une piece circulaire & dans une tige percée pesant deux onces, & sur laquelle on peut faire glisser différents poids de plomb, comme X (*Figure* 5.) On peut voir aussi en T (*Figure* 2.) la petite poulie sous laquelle passe le cordon.

La troisiéme *Figure* est une coupe verticale de l'une des tours quarrées S*s*, avec le poids X, la piece X*x* qui porte le poids, une partie de la piece porte-planéte, la poulie & le fuseau en-dessous, une petite poulie est attachée au bois en T sous la plaque sur laquelle les poids reposent : une autre est soutenuë par un bras de fer V S au-dessus du trou S, au plus haut de la tour : Ensorte que le cordon venant de la planéte P, passe premierement sous la poulie T, ensuite par la tige percée de la piece qui porte le

LEÇON V. poids, & delà par le trou qui est au plus haut de la tour, ensuite au-dessus de la poulie S; delà encore au haut de la tige de X, où il est attaché. En observant cette Figure, on voit aisément que si la planéte P se meut tant soit peu dans la direction PQ, la piece qui porte le poids X s'élevera en haut vers S.

La table tournante, dont nous avons déja fait mention, (*Planche* 23. *Figure* 13. & *Planche* 24. *Figures* 8, 11, 12, 13,) pour faire diverses Expériences, tourne mieux en rond étant placée à vis au haut de l'un des fuseaux LK, ou JH à la place de la piece porte-planéte MN ou *mn*.

La sixiéme *Figure*, *Planche* 25. représente la coupe de la rouë & d'une partie de la piece horizontale, la partie supérieure du chassis qui porte la rouë & le bout supérieur de la piece qui la soutient, marquée LLL, l'aissieu de la rouë & le collier quarré glissant *g*, qui est mobile sur le fer quarré horizontal HJ, attaché au bois par une écrouë & une cheville en J, & par deux vis en bois H.*h*.

N. B. *Il y a une vis dans la piece glissante g, pour fixer le centre de la rouë, lorsqu'elle est portée en avant ou en arriere.*

*Quoiqu'il n'importe pas de quelle grandeur soit la machine cidevant décrite, pourvû que ses parties soient proportionnelles; cependant en faveur de ceux qui voudroient en faire une semblable, je donne ici les mesures des principales parties de la mienne, en pouces d'*Angleterre.

Planche 25. Figure 1. L'épaisseur du bois de tous les côtés d'environ 1 pouce, excepté le pied en A & D, où il a deux pouces d'épaisseur.

MN = *mn* = 30 pouces. KH = 33 (6 pouces. KL = JH = 8 (5 pouces. AD = 34 (9 pouces. AC = CD = 27 (2 pouces. BC = 24 (8 pouces. Le diametre de la rainure de la rouë G = 14 pouces. La largeur de la piece porte-planéte MN ou *mn* = 2 (3 pouces. Les rainures de la poulie K, l'une de 2, & l'autre de 3 pouces. Rainures de H, l'une de 6, & l'autre de 3 pouces. Hauteur AK = HD = 13 pouces. Hauteur des tours S ou *s* au-dessus de la planche MN, *mn* 5 (8 pouces.

Largeur des tours = 2 (3 pouces. On se sert de 4 planétes

de cuivre, dont deux pesent chacune 2 onces *troy*, & les deux autres chacune 4 onces *troy*. La plaque qui porte le poids & la tige pese deux onces, & chaque poids de plomb (tel qu'il est représenté par la *Figure* 5.) pese aussi deux onces. LEÇON V.

Ce qu'il faut considérer dans l'usage de cette Machine.

9. LES poids dans chaque tour doivent représenter le soleil, dont on voit l'attraction par la force avec laquelle le poids résiste à l'action de la balle P ou *p* (qui représente une planéte) laquelle fait effort pour l'élever par le cordon P T S *x*, (*Figure* 3.) lorsqu'elle reçoit une force centrifuge par le mouvement circulaire de la roue G. De sorte qu'en plaçant des poids égaux ou inégaux dans les tours; en employant des planétes égales ou inégales, comme P ou *p*; & en prenant leurs distances égales ou inégales en différentes proportions; & les tems périodiques égaux ou inégaux (à mesure que le cordon de la roue passe autour de poulies égales ou inégales,) on peut faire voir par des Expériences les loix des forces centrales, que *Newton* a démontré mathématiquement dans les *principes*. Planche 25. Figure 3.

En considerant les forces centrales des corps, (par exemple des planétes principales par rapport au soleil, & des lunes par rapport à leurs planétes principales) qui se meuvent autour des autres corps qui ont des influences sur eux, nous avons trois choses à observer. 1°. Le tems périodique, ou les tems que les corps employent à faire leurs révolutions. 2°. La quantité de matiere dans les corps qui roulent. 3°. La distance des corps au centre de révolution.

EXPÉRIENCE XI.

1°. RENDEZ les tems périodiques égaux, en plaçant le cordon de la roue sur la rainure de 3 pouces de chaque poulie, la croisant devant chaque poulie pour lui faire mouvoir les poulies avec plus de force, mais ensorte que les poulies puissent toutes deux tourner du même côté que la piece porte-planétes, sans en défaire la vis. Ensuite ne mettez dans chaque tour que la piece qui porte le poids: & enfin, vous attacherez à leurs cordons une balle de cuivre de 2 onces, comme P & *p*, à la distance de 12 pouces au centre de chaque piece porte-planéte. Ainsi vous aurez *les tems périodi-*

 ques, les quantités de matiere, & les distances au centre égales. Donnez un mouvement circulaire à la rouë G, & les planétes par leur force centrifuge éleveront les poids S & *s* au même instant de tems; ce qui fait voir que *dans ce cas les forces centrifuges sont égales*

N. B. *Si sur chaque piece porte-poids vous placez un ou deux ou plusieurs poids égaux, (comme ceux marqués par la Figure 5.) les planétes les éleveront toujours au même instant, pourvû qu'on tourne la rouë plus vîte à proportion qu'il y a plus de poids.*

Expérience XII.

2°. Mettez au lieu de *p* une balle de 4 onces & un poids double dans la tour *s q*; tournez ensuite la rouë, & les deux poids s'éleveront tout-à-la-fois. Cela fait voir que *lorsque les quantités de matiére dans les planétes sont inégales, mais que les distances & les tems périodiques restent toujours égaux, la force centrifuge est proportionnelle à la quantité de matiere.*

Expérience XIII.

3°. Otez la balle de 4 onces, & servez-vous encore de *p*, mais ne la placez qu'à 6 pouces du centre. Otez le poids additionnel de *s*, & ajoutez-le à S; c'est-à-dire, faites que le poids S, qui a P à 12 pouces de distance, soit = 2 onces: & ensuite tournant la rouë, ils s'éleveront tous deux en même-tems. Par où l'on voit clairement, que si *les tems périodiques, & les quantités de matiere* continuent d'être les mêmes, mais que les distances soient différentes, les forces centrifuges seront comme les distances.

Expérience XIV.

4°. A la distance de 6 pouces, où *p* étoit en dernier lieu; substituez à *p* une balle de 4 onces, & placez des poids égaux dans les deux tours; alors en tournant la rouë, les deux poids s'éleveront en même-tems; ce qui fait voir que *lorsque les tems périodiques sont égaux, & que les distances au centre sont réciproquement comme les quantités de matiere dans les planétes, les forces centrifuges sont égales.*

EXPÉRIENCE XV.

ENFIN changez le cordon qui est sur la poulie H, & placez-le dans la rainure de 6 pouces de diametre, ensorte que le tems périodique de la planéte *p* soit double de celui de la planéte P, laquelle aura le double de vîtesse, si sa distance au centre est la même; ce qui doit s'observer dans cette Expérience.

Placez 8 onces dans la tour SQ, & seulement 2 dans la tour *sq*, les planétes égales P & *p* étant alors chacune à 12 pouces de distance du centre. Tournez la rouë, & les deux poids s'éleveront tout à la fois; ce qui fait voir que *les planétes qui ont une égale quantité de matiere, & la même distance au centre, mais différents tems périodiques, ont leurs forces centrifuges en raison réciproque des quarrés de leurs tems périodiques; c'est-à-dire en raison directe du quaré de leurs vîtesses.*

COROLLAIRE.

DE LA il suit que si la même planete change de vîtesse dans la même orbite, sa force centrifuge augmentera ou diminuera selon le quarré de la vîtesse que la planete a dans cette partie de son orbite.

SCHOLIE.

LORSQUE l'on compare la derniere Expérience avec la 13e, & que l'on trouve que la planete *p* (décrivant un cercle de 12 pouces de rayon en même-tems que P en décrit un de 6 pouces) éleve le double du poids, parce que sa vîtesse est double; il doit paroître étrange que dans la derniere expérience, ou P (décrivant deux fois un cercle de 12 pouces de rayon, pendant que *p* ne décrit qu'une fois le même cercle) n'a que le double de la vîtesse de *p*, & cependant il éleve un poids quadruple; mais cette proportion (qui est d'un grand usage dans l'explication du mouvement des corps celestes) se tire clairement de la premiere Loi, & de ce que nous avons dit sur cette Loi.

Autour du corps supposé en M (*Planche* 24. *Figure* 7.) ou du centre M, soit une planete qui roule dans le cercle FJN; il est clair que lorsqu'elle décrit l'arc FJ, sa force centrifuge est représentée par la ligne HJ: si l'on suppose ensuite que la même Planche 24. Figure 7.

 planete décrit l'arc *f i n* d'un rayon double dans le même tems, il est évident qu'elle aura une vîtesse double, & que par consequent elle décrira l'arc *f n* de ce cercle dans le même tems qu'elle décrit F J du petit cercle; en sorte que maintenant *g n* qui est double de H J ou *h i* (parce que les triangles *f g* M & F M, aussi-bien que les arcs *f n* & F J sont semblables) representera la force centrifuge qui est double de ce qu'elle étoit dans le petit cercle. Mais si au lieu de décrire le grand cercle, la planete décrit le petit cercle avec une vîtesse double en parcourant deux fois le petit cercle F J N dans le même tems qu'elle le parcouroit une fois auparavant, elle décrira l'arc F N du nombre double de degrés au lieu de F J, & comme l'ac F N (quoique de la même longueur) est deux fois plus court que *f n*, la planete en N s'éloignera de la tangente deux fois autant que si elle avoit été en *n*, par conséquent quatre fois autant que lorsqu'elle étoit en J avec la moitié de la vîtesse. Donc la force centrifuge en N : sera à la force centrifuge en J : : comme G N : est à H J; ou comme 4 : à 1.

N. B. *Cela n'a lieu que dans les petits arcs, tels qu'on suppose ceux* F J *&* F N ; *mais alors on ne doit la considérer que dans ces sortes d'arc de corde.*

On peut faire avec cette machine plusieurs autres expériences relatives aux forces centrales; mais celles-ci suffisent quant à present à notre dessein. Cependant en faveur des Curieux nous en donnerons quelques autres dans les notes. *

* Note 3.

Seconde Loy de mouvement.

10. LE *changement de mouvement est toujours proportionel à la force mouvante imprimée, & il se fait dans la ligne droite selon laquelle cette force est imprimée.*

Si une force produit un mouvement, une force double produira un mouvement double, une force triple un mouvement triple, &c. soit que cette force soit imprimée toute à la fois ou successivement & par degrés. Ce mouvement étant toujours dirigé du même côté que la force generarrice) si le corps se mouvoit auparavant, est ajouté au premier mouvement ou en est rerranché, selon qu'ils conspirent directement ensemble ou qu'ils sont direc-

tement contraires l'un à l'autre ; ou il se joint obliquement si ces mouvemens sont obliques ; en sorte qu'ils produisent un nouveau mouvement composé de la détermination des deux.

11. Soit le corps A (*Planche* 25. *Figure* 7.) qui reçoit une impulsion dans la direction AL, en sorte qu'il parcoure un espace déterminé dans un tems déterminé, par exemple, l'espace AB ou une perche ($16\frac{1}{2}$ pieds) dans une seconde de tems. Le corps selon la premiere Loi, en vertu de la force qui lui est imprimée, décrira uniformément les espaces AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HJ, JK, KL, &c. en sorte qu'il décrira chacun de ces espaces (en les supposant tous égaux) dans une seconde, & ainsi de suite *à l'infini*. Maintenant lorsque le corps est en mouvement, si la même force qui agissoit sur lui au commencement ou une autre force égale, agit de nouveau sur lui dans la même direction, lorsqu'il est en B par exemple, alors le corps décrira un double espace, c'est-à-dire, l'espace BD dans une seconde, & de même DF, FH, HK, &c. dans chaque seconde, c'est-à-dire, qu'il aura une vîtesse double ; parce que pendant qu'il alloit à raison d'une perche par seconde, il a reçu une addition de force capable de le faire aller aussi une perche par seconde, & par conséquent cette addition de ces deux forces qui conspirent ensemble, doit donner au corps une vîtesse double. Si le corps en mouvement étant en B, a reçu la seconde impulsion par une force double de la premiere, il décrira après cette impulsion dans chaque seconde les espaces BE, EH, HL, &c. c'est-à-dire, qu'il aura une vîtesse triple. Si après avoir reçu la seconde impulsion avec une force égale à la premiere, pendant qu'il va avec une vîtesse double (par exemple, en décrivant l'espace BD ou DF, &c. dans une seconde) il reçoit une troisiéme impulsion (toujours dans la même direction) égale à la premiere, il ira de D en G, & ainsi de suite de G en K, &c. dans chaque seconde de tems, c'est-à-dire, avec une vîtesse triple, après trois impulsions égales, précisément autant qu'il auroit fait s'il n'avoit reçu qu'une impulsion au commencement, mais trois fois plus grande qu'on ne l'a supposée.

Planche 25. Figure 7.

12. Si pendant que le corps par la force imprimée, parcourt (par la premiere Loi) uniformément les espaces AB, BC, &c. une force égale à la force imprimée agit sur lui dans la direction LA, (c'est-à-dre, dans une direction contraire) le corps perdra



tout son mouvement. Mais si cette derniere force n'agit sur lui qu'après qu'il a reçu diverses impulsions selon la premiere direction, elle ne détruira qu'autant de mouvement que sa propre quantité de force est capable d'en produire : par exemple, si le corps après trois impulsions parcourt les espaces D G, G K, &c. c'est-à-dire, 3 perches dans une seconde, & qu'alors il reçoive une quatriéme impulsion, mais dans un direction contraire, il ne perdra qu'autant de mouvement qu'il en faut pour ne plus parcourir que deux perches par seconde, & pour continuer d'aller en avant uniformément avec cette vitesse, tout comme s'il n'avoit reçu que deux impulsions. De plus, si pendant qu'il s'avance de trois perches par seconde, il reçoit deux impulsions toute à la fois égales à la premiere, mais dans des directions contraires, l'une dans la premiere direction, & l'autre dans la direction opposée, ces forces se détruiront mutuellement, & le corps ira uniformément avec la même vitesse qu'il avoit avant ces impulsions, c'est-à-dire, à raison de 3 perches par seconde.

N. B. *On ne fait ici aucune attention à l'électricité que le corps peut avoir.*

13. Supposons maintenant que le corps se meuve uniformément à raison d'une perche par seconde, ou en décrivant les espaces A B, B C, &c. Supposons encore qu'étant en E, une nouvelle force égale à la premiere (ou à celle que le corps a alors) agisse sur lui dans la direction E *e*, ou à angles droits avec sa direction presente A L; le corps changera de direction, & décrira (comme on l'a fait voir) la diagonale E *f* du parallélograme acheve E *e f* F (*Leçon* 3. n° 85. *Leçon* 5. n°. 3.) Si la nouvelle force avoit été double, le corps auroit décrit la diagonale E *f* du parellélograme E *e f* F. Mais si elle n'avoit été que la moitié de la premiere force imprimée, le corps n'auroit parcouru que la diagouale E *φ* du parallélograme E ε ε F.

COROLLAIRE I.

Dela il suit que quelle que soit la quantité de la nouvelle force, si elle agit à angles droits, la vîtesse sera plus grande que si le corps avoit continué dans sa premiere direction rectiligne; parce que (comme on l'a fait voir *Leçon* 3. n°. 85.) le corps

par l'action des deux forces décrira la diagonale dans le même tems qu'il auroit décrit l'un des côtés du parallélograme par la la feule action de l'une des forces ; & dans les parallélogrames E φ, E *f*, E F, les diagonales font plus longues que les côtés, étant oppofés à l'angle droit (c'eft-à-dire, au plus grand angle) des triangles rectangles E F φ, E F *f*, & E F *f*, (par la 19 du L. 1. Eucl.)

N. B. *Lorfque nous employons ces mots* Force imprimée *ou* Force naturelle, *nous entendons la force que le corps a, lorfqu'il eft en mouvement, fans confidérer ce qui lui a donné le mouvement ; c'eft à-dire, que nous entendons la même chofe que* Newton *appelle* vis infita.

COROLLAIRE II.

DE LA il fuit que fi la nouvelle force agit à angles aigus, fon effet fera d'autant plus confidérable que l'angle fera plus aigu ; mais elle n'augmentera jamais la vîteffe du corps, autant que fi elle agiffoit fans angle ou dans la même direction. Par exemple, fuppofant que la nouvelle force eft égale à *la force imprimée*, & que fa direction eft dans la ligne F *g*, G F *g* fera l'angle aigu formé par les deux directions. Maintenant il eft évident que plus l'angle G F *g* eft petit, plus auffi l'angle F G *g* fera grand, & par conféquent la diagonale F *g* (qui exprime la vîteffe du corps) laquelle eft oppofée à cet angle ; mais tant qu'il y a un angle aigu en F, il y a auffi un angle obtus en G, & G F *g* fera un triangle dont un côté F *g* fera toujours moindre que les deux autres côtés F *g* & G *g* (par la 20. du 1. Euc.) qui font égaux aux deux F G & G H, par où va le corps, lorfque les deux forces agiffent dans la même direction en même-tems.

COROLLAIRE III.

IL fuit auffi que la nouvelle force peut agir fur le corps dans une telle direction qu'il n'en fera point acceleré par ce moyen, & que même il en fera quelquefois retardé. Car fi la nouvelle force ne confpire point avec la force imprimée, en agiffant à angles aigus avec fa direction, & fi elle n'agit pas avec elle à angles droits, le corps peut conferver fa vîteffe, quoique dans une direction nouvelle, & même il peut aller plus lentement



lorſque la nouvelle force agit à angle obtus. Suppoſons, par exemple, que la nouvelle force égale à la force imprimée, agiſſe lorſque le corps eſt en mouvement en K, dans la direction K *k*, en ſorte que l'angle obtus LK *k* ſoit de 120 degrés; alors la diagonale K J du parallélograme K *k l* L ſera égale au côté KL, parce que K L *l* & K *k l* ſont deux triangles équilateraux, & par conſéquent le corps aura la même vîteſſe qu'auparavant. Mais ſi (tout le reſte ſubſiſtant comme nous l'avons ſuppoſé) la nouvelle force eſt moindre que la force imprimée; ſi elle n'en eſt, par exemple, que la moitié, la vîteſſe du corps ſera diminuée; car alors K *k* repreſentant la nouvelle force, K *l* ſera la diagonale du parallélograme (qui eſt à preſent KL *l k*;) & K *l* tombant de K, qui eſt un angle d'un triangle équilatéral ſur le milieu de ſon côté oppoſé, ſera plus court qu'aucun des côtés; *donc*, &c. Si la nouvelle force étoit plus ou moins grande que la moitié dans une proportion quelconque, la vîteſſe du corps en ſeroit à la verité diminuée, mais non pas autant; car alors le point *l* tomberoit entre L *l* ou entre L *l*, & dans chacun de ces cas la diagonale ſeroit plus longue que K *l*, parce que K *l* eſt perpendiculaire à L *l*, & que cette diagonale lui ſeroit oblique, & par conſéquent plus longue, quoique toujours plus courte que le côté K L.

Si la nouvelle force avoit été plus grande que la force imprimée, par exemple double, le corps (en ſuppoſant l'angle d'application le même) auroit augmenté ſa vîteſſe par l'action de cette force; car la nouvelle force étant repréſentée par K 1, la diagonale ou vîteſſe auroit été K 2, plus longue que KL. Mais à preſent ſi la direction de cette grande force (en la ſuppoſant maintenant diminuée dans la proportion de L 2 à L K) étoit plus oppoſée à la direction de la force imprimée; c'eſt-à-dire, ſi l'angle L K 1 étoit augmenté, par exemple de 30 degrés de plus, en ſorte qu'il devînt L K 3, alors le corps ne changeroit pas de vîteſſe avec ſa nouvelle direction, parce qu'il ſuivroit la diagonale K *k* qui eſt égale à K L, & même ſi l'angle d'application étoit plus grand que L K 3, ou de plus de 150 degrés, la vîteſſe du corps ſeroit diminuée, la nouvelle diagonale devenant plus courte que K *k*. Si la nouvelle force n'étoit égale qu'à la force imprimée, & que ſa direction fût K 4, c'eſt-à-dire, ſi l'angle d'application étoit de 150 degrés, la vîteſſe du corps ſeroit diminuée de preſque la moitié, la diagonale K 5 n'étant alors qu'un peu plus

de la moitié de K l (= K L), parce qu'elle est opposée à l'angle K L 5, qui n'est que la moitié de l'angle K L l.

N. B. *Connoissant l'angle d'application & la moitié de la nouvelle force, on peut toujours connoître ce que deviendra la vîtesse du corps après l'action de la nouvelle force ; parce qu'on connoît toujours la diagonale qui la détermine ; étant un côté d'un triangle, dont les deux autres côtés, qui représentent les deux forces, sont donnés avec l'angle qu'elles font ensemble, & par conséquent on aura le 3e côté (par la 15 & 17 du L. 1. Eucl.) qui est cette diagonale. L'angle connu contient toujours le nombre de degrés qui manquent à l'angle d'application pour aller à 180. Ainsi dans le triangle* K k L, *ou* K L *&* L k (= K 3) *représentent les forces (à cause des paralléles* K 3 *&* L k) *l'angle* K L k *est égal à* J K 3 *qui est le supplément de* L K 3 *à 180 degrés ; & par conséquent la diagonale* K k *opposée à cet angle est connue.*

14. On a observé que lorsqu'un corps tombe, il décrit dans une seconde un espace égal à 16 ½ pieds d'*Angleterre* ou une perche, comme nous l'avons déja dit.* Donc la force imprimée par la pesanteur au commencement de sa chûte (en ne considérant la pesanteur que comme un coup) est capable de faire descendre le corps à raison d'une perche par seconde ; (par la 1ere Loi) si elle n'agissoit sur lui que durant la premiere seconde ; c'est-à-dire, si le corps cessoit d'être pesant pour toujours, par exemple, si le corps A (*Planche* 25. *Figure* 8.) décrit en tombant l'espace A B pendant la premiere seconde de sa chûte, & qu'il cesse alors d'être pesant, il décrira des espaces égaux à A B durant toutes les secondes suivantes ; c'est-à-dire, les espaces B c, c D, D e, e f, f G, G h, h i, i k, k L, &c. Mais comme le corps ne cesse pas d'être pesant, on doit considérer l'action de la pesanteur, comme une impulsion donnée par une nouvelle force égale à la premiere, agissant en bas lorsque le corps est arrivée en B au commencement du second tems, & le corps pendant cette seconde décrira l'espace B D, double de l'espace A B, ou égal aux deux espaces B c & c D. Ensuite si le corps cessoit d'être pesant, il décriroit uniformément Planche 25. Figure 8.

* Les corps dans la réalité ne tombent que de 16 pieds & un dixiéme dans une seconde ; mais nous prenons cet espace pour 16 pieds & demi, parce qu'une perche (qui est une mesure de 16 pieds & demi) nous donne un nombre qui évite les fractions dans les exemples de calcul que nous donnerons.

LEÇON V.



les espaces doubles D *f*, *f h*, &c. chaque seconde ; mais la pesanteur agissant aussi sur lui au commencement de la 3e seconde, lorsqu'il est en D, lui ajoute une force capable de lui faire parcourir dans une seconde un espace égal au premier A B : par conséquent il décrira 3 espaces ou perches (ou l'espace D G égal à 3 perches) dans la 3e seconde. Au commencement de la quatriéme seconde, la pesanteur agissant par une quatriéme impulsion, ajoute une nouvelle force égale à la premiere ; ce qui fait qu'il doit parcourir la longueur G L, ou quatre perches ou espaces dans la quatriéme seconde, & ainsi de suite, (n°. 11.) & ce sera là un mouvement uniformément acceleré.

Ce mouvement d'un corps ainsi acceleré dans sa chûte feroit le mouvement réel des corps qui tombent, si la pesanteur n'agissoit que par intervalles, comme nous l'avons supposé, pour aider à l'imagination : mais comme elle ne cesse pas d'agir, nous devons remplir les intervalles entre le commencement & la fin de chaque seconde ou petite partie du tems.

Planche 25. Figure 9.

Ainsi en considérant que le corps décrit l'espace A B (*Planche 25. Figure 9.*) dans la premiere seconde, nous ne devons pas seulement considérer la pesanteur comme un nouvelle force capable de faire parcourir au corps une perche de plus au commencement de chaque seconde ; mais aussi durant tout le tems de chaque seconde. Par exemple, en B au commencement de la seconde seconde, le corps ne reçoit pas seulement une impulsion additionnelle pour le porter en *d* au lieu de *c*, mais encore durant le tems de la seconde seconde, il reçoit une autre impulsion qui le porte en E au lieu de *d ;* en sorte que le corps décrit 3 perches durant la seconde seconde. De même au commencement de la troisiéme seconde lorsque le corps est en E, il reçoit encore de la gravité une impulsion au commencement de cette seconde, & une autre pendant le tems de la seconde; en sorte qu'il décrira cinq espaces E *f*, *f g*, *g h*, *h i* & *i* K durant le tems de cette troisiéme seconde. Ainsi dans le tems de la quatriéme seconde, le corps (par la même raison) décrira sept espaces ou perches de K en R, & ainsi de suite; le nombre des espaces parcourus augmentant de deux à chaque seconde; c'est-à-dire, selon la suite des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c.

Comme la plûpart de mes Auditeurs, quoique fort curieux, ne sont pas exercés dans l'Etude des Mathématiques, j'ai toujours trouvé qu'il étoit très-difficile de leur faire comprendre l'effet

de la pesanteur dans l'acceleration des corps qui tombent, par la figure des triangles de *Galilée*, sans les avoir préparés auparavant par les réfléxions que je viens de faire dans ce 14e paragraphe; mais comme cette explication n'est pas exactement vraie, j'espere que celle qui suit contentera tout le monde.

Les actions ou accelerations de toute force centripete sur un corps, sont (à mêmes distances ou à distances égales du corps central) toujours proportionnelles aux tems; c'est-à-dire, égales en tems égaux; & telles sont celles de la pesanteur (sensiblement) auprès de la surface de la terre.

Supposons qu'un corps tombe librement dans le *vuide*, & qu'il reçoive les impressions ou impulsions de la pesanteur pendant un certain tems, par exemple pendant toute une seconde; si ce tems est divisé en un grand nombre de petites parties ou intervalles (que j'appelle momens ou instans) la vîtesse du corps qui tombe augmentera uniformément ou également dans chaque instant; lesquels étant tous supposés égaux, les espaces décrits dans ces instans par la chûte du corps, seront comme les vîtesses, c'est-à-dire, comme les termes d'une progression arithmétique, telle que la suivante.

Dont le premier terme est la vîtesse du corps qui tombe, acquise à la fin du premier instant par la somme des impulsions de la pesanteur durant cet instant.

Momens ou instans.	*Vîtesses ou espaces.*
1er.	1
2e.	2
3e.	3
4e.	4
5e.	5, &c.

Le dernier terme sera la vîtesse du corps qui tombe à la fin du dernier instant de la chûte. Et de la même maniére le terme du milieu de la progression exprimera la vîtesse acquise à la fin de la moitié du tems de la chûte, par les sommes des impulsions de la pesanteur durant la moitié du tems de cette chûte. Et puisque les espaces décrits dans le même tems sont comme les vîtesses, la somme des termes de la progression exprimera tout l'espace décrit pendant tout le tems de la chûte. Mais par la théorie des progressions, tout le monde sçait que le terme moyen multiplié par le nombre des termes, donne un produit égal à la somme de la progression; c'est-à-dire, dans le cas present que la vîtesse moyenne (qui est celle que le corps a acquis à la fin de la moitié du tems de sa chûte) étant multipliée par le tems entier de la chûte, donnera un espace égal aux espaces parcourus.

par le corps pendant tout ce tems par un mouvement uniformément acceleré.

C'est-à-dire, en d'autres termes, *que si le corps s'étoit mû uniformément durant tout le tems de sa chûte avec la vîtesse moyenne qu'il a, lorsqu'il est tombé pendant la moitié de ce tems, il auroit décrit un espace égal à celui qu'il décrit pendant tout le tems, depuis qu'il est sorti de son repos, & qu'il a acceleré sa vîtesse pendant tout ce tems.*

Maintenant puisque nous avons déja dit que les vîtesses ou accelerations de la chûte d'un corps sont toujours proportionnelles aux tems, la derniere vîtesse à la fin de la chûte sera double de la vîtesse moyenne, acquise à la fin de la moitié du tems de la chûte; & par conséquent si cette derniere ou plus grande vîtesse, est multipliée par tout le tems de la chûte, le produit sera l'espace que le corps auroit décrit avec cette derniere vîtesse dans le même tems, & par un mouvement uniforme, lequel est double de l'espace décrit dans le même tems avec la vîtesse moyenne, ou ce qui est le même, lequel est égal à l'espace décrit dans le même tems par un mouvement acceleré.

Il est donc évident qu'après qu'un corps est tombé librement pendant un certain tems, il a acquis par les accelerations égales & uniformes de la pesanteur, une vîtesse telle qu'elle lui auroit fait décrire (dans un tems égal à celui de sa chûte) un espace double de celui qu'il a parcouru dans le même tems par un mouvement uniformément acceleré.

Par où l'on voit clairement de quelle maniére le mouvement des corps qui tombent est acceleré, & que les espaces qu'ils décrivent dans chacun des tems égaux, sont comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, &c. & les espaces entiers comme les quarrés des tems. Car supposons qu'un corps dans le *vuide* tombe par la pesanteur pendant le tems de quatre secondes; si l'on trouve qu'à la fin de la premiere seconde, il a décrit un espace égal à une perche, & que la pesanteur n'agisse plus sur lui, il a déja acquis par des accelerations uniformes une vîtesse à la fin de la premiere seconde, capable de lui faire décrire un espace égal à deux perches d'un mouvement uniforme pendant la seconde suivante. Mais si la pesanteur continue d'agir sur lui durant la seconde seconde, la somme de ses actions ou impulsions sera (auprès de la surface de la terre où la distance au centre n'est pas sensiblement alterée) égale à celle des impulsions dans la premiere seconde, & par conséquent



conféquent le corps décrira trois perches dans la feconde fuivante. Mais pour trouver la vîteffe du corps à la fin de la feçonde feconde, nous devons confidérer que puifque par la pefanteur il a acquis une vîteffe uniforme de deux perches par feconde, il aura par les actions ou impulfions reçues pendant une feconde, une vîteffe double, c'eft-à-dire, de quatre perches par feconde, après fa chûte & après qu'il aura été pouffé par la pefanteur pendant deux fecondes de tems ; en forte que dans la troifiéme feconde (au lieu de quatre perches qu'il auroit décrit, fi la pefanteur avoit ceffé d'agir) il en décrira cinq, parce que durant cette troifiéme feconde, les impulfions de la pefanteur font encore fuppofées égales à celles que le corps a reçu dans la premiere. De la même maniére & pour la même raifon fi la pefanteur ceffoit d'agir, après avoir agi pendant trois fecondes, le corps auroit une vîteffe qui lui feroit décrire fix perches dans une feconde (triple de deux perches par feconde, qui eft la vîteffe que la pefanteur donne par les impulfions dans une feconde;) mais la pefanteur agiffant comme auparavant pendant la quatriéme feconde, le corps par l'addition où fommes de toutes ces impulfions réunies décrira fept perches ; en forte que les tems & les efpaces feront comme on va voir.

Nombre de chaque feconde particuliere.

1 = 1ere.	. . . .	1	*Perches ou efpaces parcourus dans chaque feconde.*
1 = 2e.	. . . .	3	
1 = 3e.	. . . .	5	
1 = 4e.	. . . .	7	
4 fecondes	. . . .	16 perches.	

On voit évidemment par cette progreffion que les efpaces entiers depuis le commencement de la chûte, font comme les quarrés des tems employés à les parcourir pendant la chûte des corps ; car dans une feconde les efpaces parcourus font 1 perche ; dans deux fecondes, $1 + 3 = 4$ perches (2×2) ; dans trois fecondes, $1 + 3 + 5 = 9$ perches (3×3); & dans quatre fecondes, $1 + 3 + 5 + 7 = 16$ perches (4×4). Il eft donc vrai que les efpaces parcourus par les corps qui tombent font en raifon doublée des tems ou des vîteffes ; & au contraire que les tems ou de la chûte ou les vîteffes acquifes à la fin de ces tems, font en propor-

LEÇON V.



tion sous doublée des espaces, ou comme les racines quarrées de ces espaces.

C'est ainsi que les corps tombent réellement par un mouvement acceleré par la force de la pesanteur, si l'on fait abstraction de la resistance de l'air que nous considérerons dans la suite.

N. B. *Tous les corps tombent également vîte dans les endroits où il n'y a point d'air, comme on l'a prouvé par l'expérience d'une piece d'or & d'une plume qui tombent dans le même tems de la même hauteur dans un recipient dont on a pompé l'air.* *

* Leçon 1. n°. 8.

15. CE que nous avons fait voir (pied à pied) de l'effet de la pesanteur sur les corps qui tombent, peut se démontrer autrement d'après *Galilée* en cette maniére : comme les corps (faisant abstraction de la resistance de l'air, ainsi que nous l'avons dit) augmentent leur vîtesse en tombant selon le tems pendant lequel ils tombent, *Galilée* représente les tems & les vîtesses par des lignes égales qu'il joint à angles droits ; & ensuite joignant leurs autres bouts par une troisiéme ligne droite, il forme un triangle rectangle, dont cette derniere ligne est l'hipothenuse, pour représenter l'espace parcouru par la chûte dans un certain tems. A B, par exemple, (*Planche 25. Figure 10.*) represente le tems ; B V représente la vîtesse, & le triangle A B V l'espace parcouru durant ce tems-là, par exemple d'une perche, si ce tems est d'une seconde. Maintenant si le tems est double A C le représente & alors la vîtesse étant aussi double, la ligne C V la représente encore ; menez V A & le grand triangle A V C represente l'espace parcouru dans la chûte pendant ce tems-là ; lequel plus grand espace étant divisé en triangles égaux au premier A B V, on verra qu'il en contient quatre. Donc puisqu'un corps tombant pendant une seconde de tems parcourt l'espace d'une perche, le même corps tombant pendant deux secondes décrira l'espace de quatre perches. Si le tems avoit été A D (= trois secondes) la vîtesse auroit été D *v* = A D, & l'espece A *v* D = 9 perches, ou 9 fois le premier espace. De même, si le tems étoit A E = quatre secondes, la vîtesse seroit E *u* quadruple de B V, & tout l'espace A *u* E qui contient seize fois le premier A V B.

Planche 25. Figure 10.

COROLLAIRE I.

De là il suit que si l'on multiplie les tems par les vîtesses, ou si l'on quarre les tems & les vîtesses, on aura le nombre des espaces (égaux au premier) que le corps a parcouru durant toute sa chûte : comme ici les tems étant 4 & les vîtesses 4, les espaces parcourus sont 16.

COROLLAIRE II.

De là il suit aussi que si l'on marque les tems (ou le nombre des secondes) comme le designent dans la figure les nombres 1, 2, 3, 4; on aura vis-à-vis de chacun des nombres particuliers, autant de petits triangles que le corps aura parcouru d'espaces, pendant la partie du tems exprimée par ce nombre. Par exemple, il y a à main droite un triangle vis-à-vis le nombre 1, trois vis-à-vis 2, cinq à côté de 3, & sept à côté de 4, & pour connoître combien de perches un corps parcourt dans sa chûte pendant une seconde déterminée ou une partie du tems, par exemple, dans la dixiéme seconde, sans tracer la figure, il faut chercher combien de perches sont parcourues par le corps dans tout ce tems, comme ici en dix secondes; ensuite combien il en a parcouru dans neuf secondes, & ôter le dernier nombre du premier, $10 \times 10 = 100$, nombre des espaces en dix secondes; $9 \times 9 = 81$, nombre des espaces en secondes; ôtant de 81 de 100, il reste 19 espaces ou perches parcourues dans la dixiéme seconde.

COROLLAIRE III.

C'est aussi une conséquence de ce que nous avons dit que lorsqu'un corps a parcouru dans sa chûte un certain espace par un mouvement uniformément acceleré, il a acquis une vîtesse qui le rend capable de parcourir un espace double dans le même tems, si la pesanteur cessoit d'agir, ou si son effet étoit détruit de quelque maniére que ce fut, ou si la direction du corps se changeoit de verticale en horizontale. Par exemple, lorsque le corps dans le tems AB décrivant par sa chûte un espace représenté par le triangle AVB a acquis la vîtesse BV, si la pesanteur cesse d'agir, il ne reçoit point d'augmentation à la vîtesse; quoiqu'il continue de tomber peu dans le tems

LEÇON V.



Planche 25. Figure 10.

BC = AC; en forte qu'on peut repréfenter tout le tems par toute la ligne AC ; cependant la vîteffe ne fera plus repréfentée par ligne égale CV, mais par la ligne C*k* égale à BV vîteffe que le corps avoit lorfqu'il a ceffé d'accelerer fon mouvement; pour connoître donc combien le corps a parcouru d'efpaces dans le tems BC = AC par un mouvement uniforme, il faut multiplier BC par C*k* = BV vîteffe invariable du corps, & nous aurons le rectangle BVC*k*, contenant deux triangles égaux chacun à AVB, c'eft-à-dire, que le corps décrira deux efpaces en fe mouvant d'un mouvement uniforme dans le tems BC égal à AB, pendant lequel le corps n'a décrit qu'un efpace par le mouvement acceleré. De même fi le corps ayant parcouru par fa chûte quatre efpaces pendant le tems AC, & ayant acquis à la fin de ce tems la vîteffe CV; cette vîteffe n'eft plus augmentée & fi le corps continue de defcendre pendant le tems CE égal à AC, il décrira 8 efpaces au lieu de 12 qu'il auroit décrit par fa chûte, fi fa vîteffe avoit continué d'augmenter; en forte qu'elle feroit devenue E*u* à la fin du tems CE; mais comme elle n'eft alors que E*e*, égale à fa vîteffe CV au commencement du tems CE, nous devons multiplier le tems CE par VC ou E*e* viteffe uniforme, & nous n'aurons que le rectangle VCE*e* qui contient 8 efpaces, au lieu du trapeze CV*u*E qui en contient 12. Cela devient fenfible lorfqu'on change la direction du mouvement d'un corps de verticale en horizontale; car la pefanteur n'agiffant que perpendiculairement ne peut ni accelerer ni retarder le corps dans fon mouvement horizontal.

N. B. *Nous apprendrons dans la fuite de quelle manière cela peut fe faire.*

COROLLAIRE IV.

On peut auffi conclure de ce qui a été dit, que la pefanteur n'agit pas par intervalles (quoique nous l'ayons expliquée d'abord dans cette fuppofition, pour la faire mieux comprendre ;) car fi cela étoit, après chaque impulfion le corps auroit une vîteffe uniforme, quoique plus grande qu'auparavant, & après avoir parcouru un certain efpace, il n'auroit pas une vîteffe capable de lui faire parcourir un efpace double dans le même tems, lorfque la vîteffe cefferoit d'agir, mais feulement un efpace égal au premier.



Par exemple, selon la méthode de *Galilée*, le triangle A C B (*Planche* 25. *Figure* 11.) représente l'espace parcouru par la chûte dans une partie du tems, comme dans une seconde, dans le tems A B avec une vîtesse *naissante* (ou qui ne fait que de commencer) en A commencement de la seconde; au lieu que si un corps décrivoit en tombant une perche par une impulsion ou par un coup, sa vîtesse seroit au commencement égale à A D, & elle continueroit de même pendant tout le tems; en sorte qu'à la fin de la seconde, elle ne seroit que B V égale à A D, & la moitié de B C, & par ce moyen sans une nouvelle impulsion, elle ne porteroit point le corps en bas une perche de plus dans une autre seconde; car alors le tems étant multiplié par la vîtesse ne produiroit que le rectangle A D V B égal au triangle A C B, parce qu'il est de la même hauteur, & qu'il a la moitié de sa base. (par la 41. 1. Euclide.)

Planche 25. Figure 11.

16. Si la direction de la chûte d'un corps est tellement changée qu'il soit porté directement en haut, en commençant ce mouvement avec toute la vîtesse qu'il a à la fin de sa chûte, il montera (par un mouvement uniformément retardé) exactement à une hauteur égale à celle d'où il est tombé, & l'on verra dans la figure les espaces qu'il décrira dans chaque partie du tems vis-à-vis les nombres qui représentent ces parties du tems. Si par exemple le corps est tombé dans quatre secondes, il aura parcouru 16 perches dans sa chûte, & il aura acquis la vîtesse E *n* (*Planche* 25. *Figure* 10.) capable de lui faire parcourir 32 perches dans le même tems par un mouvement uniforme; mais comme la pesanteur agit contre lui lorsqu'il monte, elle détruit tout son mouvement dans le tems qu'il s'éleve seulement de 16 perches : car c'est la même chose de faire mouvoir un corps en bas depuis le repos jusqu'à 16 perches pendant un certain tems, que de détruire la moitié de la force qui étoit capable de porter un corps en haut à 32 perches dans le même tems. La même chose se démontrera aussi en considérant tout le tems, comme divisé en petites parties, & observant la diminution uniforme du mouvement du corps. Par exemple, si le corps est poussé en haut, & que l'on considére les espaces qu'il parcourt dans chaque seconde; la vîtesse donnée au corps jetté en haut, étant celle avec laquelle dans le tems E D, (qui sera maintenant la premiere seconde du tems) il parcourt sept perches, dans la seconde suivante il n'en décrira

Planche 25. Figure 10.

LEÇON V. que 5 ; parce que la pesanteur lui donne une impulsion en bas au commencement, & pendant la seconde seconde, capable de lui faire décrire en descendant deux espaces ou deux perches, ce qui (en d'autres termes) se réduit à détruire deux des 7 espaces, que le corps auroit parcouru dans ce tems-là. De même au lieu de parcourir 5 espaces dans la 3e seconde, la pesanteur en détruisant deux, le corps n'en décrira que 3 ; & dans la 4e seconde, (qui est la derniere de son élevation) au lieu de parcourir 3 espaces, il n'en décrira qu'un pour la même raison, & alors le corps sera en repos pendant un moment indivisible de tems. Depuis le point de repos le corps recommence à descendre par un mouvement acceleré dont on a déja parlé, & il viendra précisément dans le même espace de tems au point d'où il étoit monté.

SCHOLIE.

Planche 24. Figure 12.

Si un corps au lieu de monter dans la ligne A B s'éleve à la même hauteur dans les lignes droites inclinées A C ou A E, ou dans les courbes A *a* C ou A *e* E, il viendra en bas dans le même tems dans les lignes droites C D ou E F, ou dans les courbes C *c* D ou E *f* F. Car nous avons déja fait voir que lorsqu'un corps est poussé par une force qui le porte dans la ligne A B dans un certain tems ; si une autre force A *g* agit sur lui, le corps décrira la diagonale A C du parallélograme A B C *g* dans le même tems ; & nous avons aussi fait voir qu'il décriroit la courbe A *c* C dans le même tems de A en C. Maintenant puisque la force de la pesanteur dans la direction B A, qui détruit le mouvement du corps qui s'éleve, est égale à la force de la pesanteur qui agit dans la direction C *g*, pour faire tomber le corps de son point de repos C, les forces C E & C *g* seront égales à A *g* & A B, & par conséquent la diagonale rectiligne C D ou curviligne C *c* D, sera parcourue dans le même tems que les lignes A C & A *a* C. On doit dire la même chose des lignes A E & A *c* E comparées avec E F & E *f* F.

N. B. *Lorsque nous poussons un corps directement en haut, & qu'il retombe au même point de la terre d'où il étoit parti ; il décrit réellement deux lignes telles que* A C *&* C D *de* A *en* B *par le mouvement que la terre lui donne de l'Est à l'Ouest ; mais si nous le poussons obliquement en haut, il décrit les deux courbes* A C, C D,

ou la parabole ACD, *ou tout autre parabole, telle que* AEF, *selon l'angle de direction qu'il prend.*

COROLLAIRE I.

Dela il suit qu'on peut dans chaque tems connoître à quelle hauteur un projectile, comme une bombe ou un boulet de canon, &c. (soit qu'il soit poussé directement ou obliquement) s'est élevé. Car si l'on prend le tems entre le moment où l'on met le feu au mortier, & celui où la bombe tombe, la moitié de tems sera celui de la chûte de la bombe. Quarrés le nombre des secondes contenues dans ce tems, & vous aurez les perches ou espaces parcourus dans la hauteur perpendiculaire. Par exemple, s'il s'est écoulé 20 secondes depuis qu'on a mis le feu au mortier jusqu'à la chûte de la bombe, la moitié de ce tems sera 10, le quarré de 10 est 100, & ces 100 perches multipliées par 16 & demi, donneront la plus grande hauteur de la bombe en pieds, c'est-à-dire 1650 pieds.

N. B. *Nous faisons toujours abstraction de la résistance de l'air, que nous considérerons dans la suite en faisant qu'on y ayeégard, comme on le doit, & nous prenons aussi* $16\frac{1}{2}$ *pieds pour* 16, *par la raison donnée ci-devant.*

COROLLAIRE II.

Dela il suit aussi que connoissant le poids d'un corps & la hauteur d'où il tombe, on peut connoître le coup qu'il donnera; c'est-à-dire, le *moment* qu'il aura à la fin de sa chûte; car la racine quarrée des espaces donnera toujours la vîtesse, laquelle étant multipliée par la masse ou poids du corps, nous donne son *momentum.* (Leçon 2. N. 3.)

Quelques-uns se sont imaginés que le corps qui tombe à un *moment*, & frappe un coup proportionnel à la hauteur d'où il tombe; par exemple, qu'une livre tombant de 4 pieds de hauteur à quatre fois plus de *moment* qu'elle n'auroit en ne tombant que d'un pied de hauteur. Mais leur erreur consiste à ne pas faire attention au tems; car un corps employe le double du tems à tomber de 4 pieds qu'il employeroit à tomber de deux pieds, en sorte que sa vîtesse n'est que double dans le premier cas. Il est vrai que si un corps pouvoit décrire 4 espaces en tombant, ou parcourir

LEÇON V. dans une direction quelconque 4 espaces, pendant qu'un autre corps d'une masse égale n'en parcourt qu'un seul; il auroit alors quatre fois autant de *moment*, & par conséquent son effet seroit quadruple. D'autres conviennent que la vîtesse est comme la racine quarrée des espaces; mais ils prétendent que le *momentum* n'est pas comme le produit de la masse par la vîtesse du corps qui se meut, mais comme la masse multipliée par le quarré de la vîtesse; ils tâchent d'appuyer cette opinion par plusieurs expériences & par divers raisonnemens, dont j'examinerai quelques-uns dans les notes. * Je dirai seulement ici*, que quoique je ne pense pas que les expériences des corps durs qui tombent sur des substances molles (que nous décrirons plus au long dans la suite) soient concluantes à l'égard des *momens* de ces corps; cependant elles prouvent fort bien, que les substances qui cedent ou les corps mous sans ressort, plient sous le coup du même corps qui les frappe, à proportion du quarré de sa vîtesse, & de-là on peut tirer des conséquences très-utiles que l'on peut appliquer à la pratique des méchaniques.

* Note 2.

En expliquant l'action de la pesanteur sur les corps qui tombent, nous l'avons considérée comme agissant toujours sur les projectiles avec la même force, quoiqu'elle soit certainement plus foible dans son effet lorsque le corps sur lequel elle agit est plus élevé au-dessus de la terre, comme nous l'avons fait voir dans la 11e note sur la *Leçon* 1. car la pesanteur, (c'est-à-dire, sa force acceleratice) décroît comme les quarrés des distances au centre de la terre croissent. Mais comme la plus grande hauteur à laquelle nous pouvons (même avec la poudre à canon) pousser les corps n'a point de proportion avec la distance au centre de la terre, (en étant à peine une 2000e partie) nous ne pouvons avoir aucun égard à ce décroissement de la force de la pesanteur, sans en prendre trop, puisque la différence est insensible.

17. Si la force de la pesanteur étoit plus grande ou plus petite qu'elle ne l'est ici, les corps en seroient accelerés dans leur chûte de la même maniere que nous l'avons expliqué; la seule différence seroit que les espaces, que le corps décrit en tombant dans le même tems, seroient plus grands ou plus petits à proportion. Si la force de la pesanteur étoit 4 fois plus grande, un corps tomberoit de 4 perches dans la premiere seconde de la chûte;

chûte ; & si la force de la pesanteur étoit quatre fois plus petite, (comme elle le seroit si le corps étoit porté à la hauteur de 4000 milles, ou plus éloigné du centre de la terre, que nous ne le sommes, de la distance d'un demi diametre de la terre,) ce corps ne tomberoit que d'un quart d'une perche dans la premiere seconde de sa chûte, (*Leçon* 1. *Note* 11.) Et si nous trouvons par observation, que dans une partie de la surface de la terre un corps en tombant ne décrit pas un espace aussi grand qu'une perche dans une seconde ; nous pouvons être sûrs que la force de la pesanteur est moindre dans cet endroit là, que dans le pays où nous sommes, & où les corps parcourent en tombant une perche dans une seconde. Or cette observation a été faite fort près de l'équateur, ou par les expériences que l'on a faites sur les pendules, on voit que les corps ne parcourent pas en tombant, une perche dans une seconde ; & delà il suit que la force de la pesanteur y est moindre que dans des latitudes plus grandes ; ce qui arrive à cause que la surface de la terre est plus élevée, (c'est-à-dire, plus éloignée du centre dans ces endroits-là, qu'elle ne l'est aux poles,) d'environ 31 milles ; & en partie, parce que l'augmentation de la force centrifuge détruit plus de l'action de la pesanteur auprès de l'équateur, que vers les poles. Mais je traiterai plus à fonds cette matiere dans un autre endroit. En attendant je renvois les Curieux aux *Principes de Newton*, Livre 3. Prop. 20. & aux Transactions Philosophyques, N°. 386, 387 & 388. Leçon V.

18. Lorsqu'un corps descend sur un plan incliné, il ne peut pas descendre avec toute sa pesanteur, parce que le plan en soutient une partie, & cela à proportion de la longueur du plan à sa hauteur, (ou du *rayon* au *sinus* de l'angle d'inclinaison) comme on l'a fait voir dans la septiéme *Note* sur la troisiéme *Leçon*. Mais alors la partie du poids qui n'est pas soutenu par le plan, ou la pesanteur *relative*, étant toujours de la même quantité, parce que chaque partie du plan a la même inclinaison, elle sera cause que le corps qui roule en bas accelerera son mouvement de la même maniere qu'un corps qui tombe librement en bas, mais non pas aussi vîte ; ou de la même maniere que les corps tomberoient librement, si la force de la pesanteur étoit d'autant plus petite.

Construction.

Planche 25. Figure 13.

Sur une ligne droite horizontale comme CB, élevez une perpendiculaire en C, & faites AB hypothénuse du triangle ABC (qui doit représenter un plan incliné) égal en longueur à deux fois la hauteur ou perpendiculaire AC. Divisez AB en quatre parties égales, marquées par les points D, F, G, & de même AC en quatre parties égales marquées par les points E, H, J. Menez ED & CD.

Si AF, EH, HJ & JC, sont les quatre espaces (ou verges) qu'un corps en tombant parcourt dans deux secondes, AE sera un espace que ce corps parcourt dans une seconde. * Maintenant si la force de la pesanteur n'étoit que la moitié de ce qu'elle est, le corps au lieu de descendre de A en C dans deux secondes, ne descendroit que de A en H. Soit posé ce corps sur le plan AB, & alors il sera tellement soutenu par le plan, qu'il descendra vers B, avec seulement la moitié de son poids; c'est-à-dire, qu'il perdra la moitié de son poids, & qu'il n'ira pas plus vîte sur le plan, qu'il l'auroit fait dans la ligne AC, s'il étoit tombé librement, & que la force de la pesanteur n'eût été que la moitié de ce qu'elle est. Donc le corps roulant sur le plan incliné, ne descendra qu'en D, qui est un point de même niveau (ou aussi près du centre de la terre) que E, dans deux secondes. Au lieu que s'il n'avoit pas été soutenu par le plan, il auroit décrit quatre espaces, ou seroit tombé en C. Il a donc en D la même vîtesse qu'un corps qui tombe librement de A doit avoir en E; mais (dans ce cas) il reste deux fois aussi long-tems à acquerir cette vîtesse. Si le corps, lorsqu'il est venu en bas en D, continue de se mouvoir le long du plan incliné, il décrira par les raisons déja alleguées les trois espaces suivant égaux DF, FG, GB dans les deux suivantes secondes de tems, précisément comme un corps qui tombe librement dans la ligne AC, le feroit, si la force de la pesanteur étoit réduite à la moitié, ou comme un corps le fera avec toute la force de la pesanteur dans la moitié du tems, & la vîtesse du corps qui roule, lorsqu'il est en B, sera aussi grande que celle du corps en C; mais il restera d'autant plus long-tems à l'acquerir, que la ligne AB est plus longue que AC.

* Note 14. 15.

N. B. *On trouvera une solution plus géométrique de ceci dans le* 37[e]. *Théoréme du* Docteur Jean Keill, *dans son* Introductio ad veram Physicam.

COROLLAIRE. I.

DE LA il suit que quelle que soit l'inclinaison du plan, le corps aura la même vîtesse lorsqu'il sera arrivé en bas, qu'il auroit eu s'il étoit tombé le long de la perpendiculaire; & si l'on prend deux points (comme E & D, H & F, J & G) dans la même ligne horizontale, l'un sur le plan incliné, & l'autre sur la perpendiculaire, le corps aura la même vîtesse dans tous les deux, quoiqu'elle soit acquise en différents tems. Car si le plan est moins incliné, la pesanteur relative qui porte le corps en bas sera plus grande, & accelerera le corps d'autant plus vîte, que le plan est plus court; au lieu que si le plan est plus incliné ou plus long, l'accéleration en sera plus lente.

COROLLAIRE II.

DE LA il suit aussi, que si l'on mene une perpendiculaire d'un point de la ligne où un corps tombe librement sur le plan incliné, elle marquera le point du plan incliné où un autre corps arriveroit dans le même tems, s'ils avoient tous deux commencé à tomber du même point : c'est-à-dire, où CD, qui part du bas de la verticale AC sur le plan en D, (auquel on a fait voir qu'un corps arriveroit sur le plan, dans le même tems qu'il seroit tombé librement en C) est perpendiculaire au plan AB. Car si la construction AB est double de AC, & AC de AD, & l'angle CAD commun aux triangles CAB & CAD. Ils sont donc semblables (*par* la 6. du 6. *Eucl.*) Donc CR est perpendiculaire à AD.

COROLLAIRE III.

IL est de même évident, que si un corps tombe dans un arc de cercle, il aura la même vîtesse en bas, que s'il étoit tombé dans la perpendiculaire, parce qu'on doit regarder un arc de cercle comme un nombre infini de plans différemment inclinés.

19. LA théorie des pendules se tire naturellement de ce que



nous avons expliqué ſur la chûte des corps ; mais comme il y a certaines choſes dans cette théorie qui exigent l'intelligence de la troiſiéme Loy du Mouvement, nous en renvoyons l'explication après que cette Loy aura été expliquée. En attendant, je vais rendre compte des inſtruments méchaniques dont je n'ai pas parlé dans la ſeconde Leçon, (lorſque j'ai donné la deſcription des machines ſimples, qu'on appelle communément, mais par erreur, *Puiſſances Méchaniques*) : parce que les principes développés dans cette Leçon ne ſuffiſoient pas, ſans la connoiſſance de la premiere & ſeconde Loy de Nature.

20. Les ſept machines ſimples ou inſtruments méchaniques que j'ai expliqué dans ma ſeconde Leçon, ne ſont que des inſtruments deſtinés à la même opération par différents moyens ; ſçavoir, pour faire agir les puiſſances, ou pour employer les forces de certains corps, enſorte qu'elles ſoient appliquées à mouvoir d'autres corps, ou à tranſmettre ou regler la puiſſance d'un corps à un autre. Les inſtruments que je vais décrire ont auſſi la même deſtination, & l'on peut par conſéquent les appeller inſtruments méchaniques : mais la différence dans leur action eſt celle-ci : dans les machines ou inſtruments déja décrits, on perd une grande partie de la force des hommes, ou des autres animaux, &c. (c'eſt-à-dire, de l'intenſité de la puiſſance) par le frottement, en s'attachant aux parties de la machine, en faiſant effort, & portant ſur elles, & en leur cedant, & la force des hommes qui y eſt employée, n'agit que par dégrés, avec les pertes dont je viens de parler. Mais dans les machines que je vais décrire, la puiſſance eſt ramaſſée, & portée d'un corps à l'autre avec peu ou point de perte, par une accumulation qui continuë dans la même ligne.

21. Si un homme qui peſe 140 livres, preſſe un levier avec tout ſon poids, ou agit avec une force égale à ſon poids, ſur un levier ou bras de balance diviſé en deux parties égales par ſon centre de mouvement, il lui eſt impoſſible de ſurmonter une réſiſtance plus grande que 140 livres ; quand il agiroit ſur ce bras un jour entier avec toute ſa force, parce que la puiſſance ou force de cet homme eſt détruite auſſi-tôt qu'elle a été employée ; mais s'il peut communiquer ſa force par dégrés à un corps qui la conſerve toute entiere, & qui puiſſe dans un moment déployer

la somme de toutes les impulsions que l'homme lui a donné en différents tems, alors toute la force du corps ainsi ramassée, & pour ainsi dire condensée, fera tout-à-la-fois ce qu'un homme n'auroit jamais pu faire avec une machine ordinaire. LEÇON V.

Tel étoit le *belier* des Anciens, composé d'une grande poutre (tel que nous l'avons décrit dans la troisiéme *Note* sur la seconde *Leçon*,) & d'une tête de métal à l'un de ses bouts, laquelle étoit de cuivre ou de fer, on avoit trouvé différents moyens de le soutenir, & par la force réunie de plusieurs hommes, on le faisoit mouvoir avec la tête de métal en avant, jusqu'à ce qu'ayant reçû & conservé toutes les impressions excessives de la force des hommes, (qui étoit toute employée à mouvoir le belier en avant, parce que son poids étoit suspendu par des cordes ou chaînes à une distance au-dessus de celle qui lui étoit necessaire pour se mouvoir librement,) il acqueroit peu à peu un certain dégré de vîtesse: & avec ce dégré de vîtesse il rencontroit ou frapoit les murailles ou fortifications de Villes ou Châteaux, & par ce moyen il les brisoit ou les renversoit.* Cette machine est accelerée par la force des hommes dans une direction horizontale, de la même maniere que les corps qui tombent sont accelerés par la pesanteur dans une direction verticale. L'homme donc qui seroit incapable de surmonter une résistance plus grande que 140 livres, par les instruments méchaniques ordinaires, peut le faire avec un corps pesant qui est agité horizontalement, de maniere qu'il peut lui donner un mouvement acceleré, jusqu'à ce qu'il frappe l'obstacle; c'est-à-dire, qu'il peut le faire par le moyen d'un petit belier. Et s'il étoit question d'avoir une force imprimée vers le bas, il surmonteroit la résistance avec le *mouton*, qui est un corps pesant dont on se sert pour enfoncer les pilotis dans la terre, dans lequel appliquant successivement sa force contre la pesanteur, (c'est-à-dire, en élevant le corps à une certaine hauteur,) le mouton se met dans une situation à pouvoir recevoir de la pesan-

* Il n'y a point de doute que la premiere invention du *belier* ne fût copiée de la nature plûtôt que des raisonnements mathématiques, c'est-à dire, en observant ce que le belier faisoit par instinct. Si cet animal a poussé inutilement avec sa tête un obstacle par le moyen des muscles qui étendent ses jambes, ses pieds de derriere étant fortement fixés contre la terre, il fait une seconde tentative; & par un coup subit de sa tête, il éloigne l'obstacle qui lui résistoit trop auparavant: dans ce cas il se retire après si loin, qu'il est en état d'accelerer son mouvement, autant que ses muscles peuvent agir en courant, & par ce moyen il donne un coup prodigieusement fort avec sa tête armée par cette force accumulée contre l'objet ou l'animal qu'il attaque, ses cornes étant tellement fixées sur sa tête, qu'il ne ressent aucune douleur par la secousse.

teur un mouvement acceleré, avant que d'agir sur la résistance; ce qu'il fait à la fin avec une grande force, parce que la même quantité de matiere auroit une grande vîtesse, laquelle seroit d'autant plus grande, qu'il auroit employé plus de tems à tomber, à raison de la hauteur où il avoit été élevé.

N. B. *On auroit tort d'alleguer ici qu'un homme, qui ne peut pas élever un poids, ou surmonter une résistance un peu plus grande que 140 livres, avec la force 40, par le moyen d'un levier ou d'un fleau, dont les* bras *sont égaux, le peut en appliquant sa puissance plus loin du centre du mouvement; car nous supposons ici le poids ou l'intensité de la résistance toujours un peu plus grande en proportion avec la puissance, que dans la raison réciproque des distances : c'est-à-dire, que nous supposons dans cette comparaison un cas impossible dans l'usage commun des instruments méchaniques.*

22. Le maillet ou le marteau, qui est un corps ou masse de bois ou de métal, dirigée ou muë circulairement, ou dans une ligne courbe par le moyen du manche, ensorte qu'il reçoit par dégrés une certaine vîtesse, & qu'il a par ce moyen une force de mouvoir les autres corps, ou de faire sur eux des impressions, participe aux deux instruments précedents, en ce qu'il reçoit une force accumulée du bras qui le met en mouvement, & en même-tems de la pesanteur, lorsqu'on s'en sert pour frappert en bas.

Quoiqu'il se meuve circulairement, le coup qu'il donne est en ligne droite, sçavoir dans la tengente à la courbe qu'il décrit, précisément au point de la courbe où se fait le coup, parce que tous les corps qui se meuvent dans une courbe, font effort pour s'échaper dans la tangente à cette courbe, comme nous l'avons déja fait voir. (N°. 5.)

23. Le volan, (dont j'ai déja examiné quelques usages dans la quatriéme Leçon,) est un instrument par le moyen duquel le corps qui se meut est forcé de circuler ou de se mouvoir autour d'un centre ou d'un axe, & devient par-là capable d'accumuler les puissances qui lui sont imprimées par dégrés, aussi long-tems qu'il est nécessaire. Cet instrument différe du marteau & du maillet, de la même maniere que le cabestan différe du levier: car tandis que le levier ne peut élever ou éloigner le corps que dans un espace fort court, le cabestan peut faire cette operation

dans un espace donné : de même le marteau ou le maillet ne peut recevoir qu'autant de fòrce qu'on peut lui donner dans la partie d'un arc de cercle, ou dans une ligne droite d'une courte longueur, au lieu que le volan peut acquerir sa force par accumulation dans plusieurs révolutions, & ainsi il devient capable de recevoir une puissance & une vîtesse donnée, & il peut l'employer sur un autre corps d'une maniere déterminée. LEÇON V.

24. CET instrument méchanique joint à la vis, compose une puissante machine, par laquelle on imprime des Figures sur les Monnoyes & Médailles, qui exigent une force également prodigieuse & réguliere. Dans cette machine les puissances sont accumulées par trois instruments méchaniques. 1°. Par le volan, dans lequel la force de l'homme qui se meut, est accumulée dans les poids qui sont à son extrémité. 2°. Cette puissance accumulée est condensée & imprimée sur le cylindre de la vis, par le moyen des *rayons* qui sont au volan; ce sont deux leviers qui servent à condenser la même puissance dans une proportion donnée. 3°. Cette puissance ainsi communiquée au cylindre, accumulée & condensée, est encore condensée par l'enchancrure de la vis dans une proportion donnée; & ainsi toute la puissance, (ou toutes les puissances successives) employées par l'homme qui meut les poids du volan, est accumulée & condensée dans la derniere impulsion, qui se fait sur la Médaille.

25. ON peut regarder le *pendule circulaire* comme analogue au volan. C'est un instrument méchanique, par lequel on peut accumuler le mouvement dans le corps ou dans son poids : il est suspendu par une corde d'un centre qui est au-dessus, & elle le tient à une distance convenable de ce centre.

Par le moyen de cet instrument, le poids qui doit être mû par la force imprimée, est plus libre pour recevoir & retenir la puissance accumulée, & il n'a aucun des premiers empêchements du volan, sçavoir le frottement & le déperissement des pivots ou des tourillons; il n'est sujet qu'au dernier, qui est l'empêchement de l'air ou du milieu dans lequel il se meut, lequel est aussi moindre, parce que la corde où le poids est suspendu, est moindre que les bras ou branches du volan : Et delà vient que cet instument conserve la force imprimée beaucoup plus long-tems que l'autre, sçavoir le volan, & qu'il continue plus long-tems dans son mou-

LEÇON V. vement : Lorsqu'il a été mis entrain, il continue souvent de se mouvoir pendant plusieurs heures de suite ; & si l'on calcule la longueur de l'espace spiral où il se meut, on trouvera qu'elle monte à plusieurs milles de longueur. *Mais n'ayant pas encore rendu compte du pendule simple ou commun, je différe de traiter plus au long du pendule circulaire, jusqu'à ce que j'aye expliqué le pendule simple.*

26. LE dernier de ces sortes d'instruments, que je prétends décrire à present, est la *fronde ;* car le ressort dépend dans son action de la *troisiéme Loy du Mouvement*, & par conséquenr je ne puis en parler que lorsque j'aurai expliqué cette Loy. La fronde donc est un instrumenr qui sert par le moyen des cordons, à porter par dégrés la force d'une main qui se meut dans un petit cercle, jusqu'à un corps retenu par ces cordons, en le faisant mouvoir dans un plus grand cercle autour du même centre, jusqu'à ce qu'elle ait entierement accumulé toute la puissance de la main, ou la quantité que l'on en veut prendre, & alors elle le décharge avec la direction & la détermination proposée. Cet instrument participe au volan & au pendule circulaire ; car comme le volan, il peut recevoir une accumulation de puissance par plusieurs révolutions, & comme le pendule circulaire, il est exempt du frottemenr des pivots & des tourillons ; & il ne perd de la force qui lui est appliquée, que celle qui est nécessaire pour vaincre la résistance de l'air.

IL seroit trop long de décrire les différentes inventions dont les Anciens & les Modernes ont fait usage pour appliquer cet instrument. Il suffit de remarquer que l'on peur les réduire tous à la fronde commune, qui est la plus simple, & dont la puissance & l'effet peuvent se réduire aussi aisément au calcul géométrique, qu'aucun des autres instruments dont j'ai déja parlé : n'y ayant qu'un seul principe commun à tous, qui consiste à trouver quelle est la vîtesse du corps précisément à l'instant où se fait la percussion, * ou de la machine qui est mise en usage. Car comme on suppose toujours le poids du corps ou de l'instrument connu, on n'a qu'à le multiplier par la vîtesse, & on aura le *momentum* du corps qui doit être mû, (Leç. 2. N°. 2. 3.) & l'on sçaura par conséquent l'effet que la machine peur produire en agissant sur un corps, pour l'arrêter, le pousser, le rompre ou le fraper, ensorte

* Note 4.

qu'on

qu'on l'ébranle, qu'on le meuve, ou qu'on l'écarte entierement ou en partie. LEÇON V.

27. TOUTE la difficulté consiste donc à trouver quelle est la vîtesse réelle du corps qui frape, précisément au moment de la percussion, ce que l'on peut faire de la maniere suivante, que j'appliquerai d'abord au mouton, ou à un grand poids, pour enfoncer les pilotis, parce qu'il est beaucoup plus aisé de la considerer dans cet instrument, & qu'on peut en tirer tous les autres cas.

Planche 25. Figure 5.

La 15e. *Figure* de la *Planche* 25. représente une machine pour enfoncer les pilotis, composée de la poutre KJ, & du chassis FL, sur laquelle sont arrêtées les pieces droites LH & LG, soutenues par les montants C, C, & par un autre montant parderriere FE, (qui porte des chevilles pour servir d'échelle,) & qui sont liées ensemble par le collier quarré ED. Le mouton A est une piece fort pesante de bois dur ou de fer, qui glisse en haut & en bas entre les deux jumelles ou pieces droites LH, LG, & que l'on tire en haut par son crochet B au moyen de deux cordes HO, GO, qui ont chacune cinq autres cordes plus petites, avec des manches en N, & N, pour dix hommes qui tirent en haut le mouton à une certaine hauteur, (les grandes cordes roulant sur deux poulies ou rouleaux fixés à la cheville de fer HG,) & alors on le laisse retomber tout à la fois sur la tête du pilotis en M, pour le pousser en avant dans la terre. Supposons maintenant que le mouton A pese 500 livres, & tombe de la hauteur d'un pied, il tombera de cette façon dans un quart de seconde, & par conséquent il aura une vîtesse capable de lui faire parcourir uniformément deux pieds dans le même tems, (N°. 15. Cor. 3.) c'est-à-dire, 8 pieds par seconde, au même instant qu'il frape le pilotis M. Multipliant donc sa masse par sa vîtesse, ou 500×8, nous aurons 4000 pour le *momentum* du mouton, par une telle chûte. Mais si l'on éleve le mouton à 4 pieds, il tombera de cette hauteur dans une demi-seconde, & il aura au moment de la percussion une vîtesse capable de lui faire parcourir 8 pieds dans une demi-seconde, sans aucun autre secours de la pesanteur; ensorte qu'il nous faudra multiplier 16 pieds (sa vîtesse actuelle, qui est à raison de 16 pieds par seconde,) par 500, masse du mouton; ce qui nous donnera un *moment* double, par lequel il frapera le pilotis dans ce dernier cas; car $500 \times 16 = 8000$. Si l'on considere toute autre hauteur d'où le mouton peut tomber; (car on peut

LEÇON IV. employer un cabestan, un vindas, ou des poulies, pour l'élever

à une fort grande hauteur, & ensuite par une invention aisée le détacher tout-à-coup de son crochet,) le *momentum* avec lequel il frapera le pilotis, sera toujours comme la racine quarrée de la hauteur d'où le mouton tombe ; c'est-à-dire, comme la vîtesse que ce corps qui descend se trouve avoir à la fin de sa chûte.

N. B. *Je ne puis m'empêcher de dire que le pilotis peut entrer dans la terre quelquefois plus avant que selon cette proportion ; mais j'en donnerai la raison dans les Notes.*

28. Si l'on doit pousser obliquement un pilotis, il faut placer la machine ensorte que les montans ayent la même obliquité, & le coup sera toujours perpendiculaire à la tête du pilotis ; mais alors il faudra estimer la force du coup, non pas par la longueur, mais par la hauteur de la chûte, de la maniere qu'on l'a déja fait voir, parce que quelque long que soit le plan incliné, dans lequel le corps tombe, il n'acquiert pas plus de vîtesse que s'il étoit tombé perpendiculairement de la hauteur du plan.

29. Pour trouver la vîtesse du belier des Anciens, lorsqu'il donnoit son coup, il faut remarquer en quelle proportion son mouvement étoit acceleré ; car selon le nombre & la force des hommes qui y étoient occupés, il pouvoit être acceleré plus ou moins que la pesanteur n'auroit fait, s'il étoit tombé perpendiculairement. Nous observons donc la longueur du coup depuis le point le plus éloigné du mur, (ou de la chose qui est batue par le belier,) jusqu'au mur, & sçavoir en quel tems le coup se fait ; (car lorsque les hommes par un peu de pratique ont appris à manier le belier, tous les coups se donnent dans le même tems.) Si le coup, par exemple, est de 4 pieds, & se fait dans un quart de seconde, le *momentum* du belier est le même que si le belier avoit parcouru uniformément 8 pieds dans un quart de seconde, ou 32 pieds dans une seconde entiere. Cette force seroit quadruple de celle que la pesanteur donneroit à la chûte du belier, (ou à un mouton de même pesanteur que le belier,) dans le même tems ; mais elle seroit seulement égale à l'effet qu'elle feroit dans une seconde, ou dans le quadruple du tems, & elle ne seroit que la moitié de ce que la pesanteur donneroit dans deux secondes à un corps qui tomberoit d'une hauteur d'un peu plus de 64 pieds. Si

le tems pour donner le coup avoit été deux fois auſſi long, ou d'une demi-ſeconde, le *momentum* ou la force de la percuſſion n'auroit été que la moitié auſſi grande, &c. la percuſſion avec le même belier étant toujours en raiſon inverſe du tems pendant lequel il eſt acceleré par la même force des hommes.

30. POUR trouver la vîteſſe (& par conſéquent le *momentum*) du maillet ou du marteau, à l'inſtant de la percuſſion, nous devons le conſidérer d'abord de la maniere la plus ſimple, comme lorſqu'étant élevé en haut, il retombe en bas dans un arc de cercle par ſa propre peſanteur : alors nous n'aurons qu'à examiner la hauteur d'où il tombe, & nous connoîtrons par ce qui a été dit des corps qui tombent perpendiculairement ou ſur un plan incliné, quelle vîteſſe il doit avoir à la fin de ſa chûte. Ainſi nous pourrons connoître avec quelle force les grands marteaux élevés par l'aiſſieu d'une roue à eau, tombent ſur les plaques ou barres de fer ou de cuivre, qui ſont applaties dans les moulins ou forges de fer ou de cuivre. Lorſque le marteau eſt mû avec la main, ou qu'il eſt pouſſé par un reſſort autant que par ſa peſanteur, il doit ſe mouvoir plus vîte, & ſon effet doit être à proportion plus grand ; ainſi en obſervant le tems de ſa chûte dans un tel cas, on pourra connoître ſa vîteſſe.

N. B. *Quoiqu'un corps qui ſe meut deux fois auſſi vîte dans le même cercle, ſoit capable, ſelon ce qu'on a vû dans la quinzième Expérience de cette Leçon, d'elever quatre fois le poids, on ne doit pas s'imaginer qu'un marteau qui ſe meut deux fois auſſi vîte, doive fraper avec quatre fois le* momentum, *pendant qu'un marteau du même poids ſe mouvant deux fois auſſi vîte, uniquement à cauſe du manche ou du rayon qui eſt deux fois auſſi long, n'a que le double du* momentum, *ſelon la treizième Expérience ; car ce n'eſt que la force centrifuge dans le même cercle, qui eſt comme le quarré de la vîteſſe, & non le coup qui ſe donne le long de la tangente. L'effet de la force centrifuge ne ſera que celui-ci ; c'eſt que la main qui tient le marteau, ſentira quatre fois la force qui fait effort pour tirer le marteau de cette main, & elle ne ſentira que deux fois cette force, ſi la vîteſſe n'eſt que double, ayant un manche deux fois auſſi long.*

IL faut auſſi obſerver, que dans l'uſage du marteau il vaut mieux fraper avec la même maſſe de matiere, & avec une vîteſſe double,



qu'avec une masse double & une vîtesse simple, parce que les substances qui cedent, comme le fer rouge, &c. & les clouds chassés dans le bois, cedent au même marteau presque selon le quarré de sa vîtesse, comme nous le ferons voir dans les Notes. * *Mais il faut faire tout le contraire dans le belier, si l'on veut avoir son plus grand effet.* *

* Note 4.

* Note 4.

31. Si l'on ne se sert du volan que pour donner un coup avec un de ses poids après quelques révolutions, la maniere de trouver sa vîtesse, & par conséquent son *momentum*, précisément à l'instant du coup, est la même que pour la fronde : car quoique le volan ait beaucoup plus de frottement que la fronde, il suffit d'observer la vîtesse qu'il a (sans aucun égard aux obstacles qui empêchent cette vîtesse d'être aussi grande qu'elle l'auroit été sans eux) au moment du coup; ce que nous pouvons connoître, en comparant ensemble plusieurs révolutions, ou parties de révolutions, qui nous conduiront à la connoissance du dégré d'accéleration.

32. Maintenant pour sçavoir calculer la force de ces instrumens, lorsqu'ils sont joints aux autres, qu'on nomme communément *Puissances Méchaniques*, (& que j'ai expliqué dans la seconde Leçon,) je vais faire voir quelle force peut donner une machine composée du volan combiné avec la vis, pour imprimer une figure sur les monnoyes, comme nous l'avons indiqué ci-devant.

Supposons que les deux bras du volan ayent chacun quinze pouces de longueur, (en mesurant depuis le centre des poids jusqu'à l'axe du mouvement, que les poids soient chacun de 50 livres, & que le diametre de l'aissieu qui presse sur le dez, soit d'un pouce. Si chaque coup se donne dans une demi-seconde, & que les poids décrivent une demi-circonférence, qui sera dans ce cas de 4 pieds, la vîtesse sera à l'instant du coup à raison de huit pieds par seconde, & par conséquent le *momentum* sera 800; mais les bras du volan étant comme des leviers, dont un *bras* est de quinze pouces de long, pendant que l'autre, (qui est la moitié de l'aissieu,) n'est que d'un demi-pouce, cette force en est augmentée 30 fois, ce qui nous donne 24000 : force immense, égale au poids de 100 livres, qui tombe de 120 pieds ou à peu-près dans deux secondes de tems, ou à un corps de 750 livres qui tombe de $16\frac{1}{12}$ pieds, ou dans une seconde de tems.

Quelques-unes de ces machines pour battre les Monnoyes d'argent, ont les bras du volan cinq fois aussi longs, & les poids deux fois aussi pesans. Leur effet en est dix fois plus grand.

N. B. *Nous n'avons eu aucun égard au plan incliné de la vis; parce que cette inclinaison ne sert qu'à faciliter l'accéleration du mouvement des poids, que nous avons considéré en prenant le tems qu'ils ont employé à décrire le demi-cercle.*

33. On ne finiroit jamais, si l'on vouloit déveloper toutes les conséquences des deux Loix du Mouvement, déja expliquées, dans la pratique des opérations méchaniques; & si l'on vouloit les appliquer à l'explication de toutes les espéces du mouvement, tant des corps qui sont sur la terre, que des planétes & des cométes qui sont dans le Ciel: nous n'en donnerons ici que quelques exemples de plus; mais il nous faut auparavant examiner combien la résistance de l'air (que nous avons jusqu'ici négligé dans nos calculs) empêche les effets d'être tels qu'on devroit l'attendre de leurs causes sans cet obstacle.

Quoique mon dessein soit de considérer la résistance du milieu dans la partie hydrostatique de cet ouvrage, cependant j'en dirai ici autant qu'il en faut pour comprendre le changement que produit dans le mouvement des corps l'obstacle qui leur vient par la résistance des milieux, soit que leur mouvement vienne de la pesanteur ou de toute autre cause.

34. Lorsqu'un corps se meut dans un fluide d'une espéce quelconque, ou dans un milieu résistant, il ne peut pas aller en avant sans séparer les parties du milieu pour se faire jour; & autant qu'il communique de son propre mouvement à ces parties, autant il en perd; de sorte que son mouvement sera retardé, si auparavant il étoit uniforme; ou s'il alloit d'un mouvement acceleré, cette résistance (ou le mouvement communiqué aux parties du milieu) empêchera que l'accéleration ne soit aussi grande qu'elle l'auroit été, où (selon la quantité de la résistance) elle pourra détruire l'accéleration; c'est-à-dire, détruire le mouvement additionnel aussi-tôt qu'il est donné au corps par la cause accéleratrice: ensorte que le corps se meut alors uniformément; comme si la cause accéleratrice avoit cessé d'agir, & que le mouvement du corps se fit dans le vuide sans aucune résistance.

LEÇON V.



35. IL y a deux sortes de résistances dans les fluides ; la premiere, qui vient de la tenacité du fluide, c'est-à-dire, de la cohésion de ses parties ; & cette résistance est toujours comme la vîtesse du corps qui se meut dans le fluide : car plus le corps se meut vîte dans un tel fluide, plus il a de parties à écarter ou à détruire leur cohésion dans le même tems, selon qu'il parcourt un plus grand espace. On peut diminuer cette sorte de résistance, en rendant le milieu plus fluide ; c'est ainsi que l'huile, le miel, & la poix, deviennent plus fluides lorsqu'on les fait chauffer.

N. B. *Les fluides qui n'ont pas de tenacité, n'ont pas cette sorte de résistance.*

L'AUTRE espéce de résistance vient de la quantité de matiere qu'il faut écarter, & elle est toujours proportionnelle à la densité ou à la gravité spécifique du *milieu* fluide. C'est ainsi que l'eau résiste 850 fois plus que l'air, parce qu'un corps qui parcourt dans l'eau un certain espace, trouve 850 fois plus de matiere à écarter; & s'il se mouvoit dans le mercure, la résistance seroit 11 900 fois plus grande, parce que le mercure a 11 900 fois plus de matiere que l'air dans le même espace. A l'égard du même corps, qui se meut avec différentes vîtesses dans un fluide, cette résistance est toujours comme le quarré de la vîtesse. Un exemple ou deux en nombres rendront la chose évidente.

Planche 25. Figure 16.

Supposons que le corps A (*Planche 25. Figure 16.*) se meuve dans un milieu à raison de deux pouces par seconde, ou de A en B ; c'est-à-dire, qu'ils écartent quatre particules de matiere *h*, *c*, *g*, *f*, pour lui faire jour; & supposons que ces particules ayent chacune un pouce de diametre. Ce n'est pas assez de faire attention que ces particules doivent être écartées, il faut aussi examiner quelle doit être leur vîtesse, si l'on veut trouver la quantité de mouvement qu'elles reçoivent. Supposons donc que chacune de ces particules s'éloigne d'un pouce dans une seconde, ou des points *f*, *h*, *c*, *g* aux points *f*, *h*, *c*, *g*, pour laisser passer le corps A au milieu. Mais comme c'est la même chose de mouvoir toutes les quatre particules entassées les unes sur les autres de f en *f*, que de les mouvoir toutes quatre d'un pouce en différentes lignes, il est évident que l'espace *ff* ou un pouce, est leur vîtesse commune. Ainsi multipliant un par quatre, nombre des particules, j'ai le *momentum* quatre de la matiere qui doit être

écartée par le corps A. Supposons encore que le même corps se meuve deux fois aussi vîte, c'est-à-dire, de A en B, (*Figure* 17.) dans une seconde, il aura 8 particules (qui sont, *b, c, d, e, f, g, m, n* ou le double de matiere) à écarter dans le même tems; mais comme le corps se meut deux fois aussi vîte, il frapera chacune de ces particules deux fois aussi vivement, ce qui les fera écarter aux points β, $\varkappa$, δ, ι, φ, Υ, μ, ν, au lieu des points *b, c, d, e, f, g, m, n* dans le même tems; ensorte que leur vîtesse commune sera de deux pouces au lieu d'un. Mais huit particules multipliées par deux, donnent seize, qui est un *momentum* quatre fois aussi grand que celui que la matiere du fluide avoit reçû auparavant. Donc le corps se mouvant deux fois aussi vîte dans le même fluide, communique quatre fois autant de mouvement à ses parties, & par conséquent il y trouve quatre fois autant de résistance. De même si le corps se mouvoit trois fois aussi vîte, il écarteroit trois fois plus de matiere dans le même tems, & il la pousseroit trois fois plus loin; donc il y trouveroit neuf fois plus de résistance.

Et cela aura lieu dans tous les dégrés de vîtesse du corps qui se meut; car la quantité de matiere écartée dans un certain tems, & la vîtesse avec laquelle cette matiere est écartée, produira toujours un *momentum* dans le *milieu* fluide, & par conséquent une résistance proportionnelle au quarré de la vîtesse du corps qui se meut dans ce milieu.

N. B. *Cette résistance proportionnelle au quarré de la vîtesse, est la seule que l'on trouve dans l'air, par les Expériences des corps qui s'y meuvent: & par conséquent il n'a point de tenacité, d'où il suit que ses parties ne se touchent pas mutuellement.*

DE LA il suit qu'un fluide résistera quelquefois autant qu'un solide, & même plus, lorsque la vîtesse du corps qui s'y meut est fort grande, comme on le verra par quelques exemples que nous donnerons dans les Notes. * *Note 5.

S C H O L I E.

36. CE que nous avons dit sur la chûte des corps dans l'air, & le long des plans inclinés, ne doit pas s'accorder avec les Expériences, parce que dans cette théorie nous avons fait abstrac-


tion de la résistance de l'air ; mais lorsqu'on y fait l'attention convenable, les Expériences confirment la théorie. Selon les meilleures observations, un corps qui tombe dans le vuide doit parcourir seize pieds d'*Angleterre*, un pouce & un quart dans la premiere seconde de sa chûte ; mais dans l'air il doit perdre une partie de cet espace à proportion du mouvement qu'il donne à l'air, & qui doit être soustrait de son propre mouvement : ensorte que plus le corps a de matiere à proportion de la surface par laquelle il frape l'air, moins il perd de son propre mouvement. Nous expliquerons mieux cela en rendant compte d'une Expérience que j'ai faite pour observer le tems de la chûte de plusieurs balles de plomb, que je laissai tomber du haut de la coupole de l'Eglise de *Saint Paul* en-dedans.

Expérience XVI.

Je pris plusieurs balles de plomb de deux pouces de diametre ; qui pesoient deux livres *Troy*, je les laissai tomber d'une planche qui étoit arrêtée à deux pieds au-dessus de la coupole intérieure, & j'observai le tems de leur chûte fort exactement par le moyen d'un instrument que je décrirai dans la suite. Je trouvai qu'elles tomberent au plus bas dans $4\frac{1}{2}$ secondes, & tant soit peu plus. Cette hauteur étoit de 272 pieds. Or, selon la théorie ces balles dans ce tems-là auroient dû tomber 52 pieds plus bas, c'est-à-dire, à 324 pieds ; donc la résistance de l'air enlevant continuellement un peu de ce que la pesanteur ajoutoit au mouvement du corps qui descendoit, fut cause que l'accélération ne fut pas si prompte, & que par conséquent le corps resta plus long-tems à parcourir ces 272 pieds, qu'il n'auroit dû le faire ; car puisqu'un corps décrit un pied dans le premier quart d'une seconde de sa chûte, si l'on prend la racine quarrée de 272. (n°. 15.) on aura $16\frac{1}{2}$ quarts, c'est-à-dire, 4 secondes, & $\frac{1}{8}$ pour le tems qu'un corps auroit employé à tomber de 272 pieds dans le *vuide*. Supposons maintenant que la résistance de l'air ait enlevé 5 pouces de l'espace que les balles auroient parcouru dans la premiere seconde, cette résistance pendant la 2e. seconde auroit été plus grande à proportion du quarré de la vîtesse du corps ; c'est-à-dire, que comme le corps auroit dû parcourir 3 espaces égaux à celui qu'il avoit parcouru la premiere seconde, la résistance devoit être 9 fois plus grande ; & par conséquent la résistance de l'air devoit

devoit enlever 9 fois 5 pouces ou 45 pouces de l'espace parcouru par le corps dans la 2e seconde ; de même dans la 3e seconde il devoit perdre 125 pouces ; dans la 4e 245, & dans la derniere demie seconde plus de 200 ; ce qui fait en tout environ 52 pieds, conformément à ce qu'on a observé dans l'expérience.

N. B. *Ce calcul n'est pas exact, & on le donne ici plûtôt comme un éclaircissement que comme une démonstration. Il n'est fondé que sur la supposition qu'un corps en tombant ne parcourt que 16 pieds dans la premiere seconde de sa chûte, lequel nombre n'a été pris que pour éviter les fractions.*

On peut tirer plusieurs conséquences de la résistance de l'air à l'égard des corps qui s'y meuvent, & qui sont confirmées par les expériences :

La premiere est, que *le mouvement d'un corps pesant n'est pas toujours acceleré, mais qu'à une certaine hauteur il devient égal & uniforme dans l'air ;* parce que la résistance de l'air croissant en même proportion que les espaces croissent (& par conséquent en raison doublée des tems ou des vîtesses) cette résistance peut devenir assez grande pour détruire autant de vîtesse que la pesanteur en produiroit, & par ce moyen empêcher la vîtesse du corps qui se meut de recevoir aucun accroissement, (n°. 12 & 13) précisément comme si le corps dans ce tems-là cessoit d'être pesant.

La seconde est, que *les corps de différentes pesanteurs spécifiques se mouvant dans le même* milieu, *n'ont pas leurs mouvemens accelerés de la même maniére,* à cause de la différence de leur volume, comparé, à leur poids qui prouve plus ou moins de résistance ; parce que ceux d'un plus grand volume, lorsque le poids est le même, poussent plns d'air devant eux que ceux d'un moindre volume.

La troisiéme conséquence est, que *le mouvement des corps pesans est différemment acceleré dans les* milieux *differens, & qu'il devient plûtôt uniforme dans les* milieux *plus denses ;* parce que plus le milieu est dense, plus il a de peine à faire ses circulations, & plus il resiste aisément au moment.

La quatriéme est, que *les petits corps de la même matière homogéne tombent avec moins de vîtesse, & arrivent plûtôt à l'égalité ;* parce que le milieu resiste plus à un corps qui a une grande surface qu'à celui qui en a moins, & que plus les corps sont petits, plus leur surface est grande par rapport à leur poids ou à leur solidité ; car la

LEÇON V. 

géométrie nous apprend, que si un cube a, par exemple, un pied de surface, un autre cube huit fois aussi pesant n'aura que quatre pieds de surface. Conformément à ce principe, la poussiere tombe fort lentement lorsqu'elle est élevée dans l'air ; les oiseaux se soutiennent eux-mêmes dans l'air en déployant leurs aîles ; & une charge de dragées de plomb n'ira pas à beaucoup près aussi loin qu'un boulet du même poids que cette charge avec le même canon & la même *quantité de poudre*, quoique tous deux commencent à se mouvoir avec des vîtesses égales.

La cinquiéme est, qu'*il y a un hauteur déterminée qui produit dans un corps pesant, la plus grande vîtesse qu'il puisse acquerir en tombant* ; en sorte que s'il tomboit d'un endroit plus élevé, il n'auroit plus de vîtesse ; ce qui est évident par la premiere conséquence, où nous avons dit que le mouvement d'un corps pesant n'est pas continuellement acceleré ; mais à une hauteur déterminée, il devient égal.

La sixiéme est, qu'*il y a une hauteur déterminée, la plus grande de toutes celles où la vîtesse qu'un corps a acquis en tombant puisse faire remonter le corps* ; parce que par la conséquence précedente, il y a une hauteur démontrée qui produit la plus grande vîtesse qu'un corps puisse acquerir en tombant, & cette vitesse ne peut le faire remonter qu'environ la même hauteur.

La septiéme est, qu'*un corps poussé en haut par une force plus grande que n'est la plus grande de celles qu'il peut acquerir en tombant, doit rester plus long-tems à tomber qu'à monter* ; parce que la vîtesse d'un corps poussé en haut à une hauteur quelconque diminuë continuellement ; au lieu que la vîtesse du même corps dans sa chûte n'augmente que jusqu'à ce qu'il soit arrivé à cette hauteur ; étant certain que si elle augmentoit continuellement, le corps resteroit précisément aussi long-tems à descendre qu'à monter.

La huitiéme est, que *si un corps est poussé en bas par une force qui surpasse la plus grande force qu'il puisse acquerir en tombant, il aura un mouvement retardé* ; parce que par la premiere conséquence le corps qui tombe avec la plus grande vîtesse que sa chûte puisse lui donner, trouve dans l'air une resistance égale à sa pesanteur ; & lorsqu'il s'avance avec une plus grande force, la résistance de l'air devient encore plus grande, & détruit une partie du mouvement qui de cette maniére sera ralenti & retardé.

Cette derniere conséquence nous apprend la raison pourquoi un boulet de canon poussé en bas retarde son mouvement ; car



ce boulet est mis en mouvement par la force de la poudre, qui lui donne une plus grande vîtesse que celle que sa pesanteur absoluë lui auroit donnée dans sa chûte ; & la septiéme conséquence nous apprend aussi la raison de l'expérience, dont parle le Pere *Mersenne* dans sa Balestique ou Art de jetter les corps pesans, *Proposition* 13.

Cet Auteur dit, qu'il a trouvé par plusieurs expériences, qu'une fléche qui avoit été trois secondes à monter, en avoit employé cinq à descendre ; & quoiqu'il ajoute qu'un boulet de fer pesant trois livres ayant été poussé en haut perpendiculairement par un mortier d'un pied de longueur, avoit employé autant de tems à monter qu'à descendre ; sçavoir six secondes ; il ne s'ensuit pas de-là que cela doive toujours arriver, la différence n'étant pas aussi considérable dans un boulet comme dans une fléche, dont le mouvement arrive plûtôt à l'égalité à raison de sa legereté.

Une bombe ordinaire ne recevant par de la charge ordinaire de la poudre, une vîtesse plus grande que n'est la plus grande qu'elle puisse acquerir en tombant, reste aussi long-tems à descendre qu'à monter. Mais une balle d'un bois leger ou de liege (qui dans le vuide iroit beaucoup plus loin & plus haut qu'une bombe de même grosseur, parce quelle recevroit de la poudre d'autant plus de vîtesse au commencement qu'elle a moins de matiére) n'ira pas aussi haut qu'une bombe, & elle restera aussi plus long-tems à descendre qu'à monter, à cause de la résistance de l'air qui a plus d'effet sur ces corps legers pour les raisons données ci-devant.

N. B. *Il n'est pas vrai mathématiquement qu'un corps qui tombe dans l'air, arrive jamais au mouvement uniforme ; mais comme il s'en approche toujours de plus en plus, nous pouvons le prendre pour tel physiquement, & raisonner en conséquence de ce principe.*

37. J'AI fait voir, après avoir expliqué la premiere Loi du mouvement, combien elle peut nous servir à nous mettre au fait du mouvement des corps celestes, en nous apprenant de quelle maniére la pesanteur & la force projectile retient ces corps dans leurs orbites ; mais l'intelligence de la seconde Loi étoit necessaire pour bien concevoir comment ils se meuvent dans des ellipses qui ont le corps central dans un de leurs foyers, & comment leurs vîtsses sont successivement accelerées & retardées.

LEÇON V.

38. CEPENDANT avant que d'en venir à considérer ce mouvement, il faut que j'explique quelque termes Astronomiques ; & que je fasse voir ce que l'on entend, lorsqu'on dit, que *les planétes & les cométes décrivent autour du soleil des aires proportionnelles aux tems, & que les satellites font la même chose à l'égard de leurs planétes principales.* C'est là une verité connuë & avouée de tous les Astronomes modernes, quelque différens que soient leurs sentimens sur les causes des mouvemens celestes.

Je suppose qu'un corps celeste se meut autour d'un autre dans une courbe qui rentre en elle-même comme le cercle ou l'ovale ; par exemple, la lune autour de la terre, dont je regarderai l'orbite au commencement comme circulaire, quoiqu'elle soit réellement elliptique. Si dans un moment d'un certain jour nous observons que le lieu de la lune dans son orbite est L, & que le jour après, au même tems la lune se trouve dans un autre lieu comme L; l'espace triangulaire T L L (compris entre la ligne ou rayon T L mené du corps central au corps qui fait sa révolution dans la premiere observation ; & la même ligne dans la situation T L à la seconde observation, & par l'arc L L décrit par la lune durant l'intervalle des observations) se nomme *Aire astronomique*, & le rayon T L, considéré comme balayant en quelque maniére cet espace, & portant la lune avec lui, se nomme le *rayon vecteur*. Si quelques jours après, par exemple, au bout de 14 jours, on observe la lune en *l*, & que le jour suivant à la même heure, & à la même minute, on l'observe en *l*, *l'aire* T *l l* sera égale à la premiere aire T L L, qui avoit été décrite par la lune & par le *rayon vecteur* dans le même tems, & c'est ce que l'on entend lorsqu'on dit, que *les corps qui roulent* dans les cieux, *décrivent autour du corps central des aires proportionnelles* aux tems.

Planche 25. Figure 18.

39. ICI l'on doit observer que les triangles ou *aires* T L L, T *l l*, sont non-seulement égales, mais semblables, & par conséquent le corps L décrit dans ce cas les arcs égaux L L & *l l* en tems égaux, aussi-bien que des *aires* égales ; de sorte que le mouvement de L autour de T est égal, & n'est ni acceleré ni retardé. Tels sont les mouvemens des *satellites* de *Jupiter* autour de son centre, leurs orbites étant circulaires (autant qu'on en peut juger par les observations faites jusqu'ici) excepté autant qu'ils se détournent les uns les autres par pesanteur mutuelle, & qu'ils sont détournés par le soleil selon les différentes distances de *Jupiter*.

au soleil, ou par *Saturne* dont l'attraction devient sensible dans sa conjonction, ou auprès de sa conjonction avec *Jupiter*. Mais on peut négliger ici toutes ces inégalités; parce que quoiqu'elles suivent necessairement de l'attraction mutuelle des corps, elles ne sont pas assez considérables pour être observées avec les telescopes.

40. Supposons maintenant que le corps T ne soit pas dans le centre de l'orbite, comme la terre n'est pas dans le centre de l'orbite de la lune, mais qu'il en soit éloigné de toute la longueur CT (*Figure* 19.). Si l'on observe la lune ou le corps qui fait sa révolution en L & L, & qu'on trouve qu'il ait parcouru l'arc L L dans l'espace d'un jour; si ensuite on l'observe 14 jours après en *l*, le jour suivant il sera non pas en λ (où il auroit été dans un jour si sa vîtesse n'avoit pas laugmenté) mais il arrivera en *l*, sa vîtesse croissant de maniére qu'il décrit un arc d'autant plus grand qu'il est plus près du corps central T, autrement la derniere *aire* décrite ne seroit pas égale à la premiere; car autant que T *l* distance au corps central dans le commencement de la description de la derniere *aire*, est moindre que T L distance au corps central dans le commencement de la premiere, autant l'arc décrit dans la derniere est plus grand; ce qui manque à la derniere *aire* en longueur, est suppléé par sa largeur.

Planche 25. Figure 19.

41. Si au lieu d'un cercle, le corps qui roule se meut dans une ellipse, & que le corps central soit placé dans l'un de ses foyers (comme dans le cas de la lune autour de la terre, & encore plus exactement dans celui des planétes & des cométes dans leur mouvement autour du soleil) & si tout le tems périodique de la révolution du corps est divisé en parties égales, dans chacune d'elles le corps (par son *rayon vecteur*) décrira une *aire* égale; mais aucune de ces aires ne sera semblable, excepté celles qui sont décrites de chaque côté de l'axe de l'ellipse, dans les parties correspondantes de la courbe, à distances égales du corps central. Soit A B C D E P F G H J qui représente une des ellipses décrite par une planéte ou une cométe autour du soleil; P S *s* A l'axe de l'ellipse, & S, *s* ses *foyers*; S le soleil & A une planéte dans l'*aphelie* du soleil (c'est-à-dire, à la plus grande distance de cet astre) & P la même planéte au *perihelie*, (ou à la moindre distance du soleil) & que le tems de la révolu-

Planche 25. Figure 20.

tion foit divifé en dix parties égales ; la planéte partant de A & allant vers B, décrira par fon *rayon vecteur* AS, fucceffivement les 10 *aires égales*, ASB, BSC, CSD, ESP, PSF, FSG, GSH, HSJ, JSA, dont il n'y a que chacune des deux *aires* correfpondantes qui foient femblables, comme BSC eft femblable à JSH, DSE à GSF, &c.

COROLLAIRE I.

DE LA il fuit que dans une orbite excentrique, telle que l'ellipfe, le corps qui roule fe meut plus vite au *perihelie* (le foleil étant dans l'un des *foyers*) que dans l'*aphelie ;* accelerant fon mouvement depuis l'*aphelie* jufqu'au *perihelie*, & le retardant depuis le *perihelie* jufqu'à l'*aphelie*.

COROLLAIRE II.

DE LA il fuit auffi que plus l'ellipfe eft excentrique (c'eft-à-dire, que plus elle eft allongée) plus la difference de vîteffe eft grande à l'*aphelie* & au *perihelie ;* tel eft le cas des cométes qui fe mouvant dans des ellipfes fort excentriques, paffent par la partie inférieure de leur orbite avec une très-grande vîteffe, mais fe meuvent très-lentement auprès de leurs *aphelies*.

COROLLAIRE III.

CELA fait voir d'où vient qu'une planéte, quoique beaucoup plus fortement attirée dans fon *perihelie* que dans fon *aphelie*, ne tombe pas dans le foleil ; c'eft qu'elle acquiert une plus grande force centrifuge à mefure que fa vîteffe augmente, & par ce moyen elle balance l'attraction du foleil qui eft augmentée. De même lorfque la planéte va du *perihelie* à l'*aphelie*, quoique l'attraction du foleil foit diminuée à caufe que la diftance eft augmentée, la planéte ne s'échappe pas de fon orbite ; car fa vîteffe diminuant, fa force centrifuge diminue auffi. Dans l'ellipfe repréfentée par la *Figure* 20, lorfque la planéte eft en P, elle eft fix fois plus proche du foleil S, que lorfqu'elle eft en A ; elle eft donc 36 fois plus attirée, (*Leçon* 1. n°. 17. *Note* 11.) mais alors fa vîteffe étant auffi fix fois plus grande, la force centrifuge qui croît comme le quarré de la vîteffe (*Expérience* 15.) devient 36 fois

plus grande. De forte que l'attraction ou la *force acceleratrice*, (de quelque maniére qu'elle croisse ou décroisse, eu égard à la différente distance) est toujours balancée par la force centrifuge de la planéte. LEÇON V.

COROLLAIRE IV.

PAR-LA on voit la raison pourquoi les planétes qui sont les plus proches du soleil, forment leurs révolution dans un tems plus court, que celles qui en sont plus éloignées, afin que leur plus grande vîtesse puisse leur donner une force centrifuge suffisante pour balancer leur force centripéte (ou leur gravitation) vers le soleil; ayant aussi égard à leur quantité de matiére. (*Expérience* 12.) Les satellites de *Jupiter* & de *Saturne* ont aussi leurs tems périodiques plus courts, comme étant plus proches de leurs planétes principales, comme nous l'avons déja indiqué. (N°. 7.)

Quoique les orbites des planétes soient presque circulaires; cependant comme les *foyers* d'une ellipse sont fort éloignés l'un de l'autre, même lorsque la courbure ne différe pas beaucoup de celle d'un cercle, l'excentricité sera assez sensible pour être observée. De-là vient que notre demi année d'hyver (dans l'hemisphére nord de notre terre) où nous passons par le *perihelie*, est de huit jours plus courte que la demie année d'été, &c.

42. KEPLER est le premier qui ait découvert que les planétes par un rayon mené de leur centre au soleil, décrivent des aires proportionnelles aux tems, & qui ait conjecture que la cause de ce phénoméne est leur gravitation vers le soleil; mais il ne l'a pas démontré. Newton nous a donné cette démonstration dans ses principes, & il a fait voir que lorsqu'une force centripéte pousse un corps vers un autre, & lorsque le premier corps a reçu l'impression d'une force projectile dans une autre direction, il doit décrire autour de ce dernier des *aires* proportionnelles aux tems; & au contraire si le corps qui roule décrit par un rayon mené au corps central des aires proportionnelles aux tems, il y est poussé par une force centripéte. Ensuite il fait voir (par les observations du mouvement de la lune) que la force centripéte est la même que la pesanteur qui fait tomber nos corps par un mouvement acceleré auprès de la surface de la terre. Nous donnerons dans les notes * ses démonstrations & un plus grand détail sur cette matiére. * Note 25.

LEÇON V. 43. EN même-tems je tâcherai de faire voir de la maniére la plus aisée, comment la pesanteur fait décrire aux planétes leurs orbites excentriques par un mouvement uniformément acceleré & retardé ; car quoique je ne donne pas un détail géométrique dans toutes la rigueur sur toutes les choses qui ont rapport à ce mouvement & sur la nature de la courbe, cependant chaque proposition sera une conséquence des deux Loix du mouvement déja expliquées & de leurs corollaires.

Exemple d'une orbite excentrique.

Planche 25. Figure 20.

L'ELLIPSE représentée par cette *Figure* est plus excentrique qu'aucune de celles qui sont décrites par les planétes, mais elle ne l'est pas autant que celles qui sont décrites par les cométes. Je l'ai choisie comme une ellipse moyenne ; parce que tant les cométes que les planétes sont retenues dans leurs orbites, & continuent leurs mouvemens par les mêmes causes, la même explication servant aux unes & aux autres.

Soit S qui représente le soleil, A la planéte ou la cométe qui est poussée par la pesanteur (ou mutuelle attraction du soleil & du corps qui roule) vers le soleil dans la direction A S, & soit A M pour représenter la quantité de cette force ; c'est-à-dire, l'espace que cette force agissant seule feroit décrire à la planéte dans un tems donné. Supposons que la planéte A ait reçu une force projectile dans la direction A *a* à angles droits avec A S. Si A *a* exprime l'espace que la force projectile seule auroit fait décrire à la planéte dans le même tems donné, & que la quantité de cette force soit telle qu'en agissant conjointement avec la pesanteur, elle fasse décrire à la planéte (en parcourant la diagonale A *m* du parallélograme achevé A *a m* M) le cercle A *m* μ, &c. dont le centre est S, centre du soleil ; alors une plus grande force projectile telle que A *a* (la force de pesanteur A M restant la même) fera décrire à la planéte la diagonale A *n* du parallélograme A *a n* M, & une ellipse A *n* ν, &c. dont le *foyer* le plus près est S ; alors le point A deviendra le *perihelie* au lieu de l'*aphelie*, & le mouvement sera retardé depuis A jusqu'à ce que la planéte arrive à l'*aphelie* de l'autre côté de S ; & ensuite depuis cet *aphelie* il sera acceleré jusqu'à ce qu'elle revienne en A, par où le mouvement a commencé. Mais si la force projectile est moindre que nous l'avons supposé pour faire mouvoir la planéte dans

un

un cercle, & si elle s'exprime par A a, au lieu de A *a*, alors la planéte (commençant son mouvement dans la diagonale A B du parallélograme A a B M) décrira l'ellipse ABCDEPFGHJA. Le soleil S étant dans le foyer le plus éloigné, & le foyer le plus proche étant en S, de sorte que maintenant A sera l'*aphelie*, & P le *perihelie*.

LEÇON V.



Planche 25. Figure 20.

Maintenant pour faire voir comment la planéte est accelerée en allant de l'*aphelie* au *perihelie*, nous observerons que dans sa premiere sortie, la direction de la force projectile A *a* est à angles droits avec celle de la pesanteur (ou de la force centripéte) A S. Lorsque la planéte par l'action réunie des deux forces est arrivée en B; la force projectile a sa nouvelle direction le long de la tangente B *b*, qui fait un angle aigu avec la direction de la pesanteur qui est maintenant BS; donc la planéte décrira une diagonale plus longue dans le même tems (n° 13.) sçavoir BC, c'est-à-dire, que sa vîtesse augmentera de maniere que l'aire BCS par une largeur proportionnellement plus grande, soit égale à l'aire plus longue ABS. Lorsque la planéte est arrivée en C, la direction de la force projectile le long de la tangante C *c*, faisant toujours un angle aigu avec CS direction de la pesanteur, les deux forces réunies accelereront toujours la planéte, & la porteront de C en D dans le même tems qu'elle est partie au commencement de A en B. Les mêmes forces conspirant toujours dans leurs directions D *d* & D *f*, lorsque la planéte est en D, la conduiront en E dans un espace de tems égal au premier : & enfin les mêmes forces avec leurs directions conspirant ensemble accelereront encore la planéte dans son mouvement de E à son *perihelie* P ou sa vîtesse est la plus grande de toutes. Au *perihelie* P, la direction de la force projectile est le long de la tangente P *p*, & fait un angle droit avec P S direction de la pesanteur: donc la planéte par l'action de ces deux forces ira en F. Lorsque la planéte est en F, la direction de la force projectile, le long de la tangente F *f* fait un angle obtus avec F S direction de la pesanteur, & par conséquent le mouvement de la planéte sera retardé; (n°. 13.) parce que la diagonale F G est plus courte, à mesure que l'angle *f* F S est plus ouvert, & les forces commencent à agir l'une contre l'autre. Cet angle deviendra encore plus grand en G, de sorte que la force de la pesanteur dans la direction G S arrêtera la force projectile qui agit maintenant dans la ligne G *g*, & qui retarde toujours plus la planéte. L'angle continuant d'être obtus

LEÇON V. en H & J, la planéte sera toujours retardée jusqu'à ce qu'elle arrive à l'*aphelie* A, ou son mouvement est le plus lent de tous.

N. B. *On pourroit peut-être objecter ici que puisque les angles* a A S, *b* B S, *c* C S, *&c. ne décroissent que jusqu'à mi-chemin de* A *en* P; * *& que les angles* S P *p*, S F *f*, S G *g*, *&c. ne croissent que jusqu'à mi-chemin de* P *en* A, *la planéte qui descendra vers le perihelie ne doit augmenter de vîtesse que jusqu'au milieu du chemin; parce qu'alors les angles, comme* S E e, *&c. croissent de nouveau: & qu'elle ne devroit pas non plus retarder son mouvement lorsqu'elle est arrivée au milieu du chemin de* P *en* A, *parce que les angles formés par les directions des deux forces ne croissent plus, mais décroissent par degrés. Mais ici nous devons considérer qu'il y a une autre cause d'acceleration & de retardement qui ne dépend pas de la quantité de l'angle ci-dessus mentionné, & qui continue de croître après que les angles cessent de diminuer dans la descente de la planéte vers le soleil, & que cette cause continue de même à décroître lorsque cette planéte monte du* perihelie *à l'*aphelie, *même après que les angles de directions des forces ont cessé de croître: & cette cause est la distance diminuée ou augmentée du corps central (ou du soleil* S.) *la puissance de l'attraction changeant continuellement en raison réciproque du quarré de cette distance. Si, par exemple, nous voulons comparer la vîtesse de la planéte en* D *&* E, *il nous faut achever le parallelograme* D δ E *d*, *dont leux côtés* D δ *&* D *d*, *representent la force de la gravité & la force projectile lorsque la planéte est en* D; *ensuite nous devons aussi achever le parallelograme* E ε P *e*, *dans lequel* E ε *est plus grand que* D δ *en même proportion que la pesanteur est plus grande en* E *qu'en* D; *de même* E *e doit être plus grand que* D *d à proportion que la force projectile par son acceleration continuelle, est aussi devenue plus grande; & quoique l'angle* ε E *e soit plus grand que* δ D *d*, *nous aurons une diagonale* E P *plus grande, à cause de la plus grande longueur des côtés dans le parallelograme* ε E *e* P.

* Note 7.

44. Pour faire voir combien la gravitation des planétes & des cométes (car ce que nous avons dit des planétes doit s'appliquer aux cométes) vers le soleil, s'accorde avec la gravitation des corps pesans vers la terre; jettons un coup d'œil sur la 21e *figure* qui represente une ellipse allongée ou l'orbite de la cométe autour du soleil S, lorsque π represente le *perihelie*. La demi



ellipse $\pi\,\alpha$ est la ligne dans laquelle le mouvement de la cométe est uniformément retardé & la demi ellipse $\alpha\,\pi$ est celle où le mouvement de la cométe est uniformément acceleré. Maintenant si au lieu de renfermer le soleil S dans l'orbite, on jette d'une partie de la surface du soleil P un corps en haut, en sorte qu'il monte jusqu'en A, son mouvement sera uniformément retardé jusqu'à ce qu'il arrive en A, où il aura sa moindre vîtesse; ensuite il retournera & tombera dans la ligne A *p* accelerant son mouvement jusqu'à ce qu'il arrive en *p*, employant précisément autant de tems à monter qu'à descendre, & c'est ce que nous avons fait voir au sujet de l'action de la pesanteur sur les projectiles, en faisant abstraction de la resistance de l'air.

45. Considerons maintenant la resistance de l'air & comparons-la avec un milieu resistant quelconque, pour voir ce qui arriveroit aux planétes, si elles se mouvoient dans un tel milieu.

Nous avons fait voir (n°. 35.) que lorsque les corps se meuvent dans l'air, ils perdent une partie de leur mouvement par la resistance de l'air, à proportion du quarré de leur vîtesse, & que cette resistance empêche les corps qui tombent d'accelerer leur mouvement, autant qu'ils le feroient s'ils tomboient dans le *vuide;* parce que cette resistance enlevant continuellement une partie de la vîtesse que la pesanteur ajoute au corps qui tombe, rapproche toujours le mouvement du corps de plus en plus à un mouvement d'égalité. Si donc les planétes se mouvoient dans un *milieu* resistant, tel que la matiére celeste, que les Cartésiens supposent; la resistance de cette matiére empêcheroit que la planéte n'acquit en descendant au perihelie, la vîtesse qui est nécessaire pour faire balancer sa force centrifuge avec la force de la pesanteur : car cette derniere force croîtroit toujours à proportion du quarré de la distance diminuée, de quelque nature que fût le *milieu* qui environne le soleil; mais la force centrifuge n'auroit pas son accroissement convenable, si la planéte n'avoit pas la vîtesse requise. La conséquence seroit donc que la planéte changeroit de route, & qu'elle s'approcheroit toujours du soleil, roulant dans une ellipse plus allongée. Dans la révolution suivante, la planéte venant au *perihelie*, & n'ayant pas une force centrifuge convenable, s'approcheroit encore plus du soleil par l'attraction (qui ne seroit pas diminuée, mais augmentée, parce que le *perihelie* seroit alors

LEÇON V. plus proche ;) ainsi l'ellipse se changeroit encore en une ellipse



plus allongée, & le *perihelie* suivant seroit encore plus proche, jusqu'à ce que la planéte n'ayant pas sa vîtesse convenable dans une direction le long de la tangente, & s'approchant toujours plus dans chaque révolution, viendra enfin à tomber dans le soleil.

Maintenant, puisque cela n'arrive pas, il est évident qu'il n'y a point de *milieu* resistant pareil, ou de *matiere celeste d'un tourbillon*, que les Cartésiens supposent être la cause du mouvement des planétes autour du soleil. Bien loin de-là, un tel fluide détruiroit le mouvement des planétes, comme nous l'avons fait voir.

Mais ce qui détruit entierement l'hypothese *Cartésienne* (aussi bien que l'opinion des anciens Philosophes, qui supposoient que chaque planéte étoit enchassée dans un orbe solide de cristal, qui l'entraînoit circulairement) c'est l'observation des cométes, qui ne sont ni des météores comme quelques anciens les avoient supposés, ni des planétes qui passent d'un tourbillon à l'autre, comme les *Cartésiens* le prétendent; mais ce sont des planétes qui se meuvent dans des orbites fort excentriques, que nous examinerons plus à fond dans un autre endroit. * Nous remarquerons seulement ici qu'elles se meuvent fort librement dans toutes les parties du ciel & de tous les côtés, & que par conséquent les cieux ne sont pas des coquilles sphériques, qui les arrêteroient; ni des tourbillons de matiére, qui changeroient leur direction par degrés, & qui à la fin les feroient mouvoir à fort peu près dans le même plan que les planétes, dont les orbites ont tous leurs plans renfermés dans la largueur d'une zone de peu de degrés. Mais ce qui est le plus contraire à l'hypothese *Cartésienne*, c'est le mouvement d'une cométe retrograde, comme celle de l'an 1682. qui se mouvant de l'Est à l'Ouest étoit portée directement contre le courant supposé de la matiére celeste ; au lieu que son mouvement auroit dû être d'abord diminué, ensuite totalement arrêté, & enfin dans une direction contraire (ce qui doit arriver lorsqu'un corps se mouvant de l'Est à l'Ouest tombe dans un tourbillon qui se meut de l'Ouest à l'Est) elle accelera son mouvement en descendant vers le soleil.

* Note 8.

46. QUOIQUE nous puissions fort bien appeller *vuide* le *milieu* où les planétes se meuvent ; cependant, puisque la lumiere traverse tous les espaces celestes, & qu'il peut sortir des cométes

& des planétes quelques *écoulemens* subtils, il y aura (en parlant exactement) quelque resistance au mouvement d'une planéte quoiqu'elle soit plusieurs mille fois moindre que celle que notre air produiroit; & cette resistance après un grand nombre d'années, doit alterer le mouvement des planétes, de maniere qu'il sera nécessaire que l'Auteur de la nature y mette la main pour le rétablir. * Si l'on a trouvé quelque alteration dans leurs orbites, quoique très-petite, depuis que les Astronomes ont commencé à faire des observations exactes (comme plusieurs assurent qu'ils en ont trouvé) cela suffit pour faire voir que le monde n'est pas éternel, quand il n'y auroit pas d'autres preuves contre son éternité.

On a observé que le soleil a une grande atmosphére; comme sa surface, à cause de sa chaleur immense doit toujours pousser en dehors des *écoulemens* de matiére; ces *écoulemens* (excepté ceux qui sont assez petits pour devenir des particules de lumieres, & qui sont poussés avec une vîtesse immense) flottant tout autour du corps du soleil, doivent former un milieu pour le moins aussi dense que notre air. Maintenant si une cométe s'approche assez pour entrer dans l'atmosphére du soleil, elle s'approchera toujours du soleil de plus en plus dans chaque révolution à raison de la resistance qu'elle trouvera. Tel a été peut-être le destin de la cométe observée en 1680, laquelle approcha tellement du soleil, dans son *perihelie*, qu'elle ne fut éloignée de la surface du soleil que de la sixiéme partie du diamétre de cet astre. Par les connoissances que nous avons, plusieurs cométes doivent être tombées dans le soleil, sans que nous l'ayons observé ou que l'on s'en soit apperçu, & peut-être ces corps peuvent servir de nourriture pour remplir le vuide qui se fait dans le soleil en fournissant la lumiere à tout le systême. Car quoiqu'on ait objecté qu'une cométe ne feroit qu'un petit supplément, cependant si elle étoit aussi grande que la terre son diamétre seroit la 100e partie de celui du soleil; c'est-à-dire, que sa solidité seroit la millioniéme partie de celle du soleil, & elle suffiroit pour fournir au soleil autant qu'il peut perdre de matiére en répandant la lumiere pendant plusieurs années : & même quand la cométe ne seroit pas plus grande que que la lune (comme on suppose que plusieurs cométes ont été de cette grandeur) elle suffiroit cependant pour suppléer au vuide produit parla lumiere.

* C'est l'opinion de *Newton*. Voyez ses questions à la fin de son *Optique*.



47. QUOIQUE ce ne soient-là que des conjectures, je crois que le Lecteur ne sera pas fâché de voir dans une figure, comment une cométe, lorsquelle est une fois entrée dans l'atmosphére du soleil, doit enfin tomber dans le corps de cet astre.

Planche 26. Figure 1.

Planche 26. Figure 1.

SOIT ABPπ l'orbite d'une cométe, S & F ses *foyers*, S le soleil & DBC l'atmosphére du soleil. Lorsque la cométe vient de l'*aphelie* A au *perihelie* jusqu'en B, la resistance de l'atmosphére du soleil empêchant une partie de l'acceleration que la cométe auroit dû avoir, l'attraction du soleil donne à son orbite plus de courbure au *perihelie*, la ramenant plus près de lui & la fait venir en *b* au lieu de π en sortant; de sorte qu'elle a alors moins de courbure, parce que l'attraction du soleil lorsque la cométe sort, agit plus directement contre la direction de la force projectile. Cela doit rendre l'ellipse plus longue, porter son *aphelie* en A faire que son *foyer f* soit plus éloigné du soleil, que lorsqu'il étoit en F. Dans la révolution suivante, lorsque la cométe descend en B, elle s'approche encore plus du soleil dans son *perihelie*, & elle prend en B une nouvelle direction, de sorte qu'elle décrit une ellipse encore plus longue, dont le *foyer* le plus éloigné est en φ, & l'*aphelie* en *a*; & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'à la fin elle descend dans le soleil par la ligne *a* S. Mais si une cométe se meut dans l'orbite *a p*, dont les foyers sont au soleil S & en *f*, & dont le *perihelie p* est totalement hors de l'atmosphére du soleil, le mouvement du corps qui fait sa révolution ne sera pas sensiblement troublé de plusieurs milliers d'années.

On ne peut bien comprendre les autre choses qui ont rapport à l'Astronomie qu'après avoir expliqué la 3e Loi de mouvement.

TROISIÉME LOY DE MOUVEMENT.

48. A chaque action est toujours opposée une réaction égale; ou bien les actions mutuelles des corps les uns sur les autres; sont toujours égales & ont des directions contraires.

Tout ce qui tire ou presse un autre corps, en est autant attiré & pressé. Si un homme presse une pierre avec le doigt, son doigt est aussi pressé par la pierre. Si un cheval tire une pierre attachée à une corde, le cheval (pour ainsi dire) est également tiré en



arriere vers la pierre : car la corde étant bandée, par le même effort qu'elle fait pour se relâcher & se débander, tire autant le cheval vers la pierre, que la pierre vers le cheval, & elle empêche autant l'un d'avancer qu'elle fait avancer l'autre. Supposons, par exemple, que le cheval soit capable de surmonter un obstacle qui pese 1000 livres, en pressant contre lui avec sa poitrine; lorsqu'il tire une pierre de 100 livres pesant, il n'est plus capable que de vaincre un obstacle de 900 livres, la pierre retranchant de la force du cheval autant qu'il en faut pour s'avancer elle-même. Il faut donc s'attacher à bien comprendre ce terme *autant* & à le bien distinguer de celui-ci *aussi vîte*. Si un corps en frappe un autre & si par sa force il en change le mouvement, ce corps essuyera aussi (à cause de l'égalité de la pression mutuelle) un changement égal de son propre mouvement vers le côté opposé. Les changemens produits par ces actions seront égaux, non pas dans les vîtesses (excepté dans le cas où les deux corps ont la même quantité de matiere) mais dans les mouvemens ou *momens* des corps; ce qui doit s'entendre, si les corps ne sont pas arrêtés par d'autres obstacles. Car puisque les mouvemens sont également changés, les changemens de vîtesse qui se font vers les parties opposées seront en raison réciproque des corps. *Cette Loi a aussi lieu dans les attractions.*

Planche 26. Figure 2.

Planche 26. Figure 2.

49. Si dans un grand vaisseau d'eau AB, on fait nager une pierre d'aiman L *l* sur un morceau de liege, & une piece de fer ou d'acier J *i* du même poids sur un autre morceau de liege, ils s'approcheront l'un de l'autre, & ils se rencontreront en C, milieu de leur distance; ce qui fait voir que l'attraction est mutuelle entre la pierre d'aiman & le fer.

Tout le monde sçait qu'une longue piece d'acier, dont les deux bouts ont été frotés sur les poles d'un aiman, attire par un bout le pole qui lui a donné sa vertu & repousse l'autre pole; & ainsi de l'autre bout. Si donc J *i* est la piece d'acier qui a été touchée, & que son extrémité J ait reçu sa vertu du pole L de la pierre, & *i* du pole *l*; l'aiman & l'acier viendront à la rencontre l'un de l'autre de la maniere qu'on vient de le dire, lorsque J est placé vers L; mais si *i* de l'acier est placé vers L de la pierre, ou *l* de la pierre vers J de l'acier, & qu'on les approche de C

Leçon V.


autant que les liéges sur lesquels ils flottent, le pourront permettre, alors au moment qu'ils seront abandonnés à eux-mêmes, la pierre & l'acier se repoussent mutuellement; ce qui fait voir, que l'action & la réaction sont égales & contraires aussi-bien dans les répulsions que dans les attractions. *

* Note 9.

Planche 26. Figure 3.

50. AG & BF (*Planche 26. Figure 3.*) sont deux bateaux d'égal volume & de même poids, flottant sur l'eau & en repos, à la distance GF; un homme dans l'un en G tire une corde attachée en F; en tirant il joint ensemble les deux bateaux, & ils se rencontrent en C leur centre commun de gravité, lequel se trouve ici (parce qu'ils sont égaux) au milieu de leur distance. (*Leçon 2.* n°. 31.) Lorsque les bateaux sont unis en C, si l'homme pousse le bateau FB loin de lui, ce bateau & celui où il est se sépareront l'un de l'autre à égales distances de C. Mais si le bateau FB avoit été une fois aussi gros, (par exemple s'il avoit été FBH) & que le centre commun de gravité des deux bateaux eût été en *c*, la distance des bateaux étant GF; alors par l'attraction de l'homme, les bateaux se seroient rencontrés en *c*, le plus grand bateau ne parcourant que la moitié de l'espace parcouru par le plus petit; de même s'ils étoient poussés loin du point *c*, la vîtesse de leur séparation auroit été réciproquement proportionnelle à leur masse; c'est-à-dire, que AG se seroit écarté une fois aussi loin que FBH, leur centre commun de gravité restant en repos dans dans les deux cas. (*Leçon 2.* n°. 32.) On voit ici clairement que les *momens* des deux bateaux sont toujours égaux, quoique leurs vîtesses ne soient égales que lorsque les bateaux sont égaux, & ces *momens* égaux par lesquels les bateaux sont portés vers les côtés opposés, font voir que l'action & la réaction, dans tous les cas où les corps agissent les uns sur les autres, sont égales & contraires. Si le bateau AG avoit été joint à un grand vaisseau, & que l'homme eut poussé son bateau loin du vaisseau; il auroit donné autant de mouvement au vaisseau qu'au bateau; je dis que le vaisseau se seroit mû *autant*, mais non pas *aussi vîte*; parce que la vîtesse du vaisseau étant d'autant plus petite que le vaisseau est plus grand que n'est le bateau, auroit été insensible à la vûë, & par conséquent le vulgaire en ce cas s'imagine que le vaisseau ne se meut point du tout, & l'on a bien plus de peine à se persuader qu'un homme qui pousse contre le rivage pour faire avancer son bateau, donne autant de mouvement à toute la terre,



qu'il en donne à ſon bateau ; quoique la choſe ſoit très-certaine. En mettant le feu au canon, l'explosion de la poudre pouſſe *autant* le canon en arriére, qu'elle pouſſe le boulet en avant ; mais comme la quantité de matiére eſt beaucoup plus grande dans le canon que dans le boulet, le recul n'eſt que de quelques pieds, pendant que le boulet s'avance peut-être de 10000 pieds ; en conſidérant le recul, il faut y ajouter le frottement de l'affut de canon contre la terre, qui doit encore diminuer la vîteſſe du mouvement du canon. Si le canon eſt attaché à un vaiſſeau, on ne reſſent qu'une ſecouſſe dans le navire lorſqu'on met le feu au canon, parce que toute la matiére du vaiſſeau étant ajoutée au recul du canon, la vîteſſe diminue à proportion de cette matiére, qui rend cette vîteſſe inſenſible à la vûe, & ne ſe fait ſentir que par une ſécouſſe.

51. L'ACTION & la réaction ſe voyent très-clairement dans l'action de voguer, de nager & de voler ; par exemple, lorſque l'homme K dans le bateau J K (*Figure* 4.) pouſſe ſa rame, il pouſſe l'eau vers H, & l'eau pouſſe autant le bateau vers D. Dans l'action de nager, qui n'eſt autre choſe que celle de voguer avec les mains & les pieds, on eſt autant pouſſé en avant par l'eau qu'on pouſſe l'eau en arriere. La même choſe ſert à expliquer le vol des oiſeaux, qui ſont pouſſés en avant par la réaction de l'air contre leurs aîles étendues, pendant qu'ils frappent l'air avec leurs aîles. Par exemple, ſi un oiſeau frappe l'air en bas avec ſes aîles, par une force égale à celle qui pourroit élever 10 livres, la réaction de l'air le pouſſera en haut avec la même force ; mais ſi l'oiſeau peſe une livre, l'effet de la réaction de l'air le fera monter avec une force qui ne ſera que de 9 livres ; c'eſt-à-dire, que l'oiſeau s'élevera précíſément autant que feroit une livre attachée à une corde qui paſſeroit ſur une poulie, par la force de la chûte de 10 livres à l'autre bout de la corde. Si l'oiſeau ne frappoit l'air qu'avec une force égale à ſon propre poids, il reſteroit pendant quelque tems ſuſpendu dans l'air ſans aucun mouvement, comme nous voyons ſouvent que cela arrive aux milans, aux faucons & aux autres oiſeaux de proye.

52. LORSQU'ON aura bien compris les Loix précedentes du mouvement, on expliquera aiſément les *phénomènes* des marées ; mais pour rendre la choſe encore plus aiſée, il nous faut commencer par la conſidération ou *lemme* qui ſuit.

LEÇON V. *Si lorsque trois corps se meuvent l'un après l'autre du même côté, avec la même vîtesse, on imprime sur chacun d'eux une nouvelle force, mais qui soit plus grande dans le premier, moindre dans le second, & encore moindre dans le troisiéme, leurs distances les uns des autres augmenteront continuellement, quoiqu'ils continuent tous à se mouvoir du même côté, & que chacun d'eux se meuve plus vîte qu'auparavant.*

Supposons que les trois bateaux A G, F B & J K (Figure 3 & 4.) *sont portés par un courant d'eau de* L *vers* D, *flottant sur l'eau avec une vîtesse égale, & qu'il n'y ait qu'un homme attaché à la rame du bateau* A G, *deux au bateau* F B, *& quatre au bateau* J K. *Maintenant pendant qu'aucun de ces hommes ne vogue, les bateaux étant entraînés par le courant, continuent d'être à égales distances l'un de l'autre; de maniere que si un homme, étant assis dans le bateau du milieu, peut avec une longue perche atteindre l'avant du bateau* A G *de derriere en* G, *& la poupe du bateau de devant en* J, *il sera toujours en état de le faire tant que les hommes qui sont dans les bateaux ne vogueront pas: mais si l'on suppose que tous les hommes se mettent tout à la fois à voguer, le mouvement de tous les bateaux vers* D *sera acceleré, & il le sera d'une maniere différente; car les quatre hommes qui sont dans le bateau de devant lui donneront plus d'acceleration vers* D, *que les deux qui sont dans le bateau du milieu, & ces deux-ci feront marcher leur bateau plus vîte, que celui qui est seul dans le dernier bateau* A G; *en sorte que la personne qui tient une perche dans le bateau du milieu* F B, *ne pourra plus atteindre ni le bateau qui passe devant, ni celui qui le suit en arriere; mais elle s'imaginera (si elle ne fait pas attention à son propre mouvement) que le bateau qui est devant s'écarte en avant, & que celui qui est derriere recule.* Cette considération nous aidera à expliquer la cause du flux & reflux de la mer.

53. SI la terre étoit parfaitement unie, sans montagnes ou vallées, la mer formeroit tout autour une coquille d'eau, qui feroit concentrique à la terre, s'il n'y avoit auprès d'elle aucun corps, qui pût alterer la figure de ce fluide par son attraction. Soit *a p γ n* (*Planche 26. Figure 5.*) la figure que la terre auroit dans cette supposition, C son centre, & A P L N la surface de la mer, concentrique à la terre, à cause de sa gravitation égale dans toutes ses parties vers le centre de la terre. Considerons maintenant quel effet doit avoir la lune en M (C M étant une distance de 60 demi diametres de la terre.) Puisque l'action & la réaction sont égales, autant que la lune gravite vers la mer en L, autant la mer gravite

Planche 26. Figure 5.

vers la lune ; mais comme la mer gravite aussi vers C centre de la terre avec plus de force, (comme ayant 40 fois plus de matiére & étant 60 fois plus proche ;) la lune l'attirant à la distance M L par une direction contraire, n'enleve de sa gravitation vers la terre que l'équivalant de la force acceleratrice à la distance M L. Cela fera monter l'eau qui est en L jusqu'à *l*, & en même-tems l'eau s'élevera de l'autre côté de la terre de A en *a*, pendant qu'elle s'abaissera en P & N pour fournir à l'élevation en *l* & *a*. Si l'on considére l'eau en L, la terre en C (réduisant tout son poids à son centre de gravité, puisque ce n'est pas un fluide qui change de figure) & aux antipodes de L l'eau en A, on aura le cas des trois corps ou des trois bateaux du *lemme* précedent : car ces trois corps gravitent vers la lune en M ; mais différemment selon leurs distances & dans les proportions suivantes. L'eau en L est éloignée de la lune M de 59 demi-diamétres de la terre ; mais le centre de la terre C en est éloigné de 60 demi-diamétres ; donc autant que 3600 quarré de la distance de la lune au centre de la terre, est un nombre plus grand que 3481 quarré de 59, distance de la lune à la mer en L, autant l'attraction de la lune, (c'est-à-dire, la force acceleratrice vers la lune) est plus grande sur la mer en L que sur la terre en C, ce qui fait avancer la mer vers la lune jusqu'en *l*, ou en d'autres termes, c'est ce qui produit la haute mer en *l* sous la lune. Il y a aussi dans le même tems une haute mer aux *antipodes*, ou dans la partie opposée de la terre en *a* ; parce que l'eau y étant moins attirée que le centre de la terre (dans la proportion réciproque du quarré des distances, c'est-à-dire, autant que 3600 quarré de la distance du centre de la terre, est un moindre nombre que 3721 quarré de A M = 61, distance de la mer à la lune dans les antipodes) doit s'élever en *a* restant en arriere, ou ne s'avançant pas vers la lune autant que le centre de la terre. Car comme les trois corps L, C & A tendent tous vers la lune ; mais que L y tend avec plus de force que C, & C avec plus de force que A ; les distances C L & C A doivent croître par ces inégalités de forces qui agissent du même côté.

54. On m'a souvent objecté, qu'il ne paroît pas problable ; que la lune éleve l'eau dans un partie de la terre en L, en attirant l'eau plus que la terre, & qu'en même-tems elle l'éleve dans la partie opposée de la terre, comme en A, en l'attirant moins que la terre ; mais toute l'objection disparoîtra, si l'on explique ce que

LEÇON V. l'on entend par ce mot *élever* l'eau, qui est ici équivoque. A l'égard de la terre, ce qui est plus éloigné de son centre est dit *élevé*, & dans ce sens l'eau en *a* est élevée aussi-bien qu'en *l*; mais à l'égard de la lune M, l'eau en L est plus *élevée*, parce qu'elle vient en *l* plus près de la lune, & l'eau en A venant en *a* plus loin de la lune, est plûtôt abaissée ou laissée en arriere, comme étant moins attirée que la terre. Si l'on considere la terre tirée vers M, ensorte que la partie B x δ de sa surface soit portée vers B æ *b*, il arrivera la même chose à un habitant de la terre en æ, que si l'eau (sans aucun égard à la lune) s'étoit élevée en A, de A en *a*. Pour rendre ceci encore plus clair, supposons qu'un Habitant de la terre en A, est debout dans la mer auprès du rivage, ensorte qu'il ait l'eau jusqu'au milieu de son corps, que ses pieds soient vers æ, & sa tête vers Z le *zenith*, si la lune est dans le *nadir* en M (c'est-à-dire sous la terre à l'égard de l'homme en A) la terre sur laquelle cet homme est debout, sera tirée en bas, pendant que la surface de l'eau ne descend pas si vîte. La consequence sera que l'homme se trouvera dans l'eau jusqu'au cou; & s'il n'a aucune connoissance de l'action de la lune pour tirer en bas le fonds sur lequel il est appuyé, il dira que c'est l'eau qui monte, & c'est-là réellement ce que nous appellons la haute-mer, lorsque la lune est à nos *antipodes*.

55. EN faveur de ceux de mes Lecteurs qui ne sont pas assez satisfaits de ce qu'on a dit jusqu'ici sur les marées, je vais en donner une solution hydrostatique, en anticipant seulement une proposition évidente d'hydrostatique; sçavoir, *que toutes les liqueurs de la même pesanteur specifique*, * *qui étant contenues dans différens vaisseaux, ont une communication entr'elles, se tiennent à la même hauteur; mais si dans l'un des vaisseaux il y a une liqueur spécifiquement plus legere que les autres, elle s'élevera d'autant plus haut, qu'elle sera plus legere pour rétablir l'équilibre*.

Il faut maintenant observer que les points L N A P étant également éloignés du centre de la terre C, sont également élevés, & que les eaux dans ces endroits que l'on suppose communiquer les unes avec les autres, gravitent vers le centre de la terre, selon les lignes L C, N C, A C & P C dans les colomnes égales L γ, N *n*, A æ & P *p*, tandis qu'il n'y a point d'autre

* Un corps est dit specifiquement plus pesant qu'un autre, lorsqu'il contient plus de matiere sous le même volume, ou autant de matiere sous un moindre volume.

corps que la terre qui attire les eaux. Mais lorsque la lune est en M, les colonnes d'eau en L deviennent moins pesantes vers C, qu'elles ne l'étoient auparavant, parce que la lune les attire dans une direction contraire (sçavoir de L en M); ce qui doit produire le même effet que si l'eau étoit dans cet endroit specifiquement plus legere, comme elle le seroit si elle avoit perdu sa salure. Mais les colonnes en P & N ne deviennent pas moins pesantes vers C, parce que la lune tirant à angles droits sur P C & N C, ne diminuë pas la tendance des eaux en P & N vers C, & par consequent elles retiennent toute leur pesanteur; ce qui fait qu'elles pesent plus que les colonnes en L, qui ont perdu une partie de leur pésanteur vers C. Les eaux donc tomberont en P & N, & s'éleveront en L, jusqu'à ce que les eaux venant de L en *l*, ayent autant augmenté en quantité qu'elles ont perdu en pesanteur specifique, & par ce moyen l'*équilibre* sera rétabli. De même les colonnes d'eau en A, qui ont moins de tendance vers C, que les eaux en P & N deviennent (pour ainsi dire) specifiquement plus legeres, & par consequent pour conserver l'*équilibre*, elles doivent recevoir une nouvelle quantité d'eau de P & N, qui les élevera en *a*.

56. Je n'ignore pas une objection que l'on fait ici, & qui paroît d'abord être d'une grande force; sçavoir que puisque les eaux en L par l'attraction de la lune, ont une tendance vers la lune, dans la direction L M; les eaux en A doivent aussi recevoir une tendance vers la lune dans la direction A M par l'action de la lune, quoique cette action soit moindre en A qu'en L; & par conséquent bien loin que leur pesanteur ou tendance vers C soit diminuée, elle doit être augmentée par une addition quelque petite qu'elle soit; donc elles doivent presser plus vers C, que les eaux en P & N, & ainsi elles doivent s'abaisser en A, au lieu de s'élever vers *a*.

Pour répondre à cela, il faut faire attention que comme la terre en C est plus attirée vers la lune que l'eau en A, c'est la même chose que si on éloignoit le centre de gravité de la terre de C en *c*; & par ce moyen l'eau en A seroit d'autant moins attirée vers C, que la distance A *c* seroit plus grande que A C (Leçon 1. N°. 17.) ensorte que même avec la force additionnelle qui lui est donnée par la lune dans la même direction, elle auroit moins de tendance vers le centre de la terre, que l'eau en P & N, &c.

par conséquent elle devroit s'élever en *a* par l'écoulement des eaux de P & N.

57. Il y a une autre objection qui semble renverser tout le fondement de ce raisonnement sur les marées, & rendre le cas entierement différent de l'exemple des trois bateaux que nous avons donné pour l'éclaircir.

La voici : Si la terre C, & les eaux en L & A (comme dans le cas des trois bateaux), étoient toutes portées vers la lune, la terre & la lune devroient avec le tems se réunir ; mais on ne peut pas observer qu'elles s'approchent le moins du monde : les distances de la terre & de la lune ne variant que selon la nature de la courbe dans laquelle la lune se meut, & selon les actions réunies du soleil & de la terre dans les différentes positions de ces trois corps, & dans les différentes distances de la terre au soleil, à mesure qu'elle décrit autour de lui son orbite elliptique.

Pour répondre à cela, on doit observer que c'est une conséquence nécessaire de l'attraction mutuelle de tous les corps, & de la troisiéme loi, que la terre doit graviter vers la lune, aussibien que la lune vers la terre ; mais qu'il ne faut pas s'attendre à voir la terre s'approcher de la lune, parce qu'une autre cause détruit cet effet. Car la lune & la terre (comme nous l'avons remarqué ci-devant, Leçon 2. N°. 32.) décrivant des ellipses semblables autour de leur centre commun de gravité, acquierent par la vîtesse de leur mouvement une telle force centrifuge, qu'elle balance (ou détruit quant à l'effet) leur force centripéte vers le centre commun de gravité. Par ce moyen il ne leur reste qu'une tendance, & non aucun effet visible dans la terre ellemême. Mais à l'égard des eaux, cette tendance doit produire un effet visible, quoiqu'elles n'abandonnent jamais la terre, parce qu'il y a une communication de l'eau en P & en N à celle qui est en L & en A ; & comme nous avons déja démontré que les eaux en L & en A ont moins de tendance vers C, centre de la terre, que les eaux en P & en N ; l'effet de cette tendance sera que les eaux s'éleveront en A & L, & tomberont en P & L pour conserver l'*équilibre* ; mais s'il n'y avoit point de communication entre P, N & A, L, il n'y auroit point d'effet visible ; c'est-à-dire, que l'eau ne s'éleveroit pas en L & A, comme cela arrive dans les lacs & dans les mers qui n'ont point de communication avec l'océan, à moins qu'elles n'ayent une vaste étendue.

58. Ce que j'ai encore à faire voir au sujet des marées, est l'élevation & l'abaissement de l'eau, qui arrivent successivement dans chaque endroit; par exemple, si la haute mer est à *Portsmouth* à midi, la basse mer arrivera un peu après six heures du soir; ensuite vers le minuit, ou six heures après, la haute mer reviendra, à six heures du matin la basse mer, & environ à midi le jour suivant, encore la haute mer, &c. On voit par ce qui a été dit, que les eaux autour de la terre forment par l'attraction de la lune un sphéroïde allongé, dont le plus grand axe prolongé passe par le centre de la lune; comme le sphéroïde *l* N *a* P (*Figure 5.*) dont l'axe est *al*, & qui étant prolongé passe par le centre de la lune en M. Supposons maintenant que L soit un Port de Mer sur l'Océan, par exemple, à *Lucaio*, l'une des Isles *Bahama*, à 27°. de latitude nord, & que C est l'axe aussi-bien que le centre de la terre, & que *Lucaio* soit à midi en L, lorsque l'eau est sous la lune M; comme la terre tourne de l'ouëst à l'est, *Lucaio* sera dans six heures portée en P, où l'eau est la plus basse (car le sphéroïde de l'eau sera immobile par rapport à la lune, que nous supposons en repos en M, pendant que tous les Pays de la terre tournent dans le cercle L P A N, ou dans d'autres cercles paralléles). Six heures après, *Lucaio* arrivera en A, où elle aura haute mer; six heures ensuite, elle sera en N, où l'eau est basse; & enfin elle reviendra en L le jour suivant à midi, & ainsi elle aura haute mer.

Le fait est, que s'il y a haute mer dans un endroit aujourd'hui à midi, la haute mer ne sera le jour suivant qu'environ 53 minutes, c'est-à-dire près d'une heure après midi. La raison de cela est, que la lune ne reste pas immobile dans le Ciel, comme nous venons de le supposer, mais qu'elle parcourt dans son orbite 13 dégrés & 10 minutes; par exemple, l'arc M *m* (*Figure 6.*) en 24 heures; de sorte que lorsqu'un lieu de la terre, comme *Lucaio*, a passé de L en L, ensuite de *l* en λ, & est enfin revenu au même point à la même heure en L; la lune n'étant plus en M, mais en *m*, la haute mer a changé de place avec la lune, & le grand axe du sphéroïde n'est plus L *l*, mais N *n*; par conséquent *Lucaio* doit se mouvoir jusqu'en N, où se trouve la haute mer vers la lune, le sphéroïde de l'eau étant maintenant représenté par l'ovale ponctuée, dont l'axe prolongé est la ligne *n* N *m*, & le tems de ce mouvement sera d'environ 53 minutes, à raison de 15 dégrés par heure, que chaque Pays de la terre parcourt de l'ouëst à l'est.

LEÇON V. 59. OUTRE cette élevation & cet abaiſſement alternatifs de l'eau deux fois en 24 heures, on a obſervé qu'au tems de la pleine lune & de la nouvelle lune, les marées (qui s'appellent alors hautes marées) ſont plus grandes qu'au tems des quadratures, c'eſt-à-dire lorſque nous ne voyons que la moitié de la lune; & comme l'eau s'éleve plus haut dans le flot, elle deſcend auſſi plus bas dans le juſſant ou reflux, lorſque la lune eſt pleine, ou qu'elle eſt nouvelle.

Les marées qui arrivent aux quadratures ſe nomment *baſſes* marées, & l'on peut rendre raiſon des unes & des autres par l'action réunie du ſoleil & de la lune.

Si l'on conſidére l'action du ſoleil ſur les eaux & la réaction des eaux, comme nous l'avons fait par rapport à la lune, on trouvera (par les mêmes raiſons) que les eaux doivent s'élever ſous le ſoleil, & aux *antipodes;* mais comme l'attraction du ſoleil, à cauſe de ſa diſtance immenſe, eſt plus de cinq fois moindre que celle de la lune, * tous ſes effets, le reſte étant égal, feront plus de cinq fois moindres. Maintenant puiſque tant la lune que le ſoleil agiſſent ſur les eaux, lorſque leurs actions ſe confondent enſemble (comme il arrive lorſque la lune eſt *pleine* ou *nouvelle*) l'eau s'éleve d'un cinquiéme plus haut, & deſcend un cinquiéme plus bas; & lorſque leurs actions ſont contraires l'une à l'autre (comme elles le ſont aux quadratures) les eaux montent & deſcendent un cinquiéme moins. Newton a fait voir (*Princip.* L. 3. *Prop.* 38.) que la lune eſt capable d'élever de 10 pieds l'eau de l'Océan, & que le ſoleil ne peut l'élever que de 2 pieds: Donc lorſque leurs deux actions ſont réunies, l'eau s'élevera de 12 pieds; & lorſqu'elles ſont contraires l'une à l'autre, l'eau ne s'élevera que de huit pieds. Mais on comprendra mieux ceci par une Figure.

Planche 26. Figure 7.

Planche 26. Figure 9. ACL eſt la terre, dont le centre eſt en C; M ou *m* la lune;

* La ſurface viſible des corps décroit comme les quarrés de leurs diſtances croiſſent, & la puiſſance de l'attraction des corps (c'eſt-à-dire leur force accélératrice) décroit dans la même raiſon. Donc ſi le ſoleil & la lune avoient la même denſité, leurs attractions ſur la terre & ſur la mer ſeroient égales lorſque leurs diamétres apparents ſont égaux. Mais le ſoleil ayant environ cinq fois moins qu'une lune de même volume (c'eſt-à-dire, étant environ cinq fois moins denſe que la lune) a cinq fois moins de *force abſolue*, & par conſéquent doit avoir cinq fois moins de puiſſance pour mouvoir la mer.

dont l'action réduit l'eau au sphéroïde allongé *lnap*, dont l'axe prolongé passe par la lune. S est le soleil, qui, s'il n'y avoit point de lune, auroit élevé l'eau en L, & au côté opposé en A, ensorte qu'il l'auroit réduite au sphéroïde APLN, moins allongé que celui de la lune. Maintenant lorsque le soleil & la lune sont dans la même ligne (comme lorsque la lune est pleine en M, ou nouvelle en *m*) les axes des deux sphéroïdes se confondent, ensorte que l'eau qui n'auroit été élevée par la lune qu'en *a* & *l*, sera par la force additionnelle du soleil élevée en æ & λ à 12 pieds au lieu de 10, & par conséquent abaissée d'autant en *p* & *n*. Mais si la lune étant en M ou *m*, le soleil étoit en *s* ou σ (c'est-à-dire, aux quadradures, lorsque la lune paroît à demi) l'action du soleil seroit capable d'élever l'eau en P & N, si elle agissoit seule; mais comme la lune éleve l'eau en même-tems en *a* & *l*, tout l'effet de la force du soleil ne sera que pour empêcher l'eau de s'élever aussi haut sous la lune & au côté opposé de la terre, que la lune l'auroit élevée sans cet obstacle; ensorte que l'eau, au lieu de s'élever en *a* & *l*, ne s'éleve qu'en A & L, de 8 pieds au lieu de 10; & l'eau est seulement abaissée en P & N, au lieu de tomber aussi bas que *p* & *n*. C'est ainsi que les basses marées sont produites par les actions contraires, comme les hautes marées par les actions réunies du soleil & de la lune.

Comme les côtes de la mer sont fort irrégulieres, que la mer a différentes profondeurs, que les rivieres s'y précipitent plus vîte ou plus lentement avec la marée & contre la marée, & que l'eau coule différemment dans les bayes, golphes & détroits, nous ne devons pas nous attendre que les marées soient partout aussi régulieres que nous l'avons supposé, excepté dans l'Océan, libre de tout empêchement; mais si l'on examine bien les circonstances & les faits, on pourra résoudre tous les *phénoménes* relatifs aux marées par les principes expliqués ci-dessus. Le Docteur *Halley*, ce savant & infatigable Astronome, en a donné un exemple dans le premier volume des *Miscellanea curiosa*, & dans les *Transactions Philosophiques*, N°. 162. où il a donné plus d'étendue à la Théorie de Newton; & l'a appliquée à différens cas, qui sans cela seroient inexpliquables, en faisant voir par la solution des *phénoménes* les plus difficiles, que la théorie répond à tous les cas connus & fidellement rapportés. Je renvoye ceux qui sont curieux d'approfondir cette matiere, à la 37ᵉ. Proposition du 3ᵉ. Livre des *Principes* de *Newton*, & à la Dissertation du Docteur

LEÇON V. Halley dont je viens de parler. Ils y verront d'où vient que la mer s'éleve aux hauteurs prodigieuses de 40, 50, & même de plus de 60 pieds en différens endroits, comme à *Chepstow* au-dessus de *Bristol*, à *Saint-Malo*, à *Avranches* en *Normandie*, à *Cambaye* & à *Pegu* dans les *Indes* Orientales. D'où vient qu'il n'y a point de marées sensibles en certains endroits, comme dans la *Méditerranée*, la *Mer Caspienne*, la *Mer Noire*, & dans les Lacs. D'où vient que les marées sont si extraordinaires à *Tonquin* dans la *Chine*, où il n'y a qu'un flux & un reflux en 24 heures, & où il n'y a point du tout de marée deux fois chaque mois. D'où vient que la lune doit avoir un peu passé le méridien pour produire la haute mer en certains endroits, & d'où vient que les hautes marées n'arrivent pas précisément lorsque la lune est nouvelle ou pleine, ni les basses marées dans les quartiers, mais ordinairement trois marées après, à cause de la résistance que l'eau rencontre, & qui l'empêche de suivre la lune aussi vîte qu'elle l'auroit fait, si elle avoit couvert la surface d'une terre bien unie. Je n'expliquerai plus qu'un article, avant que de quitter ce sujet, sçavoir les *phénoménes* des marées *équinoctiales*, qui sont plus hautes vers l'*équinoxe* du printems & de l'automne, que dans tout autre tems, & qui sont moindres que toutes les autres aux *solstices*.

Planche 26. Figure 8.

Planche 26. Figure 8.

60. SOIT 1 C 2 D l'orbite de la terre, S le soleil au milieu; 1 & 2 la terre au tems du *solstice* d'été & d'hyver; 3 & 4 la terre aux *équinoxes*. 1°. Considerons ce qui doit arriver dans un lieu particulier, comme à *Lucaio*, ci-devant cité, lorsque ce Pays est au solstice d'été, comme en 1. Si la lune est dans la ligne A S, c'est-à-dire, soit qu'elle soit *nouvelle* ou *pleine*, ou dans les *syzygies*, comme parlent les Astronomes, A L sera le grand axe du sphéroïde aqueux, & les eaux seront le plus élevées en L & A. Maintenant *Lucaio* étant à midi en L, aura haute mer, & cela dans l'endroit où le sphéroïde est le plus élevé; mais à minuit *Lucaio* viendra en L, où à la vérité il aura haute mer, mais non pas à beaucoup-près aussi haute que s'il avoit été en A, antipodes de L. Le paralléle de *Lucaio*, c'est-à-dire son plan (aussi-bien que ceux de tous les autres paralléles ou cercles dans lesquels les différens Pays du monde font leur révolution autour de l'axe de la terre) formant un angle avec le sphéroïde aqueux, la

rotation de la surface de la terre est oblique au mouvement de l'eau produit par l'action du soleil & de la lune, & par conséquent l'élevation de l'eau est abattue par les rivages qui la portent d'un autre côté. Au solstice d'hyver, lorsque la terre est en 2, *Lucaio* étant en *l* à midi, a bien haute mer à la vérité, mais l'eau n'est pas à beaucoup-près aussi haute qu'en *b*, où sont les *antœciens* de *Lucaio*; mais à minuit *Lucaio* est porté en λ, où il a une grande marée, l'eau y étant dans l'endroit le plus élevé du sphéroïde.

COROLLAIRE.

DE LÀ il suit qu'au *solstice* d'été les Pays septentrionaux ont la marée plus haute pendant le jour que pendant la nuit, & au contraire dans le *solstice* d'hyver, la même chose arrive aux Pays méridionaux dans les mois opposés.

Lorsque la terre est en 3 ou 4, où sont les *équinoxes*, l'eau est plus élevée en C & D, le soleil étant dans le plan de l'équateur ÆQ; ensorte que chaque Pays qui a eu la haute marée pendant le jour, comme dans l'hémisphére Æ4QC, l'aura aussi haute la nuit 12 heures & demi après, comme dans l'hémisphére Æ3QD. La force centrifuge de chaque Pays aidant aussi à élever l'eau, & chaque paralléle de latitude ayant son plan paralléle à l'axe du sphéroïde. Mais cela paroîtra encore plus clair par la 9e. *Figure*, dans laquelle P*p* est l'axe de la terre, ÆQ l'*équateur*, ÆN*pn*QP le sphéroïde aqueux formé par le soleil S, & la *nouvelle lune* M, L *Lucaio* qui a la haute mer à midi; or il est évident que lorsque *Lucaio* arrive en *l* à minuit, il aura la mer presque aussi haute qu'à midi. On peut dire la même chose de tout autre Pays, comme des *antœciens* de *Lucaio* en N, qui lorsqu'ils arrivent en *n* à minuit, ont presque la mer aussi haute qu'ils l'avoient à midi en N. Il en est de même des Habitans en Æ, qui trouvent la mer dans $12\frac{1}{2}$ heures aussi haute en Q.

Planche 16. Figure 9.

N. B. *Comme le soleil est plus près de la terre en hyver, nous avons les plus hautes marées dans le* solstice *qui fait l'hyver de nos Pays septentrionaux; & de-là il suit aussi que les plus grandes marées ne sont pas précisément au tems des équinoxes, mais un peu avant l'équinoxe du printems, & un peu après celui d'automne.*

LEÇON V.



Sur les Pendules.

Planche 26. Figure 10.

61. Le *Pendule* est un corps pesant d'une espece quelconque, qui étant attaché à un cordon ou à un fil de fer, est suspendu à un point fixe ; comme le pendule P (*Planche 26. Figure* 10.) qui est suspendu au centre C par le fil CP. Si ce corps est tiré de son point le plus bas P, & porté à un autre point comme *p*, aussi-tôt qu'il sera lâché, non-seulement il reviendra au point le plus bas P, d'où il étoit parti, mais il continuera son mouvement jusqu'à ce qu'il se soit élevé en π, à une hauteur égale à celle d'où il étoit tombé, excepté autant qu'il en sera empêché par la résistance de l'air, & par le frottement en C ; sans quoi il iroit toujours en avant & en arriere sans discontinuer. Cette chûte & cette élevation du pendule, par exemple de *p* en π, se nomme *oscillation* ou vibration.

Les usages des pendules sont en grand nombre ; mais on s'en serr le plus communément pour mesurer le tems. Toute la théorie des pendules, c'est-à-dire, tout ce qui a rapport à leurs *phénomènes*, suit naturellement de ce que nous avons dit sur la chûte des corps.

62. J'ai déja fait voir que s'il y a un plan incliné, comme AB (*Figure* 11.), dont la hauteur est A*b*, & la base CB ; un corps qui tombe de A le long du plan incliné, n'ira pas plus loin que D, dans le tems qu'un autre corps étant parti du même point A, tombe en C de toute la hauteur du plan, & que ce point D se trouve en abaissant une perpendiculaire de C (extrémité de la ligne verticale qui mesure la hauteur du plan) sur ce plan. (N°. 18.) Si donc il y a plusieurs autres plans inclinés depuis le point A jusqu'à la ligne horizontale CB, comme AE, AF, AG, &c. les perpendiculaires CH, CJ, CK, marqueront les points de ces plans où un corps tombant de A, arriveroit dans le même tems ; mais puisque tous les angles dans le demi-cercle sont droits, on peut décrire sur la ligne AC avec la distance AP (moitié de AC) autour du point P un demi-cercle, qui passera par les points angulaires D, H, J, K, &c. Soit achevé le cercle entier. Les parties interceptées des lignes (ou plans) AB, AE, AF, AG, sçavoir AD, AH, AJ, AK, font maintenant des cordes du cercle. Menez dans l'autre demi-cercle les lignes OC, NC, MC, LC,

respectivement paralléles aux cordes ci-dessus (& par conséquent égales & également inclinées.) Or il est évident par ce qui a été dit, qu'un corps tombera par toutes ces dernieres cordes dans le même tems qu'il employera à parcourir toutes les autres. Donc si un cercle est placé verticalement, & qu'on y mene tant de cordes qu'on voudra à la partie la plus basse du diametre, un corps tombera dans le diametre, (ou dans toute sa longueur,) & dans chacune des cordes dans le même tems, celles qui sont plus inclinées étant plus courtes & au contraire. Maintenant puisque les petits arcs de cercle ne différent que fort peu de leurs cordes, les corps qui tombent dans les petits arcs de cercles, au lieu de tomber dans leurs cordes, décriront ces arcs dans des tems qui seront sensiblement les mêmes. * Par exemple; soit un corps C (*Figure* 11.) suspendu par le fil CP en P, centre du cercle; soit ensuite élevé ce corps de C en M, ou à un point quelconque entre C & M, (ou de la même maniere de l'autre côté de C,) aussi-tôt qu'on le laissera aller, il tombera en C dans un arc de cercle, au lieu de la corde, & sensiblement dans le même tems; soit qu'il tombe de L, K, ou J, parce que la corde LC ou JC ne différe de son arc LC ou JC un peu plus que la corde CK du sinus CK. Mais si le pendule tomboit dans l'arc NMC ou MLC, il resteroit un peu plus long-tems à parvenir au point L, point le plus bas C, que s'il n'étoit tombé que de K, parce que l'arc NMC ou MLC surpasse en longueur la corde NC ou MC beaucoup plus que l'arc CK ne surpasse la corde CK. Mais si le pendule tombant de M étoit seulement arrêté par l'air dans son mouvement, il s'élevoit à fort peu-près jusqu'en H, qui est aussi haut que M, & alors à peine y auroit-

* Je ne prétends pas qu'un corps doive tomber le long des arcs de cercle dans le même tems qu'il tomberoit le long des cordes; mais que dans les arcs qui ne sont pas fort inégaux, il tomberoit sensiblement dans le même tems. Car un corps tombera plus vite dans un arc que dans la corde, parce qu'il en part avec une plus grande inclinaison; le tems de la chûte dans l'arc étant au tems de la chûte dans la corde à fort peu près dans la proportion de 785 à 1000. La chûte le long de la corde se faisant dans le même tems que le long du diametre, il s'ensuit que toute la vibration ou la chûte & l'élevation dans deux cordes, en doublant le tems, se fera dans le même tems qu'un corps employeroit à parcourir 4 diamétres, ou 8 fois la longueur du pendule: mais les Mathématiciens ont démontré que le tems employé par un pendule à faire ses vibrations dans un arc de cercle, est au tems que le corps employeroit à parcourir ces 4 diamétres, comme la circonférence du cercle est à ces 4 diamétres; ou que le tems de la chûte dans un arc: est au tems de la chûte dans une corde:: comme le quart du cercle: est à son diamétre: c'est-à-dire, à fort peu près comme 785: à 1000.

 il quelque différence entre le tems de l'élevation & de la chûte du pendule.

COROLLAIRE I.

De la il suit que si l'on fait décrire à un pendule de grands arcs de cercles, & qu'étant abandonné à lui-même il diminue continuellement ses vibrations par la résistance de l'air, les tems des vibrations seront un peu plus longs au commencement qu'à la fin; mais si le corps ne décrit au commencement que de petits arcs de cercle, toutes ses vibrations pourront être regardées, sans aucune erreur sensible, comme *isochrones* (c'est-à-dire, achevées dans le même tems) jusqu'à ce qu'il soit en repos.

COROLLAIRE II.

De la il suit aussi que de quelque métal ou espece de corps que le pendule soit composé, pourvû que le fil soit de la même longueur, toutes les vibrations, si elles sont petites, seront achevées dans le même tems (puisque tous les corps tendent à tomber avec la même vîtesse, *Leçon* 1. *N°.* 8.) En comptant les vibrations on peut mesurer le tems fort exactement. Car quoique les corps qui sont spécifiquement plus legers que les autres, arrivent plû-tôt au repos par la résistance de l'air, & qu'ainsi ils fassent moins de vibrations, cependant chacune de ces vibrations sera achevée dans le même tems.

N. B. *Ceci avec ce qu'on a dit auparavant, deviendra plus évident par les Expériences.*

Expérience XVII.

Planche 16. Figure 12.

63. ECD est une planche triangulaire de bois placée verticalement, avec un arc de cercle tracé autour du centre *b* de *o* en *9*, & un autre tracé autour du centre *a* de *o* en *9* de l'autre côté, les divisions de chaque côté étant égales. On suspend de *a* & *b* deux balles ou pendules, de maniere qu'elles ne fassent que se toucher l'une & l'autre, lorsqu'elles sont au point le plus bas; ce qui arrivera si les points *a*, *b* sont précisément éloignés l'un de l'autre de la distance des centres des balles. Si la balle A est élevée à 7, 8 ou 9, & la balle B à 1, 2, ou 3, & si on les lâche toutes deux en même-tems, elles se rencontreront exactement en *o*, quoiqu'elles ayent décrit des arcs inégaux, & elles le feront toujours, quoique les arcs soient aussi différens qu'ils peuvent

l'être par cet instrument, du moins autant que la vûe pourra le déterminer, lorsque le plus grand arc ne sera pas au-dessus de 20 dégrés, comme il ne sçauroit l'être dans cet instrument.

EXPÉRIENCE XVIII.

Planche 26. Figure 13.

PRENEZ 3 balles P, *P* & Π, l'une de plomb, l'autre d'ivoire, & la troisiéme de liége; & les ayant attachées chacune à des fils d'égales longueurs, suspendez-les au fil de fer horizontal W, au haut du guéridon S *s*; ensuite les élevant toutes à hauteurs égales, & les laissant tomber en même-tems, elles feront leurs vibrations dans le même tems; car quoique le liége soit plû-tôt en repos que l'yvoire, & l'yvoire que le plomb, & quoique pendant que le plomb fait toujours ses vibrations dans l'arc P p, l'yvoire ne fasse les siennes que dans un arc plus petit *P p*, & le liége dans un arc encore plus petit Π π, on verra que ces balles arrivent toujours à la partie la plus basse de la vibration dans le même tems.

EXPÉRIENCE XIX.

Planche 27. Figure 2.

FAITES mouvoir le pendule P autour de la cheville C, comme centre, l'ayant d'abord élevé de F en P, & il décrira l'arc P F *e*, s'élevant en *e* sensiblement aussi haut que P dans la ligne horizontale P*e*. Ensuite au point A, milieu de cette ligne horizontale, plantez la cheville A, & le fil du pendule sera retenu & arrêté par cette cheville; mais le reste du fil en-dessous de A en F sera en liberté, de sorte qu'il laissera monter le pendule en B, qui est un point de la ligne horizontale précédente, & cela dans un arc de cercle dont le rayon est A F. Si la cheville étoit placée en *a*, le pendule s'éleveroit dans la courbe F D; & si l'on plantoit deux chevilles en *b* & *c*, le pendule s'éleveroit dans la courbe F E, composée de trois arcs différens, dont le premier a son centre en C, le second en *b*, & le troisiéme en *c*. Cela fait voir (comme on l'a déja expliqué) que *quelle que soit la courbe ou les courbes qu'un pendule décrit en montant après sa chûte, il arrivera à la même hauteur d'où il est tombé, excepté ce que l'on en doit retrancher à cause de la résistance de l'air*; la vitesse du pendule au point le plus bas F étant la même que celle qu'il auroit acquise en tombant directement du point A, & cette vîtesse est capable de porter le corps



(dans une direction contre laquelle la pesanteur ne sçauroit agir) au double de l'espace A F, par un mouvement uniforme, dans le même tems qu'elle parcourt l'espace A F par un mouvement acceleré, comme on l'a déja prouvé (N°. 15.) mais la chose deviendra visible par l'Expérience suivante.

EXPÉRIENCE XX.

Planche ■. Figure 2.

66. Le pendule P est suspendu à un fil d'environ 40 pieds de longueur depuis le centre C; & lorsqu'il est en liberté, il descend en p, & fait ses vibrations dans l'arc pq. Du point le plus bas p sur l'arc pq, mesurez deux pieds ou l'arc $p\pi$, qui sera une ligne sensiblement horizontale, le sinus verse de cet arc n'étant que d'environ la moitié d'un pouce. A la distance du demi-diametre du pendule au-delà de π, fixez un obstacle vertical ou un plan de bois O π; & un autre pareil de l'autre côté de p, à la distance d'environ un pied & demi, mais dans une situation horizontale; ensorte que sa surface soit à niveau du bas du pendule, sçavoir, dans la ligne $p\pi$. Plantez la cheville N perpendiculairement au fil (c'est-à-dire, dans une position horizontale) à la hauteur d'un pied au-dessus de p. Il faut aussi faire une marque ou un gros point en n sur la muraille ou plan qui est derriere le fil du pendule, un peu au-dessus de p. Ensuite ayant élevé le pendule en P dans la ligne H h, c'est-à-dire, précisément à la hauteur d'un pied, il faut le laisser aller de nouveau, & observer l'instant précis ou une marque dans le fil de P, arrive au point n, afin qu'on puisse précisément dans cet instant laisser tomber le corps H de la ligne horizontale H h à l'obstacle M, & l'on trouvera que la balle H frappe M au même instant que P frappe l'obstacle O π en π, P décrivant horizontalement l'espace $p\pi$, qui est de deux pieds, pendant que H tombe de la hauteur H M, qui n'est que d'un pied. On peut faire cela si exactement, que le son des deux coups n'en forme qu'un seul.

67. On a observé qu'un pendule, dont la longueur est de 39 pouces & deux dixiémes (mesure d'Angleterre *) depuis le centre de la balle jusqu'au point de suspension, forme une vibration dans une seconde de tems; c'est-à-dire, 3600 dans une heure. On a fait cette expérience avec un pendule qui pesoit 50 l. qui étoit d'une figure lenticulaire, pour mieux couper l'air, & en

* Note 9.

en se servant d'un fil d'acier très-subtil au lieu d'un fil ordinaire, & avec cet instrument les vibrations ont continué pendant tout un jour. Delà vient que les pendules servent à mesurer le tems également & exactement, ayant égard à la longueur du pendule, de quelque espece ou de quelque grandeur que soit le poids.

68. PLUS les pendules sont courts, plus les tems de leurs vibrations sont courts, quoique les tems des vibrations ne soient pas comme les longueurs des pendules, mais comme les racines quarrées de leurs longueurs; par exemple, un pendule de 13 pieds & de près d'un pouce de longueur (c'est-à-dire de 156, 8 pouces) qui est quatre fois aussi long que celui qui bat les secondes, fera ses vibrations dans deux secondes; & si l'on veut avoir un pendule qui aille deux fois aussi vîte que le pendule à secondes, c'est-à-dire, qui batte deux fois dans une seconde, il faut le faire 4 fois plus court, ou de 9 pouces 8 dixiémes. La raison en est évidente par la démonstration suivante.

DE'MONSTRATION.

Planche 27. Figure 3.

AEBG & DFB sont deux cercles dont les diamétres AB & ADB sont l'un à l'autre comme 4 à 1. On a démontré (L. 5. N°. 15.) que si un corps décrit en tombant un certain espace, comme AB dans un tems déterminé, il ne décrira que le quart de cet espace comme DB, dans la moitié de ce tems. Mais on a aussi prouvé (N°. 62.) que les corps tombent le long de la corde ou d'un cercle dans le même tems qu'ils tombent le long du diamétre. Donc un corps en E tombera le long de la corde FB dans le double du tems qu'un corps en F tombera le long de la corde FB. Mais comme la corde EB différe de l'arc EB (ou est plus courte que cet arc) en même proportion que la corde FB différe de son arc FB (en supposant les deux arcs du même nombre de dégrés) la différence sera proportionnelle dans la chûte des deux pendules CE & cF; par conséquent E restera deux fois aussi long-tems à venir au point le plus bas B, que F à venir aussi en B: mais toute la vibration qui porte en haut E en G, & F en g, dans les deux pendules est double du tems de leurs chûtes respectives. Donc un pendule, pour faire ses vibrations deux fois aussi vîte qu'un autre, doit être 4 fois plus court. C. Q. F. D.

LEÇON V.

EXPÉRIENCE XXI.

Planche 27 Figure 4.

SUR le fil de fer horizontal W du guéridon représenté dans la 13ᵉ. *Figure* de la *Planche 26.* dont le haut est ici exprimé *Figure 4.* on suspend un pendule CP, dont la longueur est 39, 2 pouces, & sur le même fil de fer un peu plus en avant, un autre pendule *cp* du quart de cette longueur. Faites tomber ces deux pendules en même-tems de la hauteur quelconque où vous les aurez élevés, comme P & *p*, & vous verrez que *p* arrivera en *f* (ayant achevé toute sa vibration, lorsque P ne sera encore arrivé qu'en B) lorsque P arrive en F, alors *p* est en arriere de *f* en *p*; lorsque P est revenu en B, *p* est arrivé en *f*; & à la fin lorsque P est revenu en P, *p* est aussi arrivé en *p*, d'où il étoit parti au commencement : de sorte que les deux pendules commenceront à tomber ensemble dans chacun des autres coups, le plus court faisant sa vibration dans une demi-seconde, pendant que le second la fait dans une seconde entiere.

EXPÉRIENCE XXII.

Planche 25. Figure 5.

PRENEZ une barre de fer, quarrée ou ronde, peu importe, pourvû qu'elle soit de la même épaisseur dans toutes ses parties, & dont la longueur soit de 58, 8 pouces, en mesurant depuis un petit trou destiné à recevoir le fil de fer du guéridon à son extrémité; & ayant fait entrer le fil dans son trou en A, & suspendu un pendule à secondes en C, on les laissera tomber de P & B, dans le même tems, & leurs vibrations seront isochrones, c'est-à-dire, achevées dans le même tems. Cela fait voir que toute perche droite, unie, quarrée ou ronde, de quelque métal que ce soit, fera ses vibrations dans le même tems qu'un pendule qui a les $\frac{2}{3}$ de la longueur de la perche; comme si toute la matiere de la barre avoit été ramassée dans le point *p*, qui se nomme pour cela le centre d'*oscillation*.

N. B. *Si une personne tenant une barre, comme A B, par son bout A, frappe un coup avec cette barre, elle donnera le plus grand coup possible, lorsque le point p frappera contre l'obstacle ; c'est pour cela que ce point qui est ici le* centre d'oscillation, *peut aussi se nommer le* centre de percussion. *

* Dans quelques especes de corps le centre d'*oscillation* n'est pas le même que le centre de *percussion* ; mais la discussion de cette matiere étant étrangere à mon sujet, je n'en dirai pas davantage.

69. On applique avec beaucoup de succès le pendule aux horloges, pour mesurer le tems, comme on peut le voir dans la plûpart des horloges. Mais pour faire voir de quelle maniere il regle le mouvement, un exemple suffira. C'est la description d'une petite horloge ou *chronométre*, que M. *Georges Graham* a inventé, & qu'il a fait pour moi il y a quelques années. Ce chronométre est si exact, qu'il mesure avec beaucoup de précision une petite partie du tems, même jusqu'à la seiziéme partie d'une seconde.

A l'extrémité d'un aissieu horizontal, est attaché une rouë de chan de 120 dents, & il y a à l'autre extrémité un petit tambour qui porte en-dehors la corde d'un petit poids pour faire tourner la rouë. Les dents de cette rouë font mouvoir un pignon horizontal de 15 fuseaux (ou dents) fixé au bas d'un aissieu vertical, au haut duquel est la rouë de rencontre, qui a 15 dents coupées de travers: c'est-à-dire, qu'un côté de chaque dent est perpendiculaire au plan de la rouë, & que l'autre côté est coupé obliquement par une courbe. Précisément au-dessus de cette derniere rouë, il y a un petit aissieu ou verge d'acier placé horizontalement, qui a deux petites palétes à angles droits l'une à l'autre, tellement placées qu'elles sont frappées alternativement par la partie perpendiculaire de chaque dent de la rouë de rencontre aux côtés opposés de cette rouë, de maniere qu'aucune des dents de cette rouë ne peut passer sans donner un coup contre chaque paléte pour donner un quart de tour à cet aissieu. A l'autre extrémité du même aissieu, on a fixé un fil de fer, qui est chargé en bas d'un poids de cuivre, dont le centre de gravité est éloigné de l'aissieu horizontal de 2, 45 pouces, c'est-à-dire, de presque 2 pouces & demi, ou de la 16e. partie de la longueur du pendule qui bat les secondes. Par conséquent à mesure que le poids fait tourner la rouë principale, les dents de la rouë de rencontre frappent les palétes fixées à l'aissieu horizontal, autour duquel se meut le petit pendule; & comme ce pendule, à cause de sa longueur, fait 4 vibrations dans une seconde (n°. 67, 68.) & qu'il doit y avoir deux coups contre les palétes pour chaque dent qui passe de la rouë de rencontre, il doit y avoir aussi deux vibrations du pendule, ou une demi-seconde de tems, pour chaque dent de la grande rouë qui est poussée par le pignon (dont le nombre des dents est égal à celui de la rouë de rencontre); & comme la grande rouë a 120 dents, il se fera 240 vibrations du pendule pendant qu'elle fait un tour; de sorte qu'une aiguille ou *index* fixé à la

LEÇON V.



grande roue, fera son tour dans une minute, en marquant 60 grandes divisions pour les secondes sur le cadran, lesquelles divisions sont encore sous-divisées en 4, pour marquer les quarts de secondes. Mais outre cela, il y a un quart de cercle d'un rayon égal à la longueur du pendule, qui est divisé en quatre parties par 5 petites chevilles de cuivre, & qui est fixé à un aissieu horizontal; ce quart de cercle sert non seulement de détente, pour faire aller la machine dans la 16e. partie d'une seconde, mais aussi pour l'arrêter dans le même tems, les chevilles arrêtant le pendule dans la 4e. partie de sa vibration; car en fixant les chevilles, on a eu égard au tems de chaque quart de vibration, les deux espaces entre les chevilles les plus proches de la partie la plus basse du quart de cercle que le pendule décrit dans $\frac{1}{4}$ d'une seconde, étant d'autant plus grands que le pendule se meut plus vîte dans cette partie de sa vibration.

Ce chronométre est d'un grand usage pour mesurer les petites parties du tems dans les observations astronomiques, le tems de la chûte des corps, la vîtesse des eaux courantes, & dans plusieurs autres occasions où il est question de mesurer avec précision un petit espace de tems, comme de 3 ou 4 secondes jusqu'à une ou deux minutes; mais il n'est pas propre à mesurer assez exactement les longs espaces de tems; parce que, quoiqu'il semble décrire exactement un quart de cercle dans chaque vibration, il ne le fait pourtant pas réellement, & la différence des longueurs des vibrations dans des arcs aussi grands, produit une différence dans le tems, & quelques petites que soient ces différences, leur nombre trop multiplié produit une erreur sensible. Dans cette machine il y a quelquefois une erreur de $\frac{1}{4}$ de seconde dans 14 secondes. C'est le défaut commun à toutes les horloges qui ont de petits pendules, & qui font leurs vibrations dans de grands arcs de cercle.

70. MAIS il y a une courbe qui n'est ni un cercle ni une ellipse, dans laquelle toutes les vibrations du même pendule, soit qu'il soit long ou court, se font dans le même tems; & lorsqu'une horloge est reglée par un pendule qui se meut dans cette courbe, elle peut servir à mesurer exactement un long espace de tems. Cette courbe est la *cycloïde*, dont voici la description.

71. SI un cercle dans une position verticale roule le long d'une

ligne horizontale A B (*Planche* 27. *Figure* 6.) comme fait la rouë d'une voiture dans un chemin) jusqu'à ce qu'elle ait fait une révolution, le point du cercle, tel que A, qui touche le plan, s'élevera au-dessus de la ligne horizontale, & sera en *a* lorsque le cercle aura fait la moitié de sa révolution, ayant décrit la courbe A *a*, d'où il descend (à mesure que le cercle s'avance) par la même espece de courbe, jusqu'à ce qu'il touche la ligne A B en B; le point C qui étoit le plus élevé au commencement du mouvement, étant descendu en *c* lorsque A est arrivé en *a*, & ensuite revenu en *K*, lorsque le cercle est dans la même position où il étoit avant sa révolution. Toute la courbe A *a* B ainsi décrite, se nomme *cycloïde*, le cercle A C *cercle generateur*, & la ligne A B, *base de la cycloïde*. * Planche 27. Figure 6. * Note 16.

Il est évident par la formation de la *cycloïde*, que sa base est égale à la circonférence du cercle generateur. Les Mathématiciens * ont démontré plusieurs autres proprietés de cette courbe. Il feroit trop ennuyeux de les repeter ici; nous les supposerons donc accordées, & nous en ferons mention à mesure que nous aurons occasion de nous en servir dans nos conclusions sur les pendules.

72. RENVERSONS maintenant la *cycloïde*, ensorte que sa base A B soit en haut, & la cycloïde en-dessous. (*Planche* 27. *Figure* 7.) On a démontré que si d'un point quelconque de la *cycloïde*, comme E ou *p*, on mene une ligne paralléle à la base, & si du point où cette ligne coupe le cercle generateur lorsqu'il a fait sa demi-révolution (c'est-à-dire, lorsqu'il est en G), on mene une corde telle que *e* D ou *q* D, l'arc intercepté de la *cycloïde*, comme E D ou *p* D sera double de la corde *e* D ou *q* D, & qu'ainsi la moitié de la *cycloïde*, comme A D, sera double du diametre G D du cercle generateur. Or, comme on a fait voir qu'un corps tombe dans le même tems le long du diametre G D, & le long des cordes *q* D, *e* D, il doit tomber dans les arcs A D, *p* D, & E D en tems égaux, parce que chacun de ces arcs est double des lignes précédentes G D, *q* D & Q D; mais sur-tout parce que les tangentes sont partout paralléles aux cordes correspondantes. Ensorte que lorsqu'un pendule fait ses vibrations dans une *cycloïde*, toutes ses vibrations, quelqu'inégales qu'elles soient, sont isochrones. Planche 27. Figure 7.

* Le Docteur Wallis, Craig, Ditton, Bernoulli, &c.



Maintenant pour faire rouler un pendule dans une *cycloïde*, on a imaginé des jumelles cycloïdales de chaque côté du centre de suspension, de maniere que le fil s'y appliquant, racourcisse la distance du pendule au point de suspension, ensorte qu'elles lui fassent décrire un arc cycloïdal au lieu d'un arc circulaire. Ces jumelles cycloïdales se font en cette maniere : transportez la demi-cycloïde A D en C B, ensorte que le point D soit sur B, & l'autre demi-cycloïde B D sur C A, ensorte que D soit sur A. Si maintenant vous coupez deux jumelles de bois ou de métal exactement assez convexes pour couvrir ces demi-cycloïdes, & si vous suspendez un pendule comme P de la longueur C D, double du diametre G D, au point de suspension , précisément entre ces deux jumelles dans l'endroit C où elles se touchent, ce pendule ne fera plus ses vibrations dans l'arc H D J (dont le centre est C, & dont le rayon est la longueur du pendule) mais dans la *cycloïde* A *p* D F B, par le racourcissement du fil à mesure qu'il s'applique aux jumelles cycloïdales, comme à C S *p*.

Il y a un autre moyen pour faire ensorte qu'un pendule fasse ses vibrations dans un arc qui approche si fort d'être cycloïde, qu'il n'y ait point d'erreur dans la mesure du tems, & c'est d'avoir un pendule fort long, & de faire ensorte qu'il ne décrive que de très-petits arcs. Par exemple, soit C D un pendule à secondes, c'est-à-dire, de 39, 2 pouces de long, & qu'il ne fasse ses vibrations que de P en *ſ* d'environ 4 ou 5 degrés, il est clair que le cercle & la cycloïde se confondent en D avec quelques degrés de part & d'autre. Ainsi le pendule qui fait ses vibrations dans l'arc circulaire H D J, n'en décrivant que la partie P *ſ*, doit être regardé comme s'il les faisoit dans un arc cycloïdal ; & si quelquefois il n'alloit que de D en *d*, il décriroit ce petit arc dans le même tems que le plus grand arc D *ſ*.

N. B. *Il vaut mieux se servir d'un long pendule que des jumelles cycloïdales, parce que si le fil, où le pendule est suspendu, frappe fortement ces jumelles, leur réaction, qui est en quelque façon élastique, ajoutera quelque force à celle de la pesanteur, qui seule doit agir dans le pendule, pour que ses vibrations soient isochrones dans une* cycloïde, *de sorte que lorsqu'une telle secousse survient, la vibration doit être trop prompte. Mais le long pendule, à moins d'une fort grande secousse (telle que celle qui le porteroit jusqu'en p) ne fera pas assez sensiblement ses vibrations hors de la* cycloïde, *pour produire quelque erreur dans*

la mesure du tems. De sorte qu'on s'en sert maintenant avec beaucoup de succès pour mesurer le tems à terre ; les secousses à la mer étant trop grandes pour conserver dans un Vaisseau le mouvement uniforme d'un grand pendule.

73. AVANT que de quitter ce sujet, il est à propos de faire mention d'une proprieté remarquable de la *cycloïde* ; c'est que cette courbe *est la ligne de la plus vîte descente* ; c'est-à-dire, que si un corps doit se mouvoir de A en D, il n'est pas possible de tracer aucune sorte de lignes depuis le plus haut jusqu'au plus bas de ces deux points, le long de laquelle un corps puisse descendre aussi vîte que dans la demi-cycloïde A D ; ni l'arc de cercle, ni même la ligne droite A D, quoiqu'elle soit beaucoup plus courte ; car le corps partant d'abord de A, descend dans une direction si roide (c'est-à-dire que la pesanteur agit tellement sur lui) qu'il acquiert une grande vîtesse, ensorte qu'il va plus vîte dans la partie inférieure de la courbe qui est moins roide ; & un arc de cercle qui feroit plus roide au bas, l'est moins en haut. Si l'on mene une ligne inclinée comme A F, depuis A au-delà du point le plus bas de la *cycloïde*, & qu'un corps descende le long de cette ligne, pendant qu'un autre roule du même point le long de la *cycloïde*, la plus grande vîtesse du corps dans la cycloïde paroîtra encore plus évidemment. Cette proprieté & celle d'avoir la descente d'un corps de chaque partie de la *cycloïde* (renversée) jusqu'au point le plus bas, exactement dans le même tems, sera éclaircie par les Expériences suivantes.

EXPÉRIENCE XXIII.

74. LA machine B H M D, représentée par la figure, est d'un bois d'environ 10 pouces de haut, deux pieds de long, & deux pouces de large. De J en F, on y creuse un canal aussi large en bas qu'en haut, de la figure d'une demi-cycloïde renversée, le point le plus bas étant en F, d'où le canal est continué horizontalement pendant la longueur d'un pied, les bornes du canal étant H H & J J ; il doit être fort uni & divisé en deux autres canaux par une séparation verticale de cuivre L L, depuis le haut entre H & J, jusqu'à l'extrémité la plus éloignée en G. Sur cette séparation on marque des divisions qui de F en G sont égales, & de F en J inégales, de maniere qu'elles marquent des hauteurs Planche 17. Figure 8.



égales. Le commencement H du canal est élevé de 9 pouces au-dessus du niveau de F; O O sont deux traverses de bois que l'on fixe où l'on veut dans les canaux par le moyen d'une vis à l'extrêmité de chacune. Tout l'instrument peut se placer verticalement & horizontalement par le moyen de trois vis telles que C, C & du fil à plomb N M.

Deux bales de cuivre, d'un demi pouce de diamétre chacune, sont destinées à se mouvoir dans les deux canaux.

Fixez les deux traverses exactement en F, & les bales de cuivre, quoiqu'elles partent de différens points de leur canal cycloïdal respectif, les frapperont dans le même tems; ce qui deviendra aussi fort sensible à celui qui tiendra un doigt dans chaque canal en F pendant qu'un autre fera partir les bales de deux hauteurs inégales.

Changeons maintenant les traverses & que l'une soit fixée 4 pouces en-delà de F vers G, & l'autre 6 pouces en-delà de F, & faisons tomber les deux bales tout à la fois, l'une de la hauteur de 4 pouces, & l'autre de la hauteur de 9 pouces, celle qui tombe de 4 pouces de hauteur, ira 4 pouces au-delà de F, & celle qui tombe de 9 pouces de hauteur, ira 6 pouces au-delà de F, frappant chacune l'obstacle exactement dans le même-tems. *Quatre* & *neuf* font les espaces parcourus par la chute, dont les racines 2 & 3 expriment les vîtesses respectives des bales, qui se manifestent en ce que l'une parcourt 4 pouces dans la partie horizontale de son canal; & l'autre 6 pouces dans celle du sien.]

EXPÉRIENCE XXIV.

Planche 17. Figure 9.

A E C *b* est une autre machine qui a un canal cycloïdal dans lequel toute la cycloïde est creusée de B en *b*, sa partie la plus basse étant en C. Il y a un canal rectiligne A *a* mobile autour du point A comme centre, pour être appliqué derriere la *cycloïde* lorsque la machine est droite, en sorte que ce canal soit dans le plan d'une corde menée du point A à une partie quelconque de la *cycloïde*. Plaçons d'abord cette auge ou canal dans la ligne A C, & laissons tomber une des balles du point B dans le canal cycloïdal, pendant que l'autre commence à tomber en même-tems du même niveau dans le canal rectiligne, & l'on verra que la balle qui tombe dans la cycloïde sera bien au-delà de C, lorsque la balle qui tombe dans le canal rectiligne arrive au point C; ce qui sera encore plus sensible si l'on arrête une des traverses dont on

a

a parlé ci-dessus (dans l'explication de la derniere figure) vis-à-vis de C dans le canal rectiligne, & l'autre entre C & *b* dans le canal cycloïdal. Si le canal rectiligne est arrêté en de-là du point C comme en A *a*, la balle de la *cycloïde* arrivera de B en *b*, & en retombera encore en C, lorsque l'autre sera venue de A en G dans une ligne droite.

75. Lorsqu'un pendule d'une longueur propre à battre les secondes est appliqué à une horloge; il est sujet à une autre erreur par la nature des materiaux. Car tous les métaux sont sujets à être dilatés par la chaleur & resserrés par le froid; de sorte que si la verge du pendule (c'est-à-dire, le fil de fer par lequel il est suspendu au lieu du fil ordinaire) est ajoutée en hyver à sa vraye longueur, elle deviendra trop longue en été par sa chaleur, & par conséquent elle fera trop lentement les vibrations; & au contraire si elle a été ajustée en été, elle fera marcher l'horloge trop vîte. La différence de longueur dans la verge d'un long pendule monte quelquefois à environ la 40e partie d'un pouce, ce qui après plusieurs vibrations peut produire une alteration considérable du tems. Mais on a l'invention d'une vis pour élever ou abaisser le poids d'un pendule; en sorte qu'on peut toujours le maintenir dans la veritable longueur, en le reglant avec un thermométre.

N. B. *Je donnerai dans les notes* * *la maniere de mesurer la moindre alteration dans les dimensions des métaux, en sorte qu'elle soit sensible.*

* Note 11.

76. Outre tout cela, les pendules peuvent alterer le tems de leurs vibrations à cause de la figure de la terre, qui est un spéroïde applati comme une orange, la terre (comme nous l'avons déja dit) étant environ 31 milles plus élevée à l'équateur qu'au pole. Car lorsqu'on va au Sud, on trouve que les horloges à longs pendules (outre le retranchement qu'on y doit faire eu égard à la chaleur) vont trop lentement, comme le Docteur *Halley* & plusieurs autres Astronomes l'ont observé, étant obligés d'accourcir les pendules de leurs horloges pour leur faire marquer le vrai tems. M. *Richer*, pour examiner ce *phénomene* à fond, fit des observations sur les vibrations d'un pendule simple (c'est-à-dire, d'un pendule qui n'étoit pas appliqué à une horloge) pendant dix mois de suite, & il trouva qu'un pendule à secondes sous

LEÇON V.

l'équateur devoit être plus court d'environ un dixiéme d'un pouce que dans notre latitude nord ; sans quoi l'horloge qui en est reglée iroit trop lentement de deux ou trois minutes par jour.

Par le moyen de ces observations sur les pendules, Newton a fait voir quelle est la vraye figure de la terre ; quoique son sentiment soit contraire à l'opinion de quelques Membres de l'Académie Royale des Sciences à Paris, qui prétendent que la terre est un sphéroïde allongé (comme un œuf) plus élevé aux poles qu'à l'équateur d'environ $\frac{1}{95}$ de tout le diamétre. Je ferai voir dans les notes combien ils se trompent. *

* Note 12.

77. LORSQUE l'on considére la vitesse que la rotation diurne de la terre doit donner aux corps qui sont sur sa surface, sur-tout sous l'équateur ou auprès de l'équateur (ou les corps roulent à raison de 1040 milles par heure) on peut aisément conclure qu'il faut necessairement qu'elle soit plus élevée sous l'équateur ; parce qu'à moins qu'il n'y ait une descente vers les poles, la force centrifuge attireroit toutes les eaux vers les régions équinoctiales, qui seroient par conséquent submergées, pendant que non-seulement les régions polaires, mais même les zones temperées resteroient à sec. Et si la terre étoit toujours dans un état de fluidité, ou que sa substance fût, molle & qu'elle cedât aisément, l'Auteur de la nature en lui donnant la rotation diurne qu'elle a, auroit changé sa figure sphérique en celle d'un sphéroïde, elle se feroit enflée sous l'équateur, de maniere qu'elle auroit pris la figure qu'elle a maintenant. Une révolution plus rapide autour de son axe, auroit rendu la différence encore plus grande entre les diamétres polaires & équinoxiaux. Et c'est ce qu'on a remarqué dans *Jupiter*, qui par quelques observations délicates de feu M. *Pound*, cet ingenieux Astronome, paroît avoir le diamétre de son équateur ; $\frac{1}{12}$ plus long que son diamétre polaire, conformément à sa révolution diurne plus prompte, laquelle s'acheve dans environ 10 heures.

EXPÉRIENCE XXV.

SUR un aissieu de fer que l'on pourra faire tourner rapidement (par le moyen de la rouë d'un établi dont la corde passe autour d'une poulie fixée à cet aissieu) j'ai placé deux anneaux de fer dont les plans se coupent à angles droits, pour représenter les deux colures, qui étant d'une trempe à ressort, étoient arrêtés

d'abord de maniere qu'ils étoient $\frac{1}{96}$ plus longs dans le diamétre qui se confond avec l'axe, que celui de l'équateur; cette proportion étant la même que M. *Cassini* suppose entre l'axe de la terre & le diamétre de son équateur. Les deux plaques circulaires où ces cercles sont rivés, ont des trous quarrés, par où l'aissieu passe, de maniere que les deux poles du sphéroïde oblong, que les anneaux décrivent dans leur révolution, peuvent s'approcher l'un de l'autre, de maniere qu'ils peuvent lui donner la forme d'une vraye sphére, lorsqu'en roulant le diamétre de l'équateur de la machine, s'éleve & surmonte le ressort des anneaux. Un plus grand degré de vîtesse change la sphére en sphéroïde applati de la Figure de celui de *Newton* : une vîtesse encore plus grande produit la disproportion des diamétres, semblable à celle de *Jupiter* ; & le diamétre de l'équateur augmente toujours avec la force centrifuge.

Un autre anneau avec un loquet, representant l'équateur, fait voir (dans l'Expérience) l'augmentation de la circonférence de l'équateur, & une aiguille ou *index* appliquée au chassis, fait voir l'augmentation du diamétre.

Aussi-tôt que la révolution de la machine cesse, les colures, les méridiens ou les anneaux reviennent à leur figure elliptique, dont le diamétre vertical le plus long est l'axe de la révolution.

Ceux qui veulent en sçavoir davantage sur les pendules, peuvent consulter les Oeuvres posthumes d'*Hugens*, & l'*Introductio ad veram Physicam* du Docteur *Kail* à la fin de cet ouvrage, où il y a plusieurs propositions sur le pendule circulaire dont je ne puis pas parler ici, cette Leçon étant déja trop longue; mais je ne puis pas la finir, sans m'acquitter de la promesse que j'ai faite de rendre compte de l'*arc* ou du *ressort*, en tant que c'est un instrument méchanique.

78. Cet instrument est tellement connu, & tout le monde en comprend si bien la pratique; il est d'ailleurs si naturel & si aisé, que dans tous les siécles du monde & dans tous les pays de la terre habitable, même parmi les peuples les plus grossiers, les plus ignorans & les plus barbares, aussi-bien que parmi ceux qui sont les plus civilisés, polis & sçavans, tous les hommes se sont trouvés exercés & habiles dans l'usage de cette machine; & même dans ces vastes pays, qui s'étendent si loin vers le Nord & vers le pole Sud, où à peine on connoît un seul de ces instrumens

LEÇON V. méchaniques qui dépendent de la balance & du fleau, comme

le levier, le cabestan, la poulie, la vis ou le coin; & où l'on n'a pas même pensé à l'usage du rouleau & de la roue, les peuples n'ont pas laissé dans ces vastes pays & dans les Isles adjacentes, de devenir fort adroits & habiles dans l'usage de l'arc, & de sçavoir lancer un trait par son moyen de maniere à atteindre & à percer le but proposé; de sorte qu'il semble que c'est-là la machine la plus commune, & qu'il a été plus aisé aux hommes d'imaginer: Et cependant je ne vois pas qu'aucun des anciens ou des modernes ait reduit la nature, les proprietés & la puissance des ressorts à une théorie certaine & au calcul, quoique plusieurs ayent beaucoup écrit sur cette machine, & qu'on ait fait diverses tentatives & expériences à ce sujet, jusqu'à ce que le Docteur Hooke en dernier lieu ait réduit le ressort à un principe certain, en démontrant que *la puissance d'un ressort* de quelque espece qu'il soit, *augmente en même proportion que sa tension;* soit qu'il soit tendu par compression ou par condensation, par distension ou par rarefaction; de sorte que si la force d'une livre lui donne un degré de mouvement pour le tirer de son état naturel, deux livres lui en donneront deux degrés, 3 livres 3 degrés, & ainsi de suite. Mais cet instrument méchanique, tout au contraire de tous les autres que j'ai déja specifié, reçoit toute la puissance ou le mouvement qui lui est imprimé, & le retient jusqu'à ce qu'il soit en liberté, ou qu'il ne soit plus tendu au-delà de ce qu'il étoit, ou forcé par une puissance plus grande; mais alors au lieu d'aller en avant selon la direction où il a été mû, il recule & agit dans une direction contraire; & par *reaction* il agit avec toute la puissance & le mouvement qu'il a reçu sur les corps qu'il rencontre dans sa route à mesure qu'il recule, & il les entraîne avec une grande vîtesse, comme ayant reçu toute la puissance qu'il a par la tension que la force qui a bandé l'arc, lui a imprimée. Par ce moyen toute la force du bras qui a été employée à bander l'arc d'un côté, est subitement communiquée par l'arc à la fléche du côté opposé, ce qui la fait mouvoir avec cette grande vîtesse lorsqu'elle est déchargée, continuant son mouvement par la premiere loi. Mais on peut demander, comment il peut arriver que l'arc qui en le bandant ou le tirant n'est mû que par un mouvement lent & pesant (& qui même souvent est arrêté pendant quelque tems sans aucun mouvement) retient cependant une si grande quantité de mouvement qu'il en produit un très-rapide, ou qu'il agit avec

une grande force sur un autre corps, quoique sensiblement il paroisse n'avoir de lui-même aucun mouvement ; au lieu que tous les autres instrumens, qui produisent un mouvement aussi grand ou aussi rapide, le reçoivent sensiblement d'une puissance qui agit sur eux, lorsqu'ils produisent leur effet, s'avançant directement selon la ligne de direction où ils sont mûs avant le choc, en sorte qu'on n'y voit que la continuation de tout le mouvement acquis.

A cela je réponds que quoique la raison physique de la puissance des ressorts ne paroisse pas peut-être aussi évidente aux sens que celle d'un poids qu'on éleve, & qu'ensuite on laisse tomber, elle est cependant de la même nature, comme on peut le démontrer clairement : car comme en élevant un poids à une certaine hauteur, & en le laissant tomber de cette hauteur, la puissance de la pesanteur fait retomber ce poids à l'endroit d'où il avoit été élevé, & qu'ainsi dans sa chute elle le met en état d'employer autant de force ou de puissance qu'on en a employée à l'élever à une si grande hauteur : ainsi un ressort, qui a une puissance semblable à la pesanteur, ou une activité équivalente & renfermée dans lui-même, mais avec cette différence qu'elle agit de tous les côtés où on la dirige, (au lieu que la pesanteur n'agit qu'en bas) employe en revenant toute la force ou la puissance qui a été employée à la bander & à lui donner cette tension ; & comme le mouvement de la pesanteur ou de la chute, quelle que soit la vîtesse du mouvement qui a élevé le poids, le fait revenir à l'endroit d'où il a été élevé, par une progression uniforme d'acceleration, qui est particuliere à la puissance de la pesanteur, comme nous l'avons fait voir ; ainsi le recul du ressort, quelle que soit la vîtesse avec laquelle il a été bandé, le fait débander de lui-même, avec ses degrés de puissance & de vîtesse, qui sont propres & particuliers à la nature des ressorts, qui, comme je l'ai dit ci-devant, ont d'autant plus de puissance, qu'ils sont plus bandés : de sorte que pour faire une comparaison exacte, nous ne devons pas considerer un simple poids à élever, comme dans l'exemple de la pesanteur, parce que la puissance ou la resistance de la pesanteur, dans un tel poids est la même sensiblement à la fin qu'au commencement ; car la même puissance qui éleve ce poids à un pied de hauteur au commencement, peut l'élever un pied plus haut après qu'elle l'a porté à cette hauteur, ou à un troisiéme pied après le second : Par exemple, si la force du poids d'une livre éleve un poids à un pied de hauteur, cette force d'une livre continuée, l'élevera à un autre pied de hauteur, &


ensuite (étant continuée) à un troisiéme pied. Mais c'est toute autre chose dans un ressort; car s'il faut la force d'une livre pour bander un ressort d'un pouce, il en faudra une de deux livres pour le bander de deux pouces, & de trois livres pour le bander de trois pouces; de sorte qu'on peut representer plus exactement la puissance d'un ressort par l'élevation d'une chaîne ou d'une corde chargée de poids comme un chapelet qui étoient à terre; car s'il faut, par exemple, une livre pour élever le premier chaînon ou le premier poids, on ne pourra pas l'élever plus haut sans élever deux chaînons ou deux poids, & ainsi il faudra y employer la force de deux livres; si l'on veut l'élever plus haut, il faudra élever trois chaînons ou trois poids, & ainsi de suite. Ou plus exactement encore on peut representer cette force par un cylindre de bois que l'on tire de l'eau, qui est presque de la même pesanteur spécifique que l'eau, ou par l'élevation de l'eau dans un tuyau par le moyen d'une pompe foulante; car dans ce cas, à mesure qu'on éleve le cylindre plus haut au-dessus de la surface de l'eau, d'où on le tire, sa pesanteur augmente, & la puissance qui l'éleve doit croître dans la même proportion, laquelle est exactement la même que celle du ressort; & ainsi l'un de ces exemple devient très-propre à éclaircir la puissance du ressort, & la maniere dont il agit; & quoique la cause de la nécessité d'augmenter la puissance pour mouvoir l'un de ces pieds, soit plus sensible & plus aisée à comprendre que la nécessité pareille d'augmenter la puissance pour bander le ressort, cependant si nous allons plus avant pour découvrir la vraye raison & l'explication physique de la puissance de la pesanteur, nous la trouverons aussi difficile & aussi peu sensible, que la cause physique & la raison de la puissance & de son accroissement dans le ressort. Il suffit donc à la Géométrie de sçavoir que les *phénoménes* existent de telle maniere, & de s'en servir pour examiner & démontrer les conséquences qui en resultent. Maintenant la puissance de la pesanteur dans l'acceleration de la vîtesse ou du mouvement des corps qui tombent, telle qu'elle a été d'abord trouvée & découverte par *Galilée*, a extrêmement perfectionné la théorie des corps pesans, quant au mouvement de leur chute sur des plans inclinés & à la courbure de la parabole, que Galilée a poussé fort loin, & d'où l'on a tiré plusieurs théories fort curieuses sur cette matiére, comme nous l'avons fait voir dans cette Leçon; & la même théorie a été poussée encore plus loin par *Toricelli*, & par plusieurs autres après lui. Mais tout cela

est fondé sur une supposition, que la puissance de la pesanteur dans tous les points ou perpendiculaires de la chute est mathématiquement la même & uniforme; & il est vrai que dans tous les mouvemens des corps terrestres pesans, on l'a trouvée sensiblement la même; mais dans l'exactitude mathématique & dans la théorie physique, il y a réellement une différence: c'est-à-dire, que les perpendiculaires de la chute ne sont pas paralléles entr'elles, mais convergentes, & s'approchant toujours plus les unes des autres, à mesure qu'elles s'approchent du centre de la terre; la puissance de pesanteur dans chaque point de ces lignes n'est pas égale & uniforme, mais elle est plus forte à mesure qu'elles approchent plus de la terre, & plus foible à mesure qu'elles s'en éloignent (*Leçon* 1. n°. 17.) selon une certaine proportion, qui est cause que la ligne courbe décrite par un projectile n'est pas une portion de la ligne parabolique, comme *Galilée*, *Toricelli* & les autres l'avoient supposé; mais plûtôt une partie d'une ellipse qui a dans l'un de ses *foyers* le centre de la terre. Malgré cela, les théories & les problêmes qu'ils ont tiré géométriquement de ces *phénoménes*, tels qu'ils les avoient découverts, & de l'hipothese qu'ils avoient prise en conséquence, sont très-utiles; ils en ont tiré & demontré les corrollaires, ce qui est tout ce qu'on peut attendre de mieux de la Géométrie. Mais *Newton* a porté toutes ces connoissances beaucoup plus loin; il a déterminé la puissance de la pesanteur, & l'a réduite à un point fixe, faisant voir qu'elle décroît à mesure qu'elle agit plus loin du corps central: par ce moyen, il a trouvé la vraye raison du mouvement des corps celestes & celle des lignes ou des orbites qu'ils décrivent, en combinant parfaitement les vîtesses avec lesquelles ils se meuvent dans leurs orbites, comme nous l'avons expliqué fort au long. Mais ici, l'exemple tiré de la pesanteur est (comme je l'ai dit ci-devant) insuffisant pour expliquer l'effet du ressort qui recule sur un corps à qui il donne du mouvement; car plus le ressort est bandé, plus il a de force, tout au contraire de la pesanteur.

Il faut donc chercher l'effet de la puissance du ressort, en ce point particulier, dans la théorie même de la nature des ressorts, qui sont, comme je viens de le dire, toujours plus forts, à mesure qu'ils sont plus bandés, c'est-à-dire, en même proportion que l'action qui les bande; & par conséquent (puisque l'action & la réaction sont égales) la vîtesse du corps qu'un ressort fait mouvoir, sera toujours en même proportion que le degré de

LEÇON V. l'action qui l'a bandé, soit qu'elle soit plus longue ou plus courte; c'est-à-dire, que plus le ressort est bandé, plus le mouvement de son recul est prompt, & que moins il est bandé, plus ce mouvement est lent. S'il est bandé d'un dégré, la vîtesse est comme un; s'il est bandé de deux degrés, la vîtesse est comme deux; s'il est bandé de trois degrés, elle est comme trois; & ainsi de suite pour tout autre degré : par conséquent la vîtesse étant toujours proportionnelle à l'espace qu'elle fait parcourir, le tems du mouvement du ressort, soit que l'espace soit plus long ou plus court, sera toujours le même ou *isochrone;* ce qui revient au mouvement d'un pendule, dont le poids se meut dans une cycloïde, comme nous l'avons fait voir.

Cela me conduiroit à expliquer plusieurs choses qui concernent l'*élasticité* & les loix des corps élastiques dans leurs êtres; comme aussi l'effet de cette proprieté dans l'air pour porter les sons; mais je parlerai de tout cela dans le second Volume, celui-ci étant déja trop gros.



NOTES

NOTES SUR LA CINQUIÉME LEÇON.

1. [3 — 283. *Ce corps décrira toute la diagonale par l'action de ces deux forces.*]

NOTES sur la Ve. Leçon.

SI trois, quatre, cinq, ou un nombre quelconque de forces agissent sur un corps dans le même-tems, on trouvera par la même regle, que la ligne décrite par ce corps sera le resultat de toutes les forces composées. Par exemple, si quatre forces, dont les quantités & les directions sont représentées par les longueurs & les positions des lignes AB, AC, AD, AE (*Planche* 28. *Figure* 1.) agissent tout à la fois sur un corps en A; menons d'abord Ba & aC, respectivement égales & paralléles aux lignes AB & AC, & ayant par ce moyen achevé le parallélogramme ABaC, nous menerons la diagonale Aa que le corps décriroit, s'il n'étoit mû que par les deux forces AB & AC qui agissent sur lui. Maintenant, puisque nous avons fait voir que le corps par une seule force, dont la quantité & la direction sont représentées par la longueur & la position de Aa, auroit le même mouvement que si les deux forces AB & AC agissoient sur lui; nous pouvons les considérer comme une seule force Aa, qui étant comparée avec la force AD, nous donnera la diagonale A*a* du parallélogramme Aa*a*D, laquelle sera la ligne dans laquelle le corps poussé par les trois forces AB, AC & AD doit se mouvoir précisément de la même maniere que s'il n'y avoit que deux forces, comme Aa & AD qui agissent sur lui. Les trois forces étant donc ainsi réduites à une seule, représentée par A*a*, on peut combiner A*a* avec AE quatriéme force, & avoir par ce moyen la diagonale A*æ* du parallélogramme A*aæ*E, qui sera la ligne que le corps décrira par l'action réunie des quatre forces.

Planche 28. Figure 1.

N. B. *On peut commencer par celle des quatre forces que l'on voudra, la ligne* A*æ* *sera toujours la diagonale du dernier parallélogramme.*

On trouvera de la même maniere le resultat des actions d'un nombre quelconque de force.

2. [3 — 283. *L'espace dans lequel un corps se meut est transporté, &c.*] LORSQU'ON ne fait pas attention à ceci, on se trompe souvent dans les jugemens que l'on porte sur le mouvement & la percussion, prenant souvent par erreur un coup oblique pour un coup perpendiculaire, & un coup perpendiculaire pour un coup oblique, & l'on tire de fausses conséquences des *phénoménes* par le moyen de ces méprises. Cela paroîtra plus évidemment par une figure. (Voyez *Planche* 28. *Figure* 2.) GHBA & ABDC sont deux quarrés ou parallélogrammes égaux placés l'un sur l'autre, & séparés l'un de l'autre par le plan ou ligne AE. Il y a un corps mobile sur la ligne

Planche 28. Figure 2.



GA de G en A. Supposons premierement que ce corps tombe * de G en A, dans cette situation des parallélogammes ; le parallélogramme ABDC recevra le coup de la chute du corps en A, & ce coup se donnera dans une direction perpendiculaire à AE. Plaçons ensuite le parallélogramme GHBA devant l'autre parallélogramme ; en sorte que la ligne GA soit directement devant AC, & la ligne HB devant BD (ou pour parler plus mathématiquement, supposons que ces lignes se confondent respectivement) le corps qui tombe de G en A, décrira aussi la ligne AC perpendiculaire à AE. 3°. Les parallélogrammes étant toujours l'un devant l'autre, supposons que le corps tombe encore le long de GA, qui est maintenant devant AC; mais que dès le commencement de la chute, le parallélogramme GHAB (qui porte le corps) soit mû horizontalement dans la direction AE, en sorte qu'il arrive à la situation BEFD, lorsque le corps qui tombe a parcouru sa longueur GA; par ce moyen il arrivera en D au lieu de C, le parallélogramme ABDC restant pendant tout ce tems immobile Par ce moyen le corps étant porté pendant son mouvement par son propre parallélogramme, aura décrit dans le parallélogramme ABDC, la diagonale AD, pendant qu'il n'a décrit dans son propre parallélogramme que la ligne GA, qui est maintenant représentée par BD. De sorte qu'une personne que l'on suppose être dans le parallélogramme GHBA, lorsqu'il étoit devant ABDC, & qui ne s'apperçoit pas du mouvement du parallélogramme où elle est portée, croira que le mouvement du corps a été *absolument* dans la ligne BD, perpendiculaire à AE, tandis qu'il n'y a été que *relativement*, & qu'il s'est fait *absolument* dans la ligne AD oblique à AE, comme nous l'avons fait voir dans la Leçon (n°. 3.) 4°. Supposons que le parallélogramme GHAB est au-dessus de l'autre ABDC, & se meut horizontalement sur la ligne AE, pendant que le corps tombe de G en A, en sorte qu'il soit dans la position HJEB, lorsque le corps est arrivé en A, qui est maintenant porté en B. Une personne qui ne fait pas attention à ce mouvement lateral du parallélogramme où elle est placée, s'imaginera que le coup en B se fait dans la direction HB, perpendiculaire à AE, & cela d'autant plus, que la force du coup ne sera pas plus grande que si le corps s'étoit mû dans la perpendiculaire HB, à cause de son obliquité. Car quoique par le mouvement du parallélogramme, qui fait aller le corps dans la diagonale GB, sa vitesse (& par conséquent son *momentum*) soit augmentée dans la raison de GA à GB; cependant la force du coup, eu égard à l'obliquité, doit être aussi diminuée dans la raison de GB à GA ou du *sinus total* au *sinus droit* de l'angle d'inclinaison, comme nous l'avons démontré dans le cas de la traction oblique. (*Leçon* 3. *Notes* 5 & 7.)

5°. Supposons le parallélogramme GHBA sur l'autre parallélogramme ABDC, comme nous l'avons supposé au commencement, mais que le corps se meuve en bas dans la ligne HB, en ce cas le corps frappera le parallélogramme ABCD en B, dans la direction HB perpendiculaire à AE, & si

* Quoique nous nous servions du mot (*tomber*) nous pouvons supposer que le corps descend par un mouvement uniforme & non acceleré, pour rendre cette explication plus aisée ; elle seroit pour tant également vraye dans l'acceleration.

le parallélogramme supérieur est placé devant l'inférieur, la ligne B D & H B sera décrite en même-tems par un mouvement du corps perpendiculaire à A E.

6°. Soit le parallélogramme G H B A placé devant le parallélogramme A B D C, que nous supposerons se mouvoir derriere lui pendant que le corps descend de H en B, lesquels points sont maintenant dans la position de B & D; de sorte que le corps peut arriver en D par toute sa chute, lorsque le parallelogramme A B D C est venu à la position B E F D; le point D étant arrivé en F, & le point C en D, où il rencontre le corps, au lieu du point D où le corps est arrivé en-devant. Dans ce cas un homme en B, porté dans le parallélogramme A B D C, s'il ne s'apperçoit pas de son propre mouvement, s'imaginera que le corps a réellement décrit la diagonale E D oblique à A E, qu'il n'a décrit que *relativement;* car le corps n'a décrit *absolument* aucune autre ligne que B D perpendiculaire à A E. En effet lorsque le parallélogramme A B D C, est venu dans la position *a b d c*, le corps est descendu de B *a*, qui est un point commun à la diagonale *b c*, & à la ligne perpendiculaire de la chute B D, & par conséquent il paroît avoir décrit *b 6*, tandis qu'il n'a parcouru que B *i*. Ensuite lorsque le parallélogramme est venu par son mouvement à la position α B δ κ, le corps sera au point 2, commun à la diagonale B κ, & à la ligne de chute B D, paroissant avoir parcouru B 2, lorsqu'il n'a parcouru que B 2, & lorsque le parallélogramme A B D C est venu à la position B E F D, une personne portée dans ce parallélograme, & ne s'appercevant pas de son propre mouvement, s'imaginera que le corps a parcouru toute la diagonale E D oblique à A E, tandis qu'il n'a réellement parcouru que la ligne B D perpendiculaire à A E.

Enfin supposons le parallélogramme G H B A immobile sur A B D C, & que celui-ci se meuve horizontalement de la longueur B E, pendant que le corps tombe de H en B. Dans ce cas le coup sera reçu par le parallélogramme A B D C au point A, au lieu de B, le point A ayant maintenant pris la place B, précisément au moment que le corps y arrive. Le coup paroîtra aussi oblique que si le corps avoit parcouru la diagonale J B, & cela d'autant plus que sa force sera moindre que si le coup avoit été donné au point B, du parallélogramme mobile, en raison de J B à H B; c'est-à-dire, du sinus total au sinus droit de l'angle sous lequel le parallélogramme A B D C par son mouvement latéral reçoit le coup.

N. B. *La différence entre ce cas & le 4e est que, quoique l'obliquité de* J B *soit la même que celle de* G B, *cependant la force du coup est plus grande dans ce cas que dans celui-ci. Car en ce cas-là, le mouvement latéral du parallélogramme, qui porte le corps, est une seconde force ajoutée, & la combinaison de ces forces porte réellement le corps dans la diagonale, & augmente son* momentum, *dont l'effet n'est diminué qu'à cause de l'obliquité de l'angle* G B A: *mais dans ce dernier cas le corps ne décrivant rien de plus que la perpendiculaire* H B, *n'a point son* momentum *augmenté, parce que le mouvement latéral du parallélogramme* A B D C *n'ajoute aucune force au corps; au contraire elle diminue l'effet de sa force, en recevant obliquement son coup, & cela dans la proportion de* J B H B.

NOTES sur la Ve. Leçon.



Si le parallélogramme ABDC s'étoit mû plus lentement; par exemple, s'il n'avoit été que dans la position *abdc*, lorsque le corps avoit parcouru en descendant toute la longueur HB, il auroit reçu le coup sur son point *æ*, qui seroit maintenant en B, & l'obliquité auroit paru moindre. La direction du mouvement paroissant être maintenant dans la ligne KB, qui aussi se seroit moins écartée de la force du coup. Mais si ABDC s'étoit mû plus vîte que nous ne l'avons supposé au commencement; alors l'obliquité du mouvement auroit paru plus grande à proportion de l'obliquité du coup, dont la force auroit été plus diminuée.

La vérité que nous venons d'expliquer est d'un grand usage, non-seulement dans la méchanique, mais encore dans toutes les mathématiques mixtes. J'en donnerai un exemple dans l'optique, en faisant voir que le mouvement annuel de la terre autour du soleil, est une conséquence certaine de quelques observations sur les étoiles fixes, faites par M. *Jacques Bradley*, Astronome curieux & exact, Professeur d'Astronomie dans l'Université d'*Oxford*. Ceux qui sçavent l'Astronomie & la Trigonométrie sphérique, peuvent lire le détail qu'il donne lui-même de ses observations, & les conséquences qu'il en tire, dans les *Transactions Philosophiques*, N°. 406. Mais comme les principes que j'ai expliqué jusqu'ici dans ce premier volume de mon Cours de Physique, ne mettent pas le Lecteur en état de comprendre le Mémoire de M. *Bradley*, je vais en expliquer autant qu'il en faut pour faire sentir l'application de ce que j'ai dit du mouvement oblique, & pour mettre en même-tems hors de doute cette importante découverte du mouvement de la terre.

Il est bon, pour me faire mieux entendre, que je fasse ici une digression sur les opinions des Philosophes au sujet du mouvement ou de la stabilité de la terre, & sur les méthodes qu'on a employées pour fixer ce point.

Quoique la premiere notion, que les plus anciens Observateurs des mouvements célestes, après avoir découvert la rondeur de la terre, a dû être (selon toute apparence) que le Ciel avec le soleil, la lune & les étoiles, tournoient autour de la terre; cependant quelques Philosophes enseignerent bien-tôt que le soleil étoit au centre du systême, & que la terre & toutes les planétes rouloient autour du soleil; tel fut *Pythagore*, *Philolaus*, & quelques autres. Mais *Ptolemée* & ses Sectateurs soutinrent l'opinion contraire, qui s'accorde avec la notion commune du vulgaire, lequel s'imagine que la terre est un vaste corps en comparaison du soleil & des planétes, & qu'elle est immobile, comme leurs sens semblent le leur apprendre. Mais à mesure que les Astronomes vinrent à observer les mouvemens des planétes, dont on ne peut pas expliquer l'irrégularité apparente, dans la supposition de la stabilité de la terre, & ayant découvert que le soleil étoit beaucoup plus grand que la terre; voyant aussi que le mouvement diurne de la terre autour de son axe, expliquoit tous les *phénomènes* du jour & de la nuit, avec tous les autres mouvemens attribués au *premier mobile* comme le mouvement annuel explique tous les *phénoménes* des saisons, & éclaircit toutes les difficultés relatives aux stations & rétrogradations des planétes; plusieurs reçurent l'opinion du mouvementde la terre renouvellée par *Copernic*, comme une supposition très-raisonnable; mais

n'étant appuyée par aucune démonstration, elle ne pouvoit être qu'une supposition. Quoique l'usage des telescopes, inventés dans ces derniers siécles, ait beaucoup augmenté la probabilité de l'*hypotése* de *Copernic*, en faisant voir par les phases de *Mercure* & de *Venus*, qu'elles doivent indubitablement se mouvoir autour du soleil, & non pas autour de la terre. Les Philosophes tâcherent donc de faire des observations capables de leur donner une démonstration d'un côté ou d'autre; & le but principal qu'ils se proposerent, fut de travailler à découvrir une *parallaxe* annuelle dans les étoiles fixes : on en comprendra aisément la méthode par la troisiéme *Figure* de la *Planche* 28.

Planche 28. Figure 3.

E o *e* représente l'orbite de la terre, dont le plus long diamétre est E *e*, S une étoile fixe, qu'un observateur en E, voit par le rayon visuel E S, lequel forme un angle droit avec le diamétre E *e*, & avec le plan de l'écliptique E O *e*. Supposons que cette observation soit faite en *Juin*, alors six mois après, lorsque la terre & l'observateur seront partis de E, & arrivés en *e*, à la distance E *e* du point E, où le rayon visuel S E étoit perpendiculaire, si l'on observe de nouveau cette même étoile, on ne la verra plus par un rayon perpendiculaire comme *se*, mais par le rayon oblique S *e*, l'angle qu'il fait avec la perpendiculaire étant S *e s*, lequel est égal à E S *e*, angle sous lequel on verroit le diametre de l'orbite de la terre, si un observateur étoit dans l'étoile S; & c'est ce qu'on appelle angle parallactique. Il est évident que si l'étoile étoit encore une fois aussi loin de la terre, comme en Σ, au lieu d'être en S, on la verroit par le rayon Σ e, & l'angle parallactique seroit encore une fois plus petit; & par conséquent plus l'astre est éloigné à proportion du diamétre E *e*, plus l'angle parallactique est petit; ensorte que si l'astre étoit à une distance immense de la terre, le diamétre E *e* vû de l'astre; (c'est-à-dire, en comparaison de la distance de l'étoile) n'est qu'un point, & par conséquent l'angle parallactique disparoit. Or, le fait est réellement tel; car lorsque la terre est arrivée en *e*, on voit par le rayon *se* l'étoile, qui est à une distance immense; & quoique ce rayon forme un angle avec l'autre rayon S E, cependant il lui est sensiblement parallele. C'est ce qui a fait triompher les Disciples de *Ptolemée*, & leur a fait dire, que l'orbite E O *e* n'est qu'imaginaire, & que la terre ne bouge jamais de la place E; parce que l'étoile paroît toujours dans la même place, l'angle droit que S E forme avec le plan de l'écliptique, (décrite par le soleil, & non par la terre,) ne changeant jamais. Les Coperniciens ont toujours répondu que le manque d'instruments suffisamment exacts, a été la raison pour laquelle on n'a pas pu observer l'angle de la parallaxe, & en conséquence ils ont fixé à ce dessein les instruments les plus exacts de la meilleure maniere qu'ils ont pû. M. *Flamstead* fixa un arc de cercle à une muraille, pour observer la parallaxe de l'étoile polaire, qu'il trouva de 40 ou 50 secondes; mais on ne pouvoit pas compter sur cette observation, parce qu'il n'étoit pas probable que la muraille à laquelle cet instrument étoit fixé, dût rester exactement dans la même position dans toutes ses parties, d'un solstice à l'autre.

Le Docteur *Hook* prétendit avoir trouvé une parallaxe sensible dans les étoiles fixes, en l'observant dans l'étoile brillante de la tête du *Dragon*,

NOTES sur la Ve. Leçon.

par une meilleure méthode qui ne dépendoit pas de la fixation d'un instrument; c'étoit avec un telescope de 36 pieds, qu'on pouvoit aisément rectifier à ce dessein; mais ses observations que l'on avoit regardées comme fort exactes, parurent erronées à M. *Bradley*, dont nous allons faire mention. *Newton* est le premier qui ait démontré le mouvement de la terre; mais il l'a fait par les loix de la pésanteur, & non par des observations astronomiques. Il se gardoit bien de donner crédit aux observations d'où les autres concluoient la parallaxe des étoiles fixes; & lorsque M. *Jean Rowley* eût poli un verre objectif pour le fixer dans l'une des Tours de l'Eglise de S. Paul, au haut de la Tour de l'escallier, pour servir d'un fort long telescope propre à observer les astres auprès du Zenith, & à déterminer leur parallaxe, il défendit qu'on y plaçât ce verre, de peur qu'on ne vînt à tirer dans un point aussi important des conséquences appuyées sur des observations incertaines, regardant celles-là comme telles, parce que la batisse pouvoit en s'affaissant un peu altérer la situation de cette Tour telescopique. Le Docteur *Gregory* parle d'une autre méthode dans la neuviéme section du troisiéme Livre de son Astronomie; la voici: il suppose que deux étoiles S & Σ (*Planche* 28. *Figure* 3.) sont dans une ligne, de maniere qu'un Observateur qui est dans la même ligne en E, les prend toutes deux pour une seule étoile S; il est certain que si cet Observateur s'éloigne en *e*, ou à une distance sensible de E, l'étoile paroîtra double, parce que maintenant les deux sont comprises sous l'angle S*e*Σ, & une telle observation ne dépend pas de la fixation d'un instrument à un point immobile, ou de beaucoup d'appareil; un telescope armé d'un micrométre suffit à ce dessein. On esperoit de tirer quelqu'avantage d'une telle observation, parce que M. Cassini avoit observé plusieurs étoiles, qui paroissoient doubles ou triples dans un tems, & simples dans un autre; comme la premiere du *belier*, celle qui est à la tête des *jumeaux*, celle qui est dans l'épée d'*orion*, & quelques-unes des *pleiades*. Mais après un mûr examen, on vit qu'elles ne paroissoient pas doubles & simples à six mois de distance, & d'une maniere conforme à ce qu'on auroit dû attendre de la parallaxe; & l'on conclut que le *phénoméne* des étoiles qui paroissent simples ou doubles, venoit de quelqu'autre cause: leur distance est si grande, que même l'éloignement de la terre à 160 millions de milles, n'est pas capable de nous faire découvrir les astres qui sont l'un derriere l'autre.

Comme un grand nombre même de Sçavans ne comprennent pas les *Principes* de *Newton*, & par conséquent ne se rendent pas à sa preuve du mouvement de la terre, tirée des loix de la pesanteur; & que ceux qui comprennent son Livre, seroient pourtant bien-aises d'avoir une preuve collatérale tirée des observations astronomiques; plusieurs personnes ont fait d'autres tentatives pour observer une parallaxe dans les étoiles fixes; & l'an 1725. le feu *Samuel Molyneux*, Ecuyer, avec un instrument fait & imaginé par M. *George Graham*, ce Membre illustre & curieux de la *Societé Royale* (d'autant plus exact que celui du Docteur *Hook*, que sans lui nous serions encore dans une grande incertitude sur la parallaxe des étoiles fixes) commença à observer l'étoile brillante de la tête du *Dragon*

(marquée γ par *Bayer*) lorsqu'elle passoit près du Zenith ; M. *Bradley* observa aussi tout le tems avec lui, & par plusieurs observations, faites avec beaucoup de soin, il parut que l'étoile étoit plus nord de 39 secondes d'un dégré en *Septembre* qu'en *Mars*, précisément tout au contraire de ce qu'elle auroit dû être par la parallaxe annuelle des étoiles fixes ; c'est-à-dire, que les Observateurs qui en Septembre voyoient l'étoile en S dans la ligne E S, dans le mois de *Mars* suivant, au lieu de la voir en S dans la ligne *e* S, la virent en *e* dans la ligne *ee*. Cette étrange apparence embarrassa les Observateurs, & M. *Molyneux* mourut avant qu'on en eût découvert la cause. M. *Bradley* avec un autre instrument de la même espece, fait aussi par M. *Graham*, observa les mêmes apparences, non-seulement dans cette étoile, mais dans plusieurs autres ; & s'étant pleinement convaincu par plusieurs Expériences, que le *phénoméne* ne venoit d'aucune erreur de l'instrument, il examina quelle pouvoit en être la cause, & il trouva que la cause réelle étoit le mouvement de la terre, & le mouvement progressif de la lumiere ; ensorte que maintenant le mouvement de la terre est appuyé sur une observation astronomique. Cette découverte, qui est d'une grande conséquence pour l'Astronomie, qui avoit été tentée inutilement pendant plusieurs années, & qui enfin a été faite en 1728, n'est encore connue en aucun endroit que je sçache, si ce n'est dans les *Transactions Philosophiques*, par une lettre au Docteur *Halley*, écrite par l'Auteur de la decouverte, dont la modestie est égale à la grande capacité dans l'Astronomie. Si elle avoit été faite par certains Etrangers, nous aurions eu déja des volumes entiers écrits avec pompe sur cette matiere. Il est surprenant que dans l'espace de cinq ans, aucun Sçavant hors de ce Royaume n'ait pris connoissance de cette découverte, soit pour nous proposer des objections, ou pour convenir de la vérité.

NOTES sur la Ve. Leçon.

Cela nous fait voir que la parallaxe des étoiles fixes est beaucoup plus petite, que ne l'ont supposé jusqu'ici ceux qui ont prétendu la tirer de leurs observations ; car au lieu de plusieurs secondes, elle ne monte pas à une seule. Delà il suit que l'étoile de la tête du *Dragon*, dont on a parlé ci-devant, est au-dessus de 400 mille fois plus éloignée de nous que le soleil ; que la lumiere vient du soleil à la terre en 8 minutes & 13 secondes, & que le mouvement de la terre dans son orbite annuelle est 10, 210 fois plus lent que celui de la lumiere, quoique la terre se meuve à raison de 56, 000 milles par heure.

Quoique la lettre de M. *Bradley* soit fort claire pour les Astronomes, cependant en faveur de ceux qui n'ont qu'une connoissance superficielle de la science du Ciel, je vais (conformément à ma promesse) tâcher de faire voir de la maniere la plus claire, comment le mouvement progressif de la lumiere, comparé avec celui de la terre, fait paroitre une étoile (qui après avoir été observée dans le Zenith, est laissée en arriere par le mouvement de la terre) comme si elle s'étoit muë en avant, tout au contraire de ce qu'on auroit dû attendre.

Planche 28. Figure 4.

SUPPOSONS qu'une étoile est en S, d'où la lumiere s'étend de tous

Planche 28. Figure 4.

les côtés en lignes droites ; mais nous ne considérons ici que deux de ces rayons ou lignes ; sçavoir SE & S*e*. E*e* est une ligne, dans laquelle l'Observateur est entraîné avec la terre dans l'orbite annuelle ; nous supposerons ici ce mouvement rectiligne (pour rendre notre explication plus aisée) ; & nous supposerons ici que le mouvement est seulement 6 fois plus rapide que celui de la terre ; de sorte qu'une particule de lumiere décrira toute la ligne AE ou S*e* dans le même tems que la terre décrit E*e*. Il s'ensuit delà, que pendant qu'une particule de lumiere parcourt une partie de la ligne S*e*, comme S1, 12, 23, &c. la terre décrira une partie correspondante de la ligne E*e*, comme E*f*, *fg*, *gh*, &c. Maintenant si la terre étoit en repos en E ou *e*, un Observateur y verroit l'étoile dans la ligne ES ou S*e*, par le moyen de la particule de lumiere qui doit venir de S en E, ou de S en *e* ; mais il ne verroit jamais l'étoile dans la ligne *es*, comme si elle étoit en *s*. Que si l'on suppose que la terre partant de E se meut dans la ligne E*e*, en même-tems que deux particules de lumiere partent de l'étoile S, pour se mouvoir, l'une dans la ligne SE, & l'autre dans la ligne S*e* *, il arrivera que la terre sera sortie du point E, avant que la particule de lumiere qui vient dans la ligne SE, soit arrivée à l'œil de l'Observateur, qui sera en *e*, lorsque cette particule de lumiere est en E ; mais alors l'autre particule, qui vient dans la ligne S*e*, sera arrivée dans l'œil de l'Observateur, précisément à mesure que la terre arrive en *e*, & elle le frappera dans la direction *se*, comme si cette particule étoit venue de *s*, parce que quoiqu'elle vienne réellement dans la ligne S*e*, perpendiculaire à E*e*, le mouvement de l'Observateur dans la ligne E*e*, lui fait recevoir un coup perpendiculaire, tout comme si réellement il étoit oblique, ainsi que nous l'avons fait voir dans le dernier cas de la *Figure* 2. (*page* 380.) Car si l'on suppose que le parallélogramme AS*e*E, avec la terre à l'angle E, se meut latéralement dans la direction E*e*, avec une vîtesse capable de lui faire parcourir S1, pendant que la terre parcourt E*f*; 12, pendant que la terre parcourt *fg*; 23, pendant que la terre parcourt *gh*; 34, pendant qu'elle parcourt *hi*; 45, pendant qu'elle parcourt *ik*; & enfin, 56, pendant qu'elle parcourt *ke*, ou, ce qui revient au même, s'il a 6 fois la vîtesse de la terre ; alors la diagonale SE étant portée latéralement, lorsque la particule de lumiere est portée en 1, & la terre (en entraînant le parallélogramme AS*e*E) en *f*, le point *a* de la diagonale se confondra avec le point 1 du rayon S*e*, ou de la ligne du mouvement de la particule de lumiere, qui par ce moyen paroîtra s'être muë dans la ligne S*a* ; lorsque la terre est en *g*, le point *b* de la diagonale se confondra avec 2 de la perpendiculaire, & la particule paroîtra avoir décrit *ab* ; lorsque la terre est en *h*, *c* se confondra avec 3 ; lorsque la terre est en *i*, *d* se confondra avec 4 (ou sera porté sur 4) ; lorsque la terre arrive en *k*, *d* se confondra avec 5 ; & enfin, lorsque la terre est en *e*, E se confond avec 6, & la particule de lumiere paroît avoir décrit le rayon ou la diagonale SE, qui doit maintenant être portée sur

* A cause de la distance immense de l'étoile, nous pouvons regarder la ligne SE, comme égale à S*e*.

la

la parallèle *se*, parce que la terre est venue en *e*. De sorte que l'étoile qui devient visible à l'Observateur par la ligne ou rayon S*e* lui paroît (à cause de son mouvement dans la ligne E*e*) être dans la ligne *se*; au lieu que si le lieu de l'Observateur avoit été immobile, il auroit vû l'étoile en S, & non en *s*. Si donc l'Observateur, à mesure qu'il est entraîné par le mouvement de la terre, regarde par un telescope, dont l'axe fait l'angle SE*e* avec la ligne E*e* du mouvement de l'Observateur, lorsqu'il arrive en *e*, il verra l'étoile en *s*; ce qu'il n'auroit pas pu faire, si son telescope avoit été dirigé dans la ligne EA ou *e*S perpendiculaire à E*e*.

N. B. *Puisque la ligne* S*e est réellement* 10210 *fois plus longue que la ligne* E*e*, *à cause que la lumiere se meut autant de fois plus vîte que la terre; combien l'angle* AES (= S*e*s) *doit-il être petit? & combien doit être exact l'instrument dont on se sert pour observer un tel angle? Cependant on trouve par des expériences réitérées, que cet instrument en vient à bout; ce qui fait voir la grande exactitude de M.* Graham, *qui passera à la postérité autant que la grande sagacité de M.* Bradley *dans la conséquence qu'il en a tirée.*

2. [7, page 302. *Les parties du tourbillon qui sont les plus proches du soleil, devroient se mouvoir plus vîte*, &c. — *Les quarrés des tems périodiques*, &c. *sont comme les cubes de leurs distances*, &c.) Newton a examiné dans la neuviéme section du second Livre de ses *Principes*, tous les cas possibles des *tourbillons*, dont je n'ai pris que celui qui est rapporté dans le onziéme Corollaire de la Proposition 52, comme étant le plus commun. Je renvoye les Curieux à cette section, qu'il seroit trop long d'inserer ici toute entiere; mais je crois qu'il est à propos d'en transcrire la derniere partie (qui est la trente-cinquiéme Proposition que l'Auteur a voulu appliquer à l'hypothèse de *Descartes*, pour en démontrer l'inconsistence, & pour faire voir qu'il est impossible que les planétes se meuvent dans des *tourbillons*); j'y joins aussi une partie de son *Scholie* general, qui est à la fin de son Livre, & qui a le même but.

PROPOSITION LIII.

Du second Livre des Principes de Newton.

Les corps qui roulent dans un tourbillon, *& reviennent au même point dans le même orbe, ont la même densité que le* tourbillon, *& gardent dans leur mouvement la loi qui est observée par les parties du* tourbillon, *quant à leur vîtesse & à la direction de leur mouvement.*

Car si l'on supposoit qu'une petite partie du tourbillon, dont les particules où les points physiques conservent entr'eux une situation constante, vint à se glacer; cette partie ne changeant point de densité, ni de force, ni de figure, suivroit dans son mouvement la même loi qu'elle suivoit auparavant; & au contraire, si une partie glacée & solide du tourbillon, étoit de même densité que le reste du tourbillon, & si elle venoit à se résoudre en fluide, elle conserveroit la même loi de mouvement qu'auparavant,

Notes sur la V Leçon.



excepté que ses particules devenues fluides, auroient encore un mouvement entr'elles. Mais on peut négliger ce mouvement relatif des particules entr'elles, comme n'ayant aucun rapport au mouvement progressif du tout, & le mouvement du tout sera le même qu'auparavant. Mais ce mouvement sera aussi le même que celui des autres parties du tourbillon également éloignées du centre, parce que le solide changé en fluide devient partie du *tourbillon*, & partie entierement semblable aux autres parties. Donc si le solide est de même densité que la matiere du *tourbillon*, il aura le même mouvement que les parties de ce *tourbillon*, & il sera dans un repos relatif par rapport à la matiere qui l'environne immédiatement. S'il est plus dense, il fera de plus grands efforts qu'auparavant, pour s'éloigner du centre du tourbillon, & il surmontera la force qui le retenoit auparavant comme en équilibre de son orbite. Il s'éloignera du centre, en décrivant par sa révolution une spirale, & ne revenant plus au même point de son orbite. On prouvera de même que s'il est plus rare, il s'approchera du centre. Donc il ne reviendra plus au même point, qu'il n'ait la même densité que le fluide, & dans ce cas on a fait voir qu'il rouleroit de la même maniere que les parties du fluide, également éloignées du centre.

COROLLAIRE I.

DONC le solide, qui roule dans un *tourbillon*, & qui revient toujours au même point, est dans un repos relatif par rapport au fluide qui l'entraîne.

COROLLAIRE II.

ET si le *tourbillon* est d'une densité uniforme, le même corps peut rouler à chaque distance du centre du *tourbillon*.

SCHOLIE.

DE LA il suit évidemment, que les planétes ne sont pas emportées par des *tourbillons* corporels. Car les planétes, selon l'hypothèse de *Copernic*, étant portées autour du soleil, décrivent des ellipses, dont le soleil est le *foyer* commun ; & par des rayons menés au soleil, elles décrivent des aires proportionnelles aux tems. Soient AD, BE, CF (*Planche* 28. *Figure* 5.) trois orbes décrits autour du soleil, dont le plus grand CF est un cercle concentrique au soleil, & les *aphelies* des deux intérieurs sont A & B, leurs *perihelies* D & E. Donc le corps qui roule dans l'orbe CF, décrivant par des rayons menés au soleil des aires proportionnelles aux tems, sera mû d'un mouvement uniforme ; & selon les loix de l'Astronomie, le corps qui roule dans l'orbe BE, ira plus lentement dans l'*aphelie* B, & plus vîte dans son *perihelie* E ; au lieu que selon les loix de la Méchanique, la matiere du *tourbillon* doit se mouvoir plus vîte dans un espace plus étroit entre A & C, que dans un espace plus large entre D & F, c'est-à-dire, plus vîte dans l'*aphelie* que dans le *perihelie*. Mais ces deux conclusions se contredisent. Ainsi au commencement du signe de la

Planche 28. Figur. 5.

Vierge, où eſt maintenant l'*aphelie* de *Mars*, la diſtance entre les orbes de *Mars* & de *Vénus*, eſt à la diſtance entre les mêmes orbes au commencement du ſigne des *Poiſſons*, comme 3 à 2 environ, & par conſéquent la matiere du tourbillon entre ces deux orbes au commencement des *Poiſſons*, doit avoir plus de vîteſſe qu'au commencement de la Vierge, en raiſon de 3 à 2. Car plus l'eſpace eſt petit par où la même quantité de matiere paſſe dans le même tems d'une révolution, plus la vîteſſe avec laquelle elle paſſe doit être grande. Donc ſi la terre, qui eſt relativement en repos dans cette matiere céleſte, en étoit emportée, & tournoit avec elle autour du ſoleil, ſa vîteſſe au commencement des *Poiſſons*, ſeroit à ſa vîteſſe au commencement de la *Vierge* en *raiſon ſeſquialtere*. Donc le mouvement diurne & apparent du ſoleil au commencement de la *Vierge*, ſeroit au-deſſus de 70 minutes, & au commencement des *Poiſſons*, il ſeroit au-deſſous de 48 minutes ; au lieu qu'au contraire ce mouvement apparent du ſoleil eſt réellement plus grand au commencement des *Poiſſons*, qu'au commencement de la *Vierge*, comme l'expérience nous l'apprend. Donc la terre va plus vîte au commencemeut de la *Vierge*, qu'au commencement des *Poiſſons*. Donc l'hypothêſe des *tourbillons* eſt entierement contraire aux phénoménes aſtronomiques, & elle eſt plus propre à troubler les mouvemens céleſtes, qu'à les expliquer.

SCHOLIE GENERAL.

L'hypothêſe des tourbillons eſt combattuë par un grand nombre de difficultés. Il faut que chaque planéte par un rayon mené au ſoleil, décrive des aires proportionnelles aux tems de leurs deſcriptions, que les tems périodiques des différentes parties des *tourbillons*, obſervent la raiſon doublée de leurs diſtances au ſoleil. Mais afin que les tems périodiques des planétes puiſſent avoir la proportion ſeſquipliquée de leurs diſtances au ſoleil, il faut que les tems périodiques des parties du *tourbillon*, ſoient en proportion ſeſquipliquée de leurs diſtances. Afin que les plus petits *tourbillons* puiſſent conſerver leurs petites révolutions autour de *Saturne*, *Jupiter*, & autres planétes, & pour qu'ils puiſſent nager tranquillement, & ſans être troublés dans le grand tourbillon du ſoleil, il faut que les tems périodiques des parties du *tourbillon*, ſoient égaux. Mais la rotation du ſoleil & des planétes autour de leurs axes, qui doit correſpondre aux mouvemens de leurs *tourbillons*, s'écarte beaucoup de toutes ces proportions. Les mouvemens des cométes ſont extrêmement réguliers, & conduits par les mêmes loix que les mouvemens des planétes, & on ne peut en aucune maniere les expliquer par l'hypothêſe des *tourbillons*. Car les cométes ſont portées par des mouvemens très-excentriques dans toutes les parties des Cieux indifféremment, avec une liberté qui eſt incompatible avec l'idée des *tourbillons*.

3. [9. page 308. *On peut faire pluſieurs autres expériences relatives aux forces centrales*, &c. *En faveur des Curieux nous en donnerons quelques autres dans les Notes.*] Pour faire voir par expérience comment une planéte

NOTES sur la V. Leçon.

accélere son mouvement à mesure qu'elle s'approche du soleil, & comment elle le retarde, lorsqu'elle s'en éloigne ; il faut fixer la table tournante (telle qu'elle est représentée par la onziéme *Figure* de la *Planche* 24.) sur son pied, de maniere qu'elle puisse tourner dans sa situation horizontale. Ensuite on ôtera la piece *quarrée* ou rectangulaire S *s*, & on l'attachera à la table dans l'endroit M *m*, par le moyen d'une vis dans son bord inférieur, laquelle passera à travers la table, & sera fixée en-dessous par une écrouë. Cela étant fait, au lieu des deux balles T, M, prenez-en une comme M, & l'ayant placée à un pouce en-dedans de la partie la plus courte du *quarré* en M, vous ferez passer son cordon par un des trous qui sont à côté de la piece centrale C, & en haut par le trou du milieu ; ensuite ayant attaché un fil de fer *w* à travers le cordon, ensorte que la force centrifuge agissant sur M, (pendant que la table tourne) ce fil de fer puisse empêcher la balle de frapper contre le bout de M *m* ; faites enfin tourner la table dans la direction de la fléche, pendant que la main tient l'autre bout du cordon assez lâche en *x*, la balle pressera le quarré V *v* en M. Tirez un peu le fil pour faire approcher un peu plus la balle, du centre, vous verrez qu'elle frappera l'autre côté en *m*, & vous entendrez le coup, ce qui fait voir que son mouvement est acceleré ; mais si alors, (la table tournant toujours avec la même vîtesse) vous la tenez avec la main, elle s'éloignera du centre, & frappera contre M, ce qui fait voir que son mouvement est retardé, parce qu'elle se meut plus lentement que les parties de la table qui sont sous elle, comme elle se mouvoit plus vîte que la table dans l'autre cas.

La conclusion de la quinziéme Expérience (sçavoir, que dans la même orbite la force centrifuge est comme le quarré de la vîtesse) s'ensuivroit également de toute autre variation des tems périodiques. Par exemple si le fil de la poulie H (*Figure* 14. *Planche* 25.) passoit sur la rainure de 3 pouces, & celui de la poulie K sur la rainure de 2 pouces, chaque planéte étant de même poids, & à la même distance du centre ; la planéte P qui a le plus de vîtesse, éleveroit (dans sa tour) un poids de $2\frac{1}{4}$ livres ; pendant que celle *p* qui a le moins de vîtesse, ne leveroit qu'une livre ; ces poids étant l'un à l'autre, comme 9 à 4 ; c'est-à-dire, réciproquement comme les quarrés des tems périodiques 2 & 3, ou directement comme les quarrés des vîtesses.

Planche 25. Figure 14.

En un mot, si les *forces centrales* différent en quelque façon que ce soit, on peut les comparer ensemble par le moyen de ce qu'on a déja expliqué ; car *elles sont toujours en* raison *composée de la* raison *de la quantité de matiere des corps qui font leurs révolutions, de la* raison *des distances au centre, & enfin de la* raison *inverse des quarrés des tems périodiques ;* & cette comparaison se fait ainsi : multipliez la quantité de matiere dans chaque corps par sa distance au centre, & divisez le produit par le quarré du tems périodique ; les quotients des divisions seront dans cette *raison* composée, c'est-à-dire, comme les forces centrales.

EXPE'RIENCE.

Planche 25. Figure 1.

PASSEZ le cordon de la rouë sur la rainure de 2 pouces de la poulie K,

& sur celle de 3 pouces de la poulie H ; ce qui fera que les tems périodiques des planétes P & *p* seront l'un à l'autre comme 2 à 3. Par l'addition de 4 onces à la piece qui porte le poids dans la tour S, tout le poids sera de 6 onces, & soit la planéte P de 2 onces, & à 8 pouces du centre. La planéte *p* doit être de 4 onces, & à 12 pouces du centre, & le poids qui la tire dans la tour *s*, doit être de 8 onces. Tournez la roue, & les deux poids s'éleveront au même moment. Multipliez 2 (poids de la planéte P) par 8 sa distance ; le produit est 16, lequel étant divisé par 4 (quarré de son tems périodique) donne 4 au quotient ; (car $2 \times 8 = 16$ & $\frac{16}{4} = 4$.) Ensuite multipliez 4 (poids de la planéte *p*) par sa distance 12, & le produit 48 étant divisé par 9 (quarré du tems périodique de *p*) vous aurez $5\frac{1}{3}$ (car $4 \times 12 = 48$ & $\frac{48}{9} = 5\frac{1}{3}$). Or ces nombres 4 & $5\frac{1}{3}$ sont l'un à l'autre comme 12 à 16, ou comme 6 à 8, qui sont les poids dans les tours qui expriment les quantités des forces centrales.

Lorsque les quantités de matiere sont égales, il suffit de diviser les distances par les quarrés des tems périodiques pour déterminer la proportion des forces centrales l'une à l'autre.

Et dans ce cas, *si les quarrés des tems périodiques sont entr'eux, comme les cubes des distances, les quotients des divisions seront en raison inverse des quarrés des distances, & l'on trouvera que les forces centrales sont en même raison :* ce qui est le cas des planétes & des cométes dans le Ciel.

On peut fort bien éclaircir cela par l'Expérience suivante.

Expe'rience.

Planche 25. Figure 1.

Faites passer le cordon de la roue sur la rainure de 3 pouces de la poulie K, & sur celle de 6 pouces de la poulie H, afin que le tems périodique de la planéte P, soit 3, pendant que celui de *p* est 6. Soient P & *p* chacune de 4 onces, P étant à 5 pouces du centre, & *p* à 8 pouces. Alors si P est attachée à 10 onces dans sa tour S & *p* à 4 dans la sienne *s*, les deux poids s'éleveront tout-à-la-fois, lorsqu'on fera tourner la roue.

Les forces centrales sont ici comme 4 à 10, & la *raison* inverse des quarrés des distances, est celle de 25 à 64 (& ce dernier nombre devoit être exactement $62\frac{1}{2}$, & le seroit si l'on avoit pris pour la distance au centre la racine quarrée de $62\frac{1}{2}$; mais nous avons préferé 8 pouces, pour éviter les fractions) ce qui suffit pour une expérience. Les quarrés des tems périodiques sont 9 & 36 ; ce qui aussi s'accorde assez avec les cubes des distances, qui sont 125 & 512 ; car 512 auroit dû n'être que 500, qui est la *raison* exacte qui manque ou qui auroit été beaucoup plus proche, si la distance au centre avoit été la racine quarrée de $62\frac{1}{2}$, comme nous l'avons dit ci-devant.

4. [16. Page 32. *D'autres, &c. prétendent que le* momentum *n'est pas comme le produit de la masse par la vitesse du corps qui se meut, mais comme la masse multipliée par le quarré de la vitesse.*]

[26. Page 329.] *Le poids*, &c. *Multipliez-le par la vîtesse, & on aura le momentum*, &c.

Il y a peu d'années, que tous les Mathématiciens & Philosophes s'accordoient dans l'opinion, que le *momentum* ou force mouvante des corps, consistoit dans la masse ou quantité de matiere, multipliée par la vîtesse, comme nous l'avons expliqué dans la seconde *Leçon*, N°. 1, 2, 3, &c. M. *Leibnitz* (si je ne me trompe) est le premier qui a rejetté l'ancienne opinion, en disant que la force des corps en mouvement, étoit composée de la masse multipliée par le quarré de la vîtesse, en l'appliquant à la chûte des corps, & disant que le coup donné par les corps qui tombent, est toujours proportionnel aux hauteurs d'où ils tombent, lesquelles hauteurs sont (*Leç.* 5. N°. 16. *Cor.* 1.) comme les quarrés des vîtesses. Mais son erreur consiste en ce qu'il ne considere pas le tems, (comme nous l'avons fait voir;) car les vîtesses seules ne sont pas la cause des espaces parcourus, mais ce sont les tems & les vîtesses ensemble; autrement l'effet seroit plus grand que la cause, ce qui est absurde. Bien des gens d'esprit ont tâché de défendre l'opinion de M. *Leibnitz*, par des argumens subtils, quoique faux, s'étant d'abord trompés eux-mêmes, en appliquant mal les Observations & les Expériences.

Quelques-uns ont distingué les actions employées sur les corps (par exemple, la force de la pesanteur) en force vive & force morte (*vis viva & vis mortua*) appellant *force vive*, celle qui produit un effet visible sur un corps, & *force morte* celle qui est détruite par une cause contraire, comme lorsqu'un obstacle empêche un corps de tomber, ou qu'étant dans le bassin d'une balance, un contrepoids dans le bassin opposé l'empêche de descendre. Quand même nous admettrions cette distinction, l'expérience commune de l'instrument le plus simple de la méchanique, je veux dire de la balance, fait voir que la *force vive* & la *force morte*, sont toutes les deux en proportion simple de la vîtesse multipliée par la masse. Par exemple, 4 livres étant placées à 6 pouces de distance du centre de mouvement, & 2 livres à 12 pouces, auront une force vive, si la balance est mise en mouvement; mais on voit bien que ces forces sont égales, puisqu'ayant des directions contraires, elles se détruisent bien-tôt mutuellement, & elles sont l'une à l'autre en raison simple de la vîtesse multipliée par la masse, qui est $4 \times 6 = 24$ & $2 \times 12 = 24$. Au lieu que si les forces avoient été en ce cas comme la masse multipliée par le quarré de la vîtesse, le poids 2 placé à près de 8 pouces & demi, auroit détruit le mouvement du poids 4 à 6 pouces de distance, & l'auroit réduit à l'*équilibre*, c'est-à-dire, $6 \times 6 \times 4 = 144$ & 8, 426, &c. $\times$ 8, 426, &c. $\times 2 = 144$: Le cas est le même dans la force *morte*; car alors 2 à la distance 12, tient 4 en *équilibre* à la distance 6, & la moindre altération des poids ou des distances, détruit l'équilibre. La même chose se vérifie dans *le levier*, *la poulie*, *le tour*, *le plan incliné*, *le coin* & *la vis*.

Le *momentum* des corps paroissant si évidemment par cette expérience commune, être le produit de la masse par la vîtesse, d'autres ont dit que la construction particuliere des instruments de méchanique, étoit la cause

de ce *phénoméne*, & que cette action des corps l'un fur l'autre par le moyen des inftruments, devoit s'appeller *preffion*, diftinguant la *force* de la *preffion*, & avouant que les *preffions* des puiffances font l'une à l'autre réciproquement comme les maffes multipliées par les viteffes ; mais niant que les forces foient dans cette raifon.

Mais pour faire voir que les *forces* que nous appellerons auffi les moments des corps, font dans la *raifon* précédente, il nous faut confidérer l'Expérience fuivante, qui m'a été communiquée par M. *George Graham*.

EXPE'RIENCE.

Planche 24. Figure 1.

LA machine repréfentée par la figure a déja éte décrite ci-devant. Nous fuppofons feulement que l'arc FE eft divifé en 24 dégrés de chaque côté, en comptant depuis les extrémités AD & CB du pendule plat quarré, au lieu des 18 marqués dans la figure, & que le pendule pefe deux livres, & le poids W auffi deux livres.

Maintenant fi le pendule fans le poids W eft tiré en haut au vingtquatriéme dégré du côté de E, lorfqu'on le laiffe aller, il doit monter à 24 de l'autre côté ; mais fi une perfonne qui tient la corde L dans fa main (pendant que le poids W eft fufpendu, un demi-pouce au-deffus de ABCD, lorfqu'il eft dans le lieu le plus bas) laiffe aller la corde précifémeut au moment que le pendule plat vient à l'endroit le plus bas, le pendule recevant par ce moyen une addition de matiere égale à la fienne propre, n'ira qu'à douze du côté de F. Si on laiffe aller le pendule depuis le vingtiéme dégré, & qu'on laiffe tomber W fur lui dans la partie la plus baffe de fa vibration, alors (étant ainfi chargé) il n'ira qu'à 10 dégrés ; & lorfqu'on le laiffe partir de 12, s'il reçoit le poids W au lieu le plus bas, il n'ira qu'à 6.

Pour comparer maintenant enfemble les deux opinions, il nous faut examiner laquelle des deux donne le *momentum* le même avant & après la réception W.



Ancienne Opinion.

Dans la premiere moitié de la vibration.			*Dans la derniere moitié de la vibration.*		
Vitesses.	*Masse.*	*Momens.*	*Vitesses.*	*Masse.*	*Momens.*
24		48	12		48
20	2	40	10	4	40
12		24	6		24

Nouvelle Opinion.

Dans la premiere moitié de la vibration.				*Dans la seconde moitié de la vibration.*					
Vit.	*quarré des Vit.*	*Masse.*	*Momens.*	*Vit.*	*quarré des Vit.*	*Masse.*	*Momens.*		
24	576		1152	12	144		576	*au lieu de*	1152
20	400	2	800	10	100	4	400		800
12	144		288	6	36		144		288

Mais pour voir les momens tels qu'ils doivent être selon la nouvelle opinion, les vîtesses après la réception de W sur le pendule, devroient être 17 —, 14, 1 + & 8,48 + ; car 17 — × 17 — = 288 & 14,1 + × 14,1 + = 200, & 8,48 + × 8,48 + = 72 ; lesquels nombres étant multipliés respectivement par la masse 4 du pendule du poids, donneroient pour produits 1152, 800 & 288, les mêmes *momens* que le pendule avoit dans la premiere moitié de la vibration.

N. B. *Comme il faut un peu de pratique & de dextérité pour faire tomber W précisément au milieu de A B C D, on doit faire plusieurs expériences, & avoir un cercle tracé sur le plan A B C D, pour en marquer exactement le milieu ; mais l'expérience est concluante, quand même W ne tomberoit pas précisément dans le cercle ; car lorsqu'il tombe en-delà (par exemple, lorsqu'on laisse aller le pendule depuis 12) alors le pendule composé ira aussi loin en-delà de 6 vers F, & en-deça de 6 vers E. La même chose arrivera de quelque hauteur que le poids tombe. L'expérience réussit également, soit que le bas du poids & la surface supérieure de la plaque soit polie ou raboteuse, molle ou dure. Il y a même un autre moyen de faire l'expérience, plus aisé que celui de laisser tomber le poids ; & c'est en fixant la corde qui tient le poids de maniere que la plaque ne fasse précisément que glisser sous lui dans sa vibration, & alors arrêtant à vis la piece droite recourbée w x w sur la platine, qui est maintenant représentée par* a b c d, *de maniere que la piece recourbée ou demi cylindre, qui est un peu plus grande que le cercle* W W *(base du poids lorsqu'il est sur la plaque) vienne au bas de*

de la vibration embrasser le poids W, & l'entraîner avec elle, sans qu'il tombe sur la plaque. En ce dernier cas l'expérience réussira aussi également, soit que la surface cylindrique du poids soit de plomb, de fer, de cuivre, ou même de cuivre doux. J'ai fait l'expérience de ces différentes manieres, pour répondre à différentes objections, quoiqu'elles ayent si peu de force, qu'on peut y répondre d'ailleurs, & les voici. NOTES sur la V$_e$. Leçon.

OBJECTION Ire. LE choc produit par la chûte du poids W, empêche le pendule composé d'aller aussi loin qu'il devroit aller.

Réponse. LE pendule est dans un mouvement horizontal, lorsqu'il reçoit le poids W, lequel par sa chûte lui donne un coup perpendiculaire. Ce coup (par ce qui a été dit, *Leçon* 3. N°. 85. de deux forces qui agissent en même-tems sur un corps) ne peut ni l'avancer ni le retarder vers le côté où il va, mais seulement le faire descendre plus bas, si les cordes qui suspendent le pendule plat cedent un peu. Par exemple, soit *ef* (*Planche* 24. *Figure* 1.) la ligne dans laquelle le pendule se meut dans la partie la plus basse de sa vibration, que l'on pourra regarder comme une ligne droite, en prenant la tangente pour un petit arc; que le poids W dans la ligne W e. Si nous supposons qu'on lâche la corde, ensorte qu'elle devienne plus longue de toute la hauteur *eg*, le pendule sera alors poussé par deux forces, telles que *ef* & *eg*, qui lui feront parcourir la diagonale *el*; si la corde n'est étendue que jusqu'en *h*, le corps décrira la diagonale *em*; si elle ne s'étend que jusqu'en *i*, il décrira la diagonale *en*; & enfin si les cordes ne s'étendent point du tout, ou que par leur réaction elles se rétablissent entierement, alors tout l'effet du choc de la chûte de W sera détruit, & le corps décrira la ligne *ef*, comme s'il n'y avoit point eu de choc. Mais dans tous ces cas le pendule composé va de la ligne *eg* à la ligne *fl* dans le même tems, & le bord de la plaque doit marquer le même nombre de dégrés sur l'arc de cercle gradué au-dessous de lui. Le succès de l'expérience, lorsqu'on attache un cuir bien doux sous le plomb, doit donner satisfaction à ceux qui font cette objection; mais lorsqu'on fait l'expérience sans laisser tomber le plomb en aucune maniere, (lorsque le petit demi-cylindre *wxw* de la plaque emporte le poids avec lui) elle doit les convaincre entierement.

Planche 24. Figure 1.

OBJECTION II. LE frottement du poids W & de la plaque ABCD l'un contre l'autre, occasionne la perte d'un mouvement, & empêche le pendule composé d'arriver aux distances, qui sont conformes a la nouvelle opinion.

Réponse. CETTE objection est trop vague & incertaine; car ceux qui la font devroient faire voir combien le frottement doit détruire de mouvement dans les autres cas, & prouver qu'ici elle en détruit autant; au lieu qu'en examinant la chose de près, on voit que la cause est beaucoup moindre que l'effet; car le mouvement qui est ici perdu, selon la nouvelle opinion, doit être la moitié de tout le mouvement du pendule com-

mence au point où passe la corde *cn*; cette corde dans le mouvement du cylindre passe successivement sur les divisions marquées par la regle, & fait voir combien le cylindre a été poussé en-dehors dans chaque expérience. Le cylindre, avec sa queuë, son ressort, & sa tête, ne pese précisément qu'une livre; mais si l'on met en-dedans différens cylindres de plomb, on le fera peser 2, 3, ou 4 livres, & de même le ressort peut avoir différens degrés de force qu'on peut lui donner, selon que la queuë *tt* est tirée plus avant par la platine *rr* vers R, & arrêtée en sa place par la cheville P.

N. B. *La septiéme Figure représente une partie du cylindre avec sa queuë & son ressort, & la platine rectangulaire tracée sur une plus grande échelle, & marquée des mêmes lettres.*

LORSQUE le ressort étant bandé au même degré, pousse successivement en avant le cylindre différemment chargé, en tirant en-dehors la cheville P, on trouve, en observant la corde *cn*, à quelles distances le cylindre est poussé. Mais on trouve toujours que dans ces cas, quelque soit le poids du cylindre, le produit de sa masse par le quarré de sa vîtesse, est toujours le même. C'est-à-dire, si le cylindre pesant 1, le ressort est tellement ajusté qu'il le pousse au dégré 8, marqué sur la regle ou sur la tangente *no*; le cylindre chargé avec 2, sera poussé par la même force du ressort à 5, 65, &c. S'il est chargé avec 3, il ira à 4, 62, &c. & s'il est chargé avec 4, il ira à 4. Ces Messieurs prétendent donc qu'ils ont fait usage de l'élasticité dans leur expérience, comme j'ai fait usage de la gravité dans la mienne; & que comme leur expérience s'accorde avec la nouvelle opinion, & la mienne avec l'ancienne; on ne peut donc rien conclure ni de l'une ni de l'autre.

Il est vrai qu'on pourroit se l'imaginer d'abord, & l'on auroit lieu de croire que (selon l'ancienne opinion) le ressort qui pousse le poids 1 à 8 degrés, devroit ne pousser le poids 4 qu'à 2 degrés; au lieu que nous voyons qu'il le pousse à 4 degrés; quoique la même force doive produire le même *momentum*. Mais c'est ici où est l'illusion. Si la force du ressort n'agissoit pas plus long-tems sur le poids 4 que sur le poids 1, elle ne le pousseroit qu'à 2; mais le ressort agit encore une fois aussi long-tems sur le poids 4, que sur le poids 1; comme il est évident, puisque le poids 4 ne se meut qu'avec la moitié de la vîtesse du poids 1, le ressort quittant la platine *rr*, une fois aussi-tôt, lorsqu'il pousse en avant le poids 1. De sorte qu'une cause égale agissant dans un tems double, doit produire le même effet qu'une cause double qui agit dans le même tems que la cause simple.

Lorsqu'une vérité a été prouvée par des raisonnemens clairs, & des expériences simples, il n'est pas nécessaire de prendre connoissance de ces raisonnemens, & de ces expériences compliquées dont on se sert pour l'embarrasser, ou pour la confirmer. Mais si les expériences qu'on a faites pour établir une opinion, & pour en détruire une autre, quoiqu'elle n'ayent pas répondu à la fin proposée, ne laissent pas de nous conduire à

NOTES sur la Ve. Leçon.

quelque nouvelle découverte, ou d'éclaircir quelqu'autre vérité qui ne soit pas généralement connuë, elles méritent certainement notre attention & un examen sérieux. Le Docteur *s'Gravesande* & le Docteur P. *Muschembrock* sont trop curieux en faisant leurs expériences & trop fideles en les rapportant pour ne pas mériter d'être crûs sur leur parole : Ainsi, quoique je nie la conclusion qu'ils tirent des impressions faites sur l'argile, ou autres substances molles, par des sphéres, des cones ou des cylindres, je crois qu'on peut tirer des conséquences très-utiles de leurs expériences par rapport à la percussion & à la resistance des corps mous. Je crois de même que le Professeur *Poleni* a fait ces expériences avec soin, quoique je n'aye pas l'honneur de le connoître. Ainsi j'examinerai à fond cette dispute dans le commencement de mon second volume, & j'espere de faire voir toute l'illusion des raisonnemens, qui ont été publiés en faveur de la nouvelle opinion, & de faire bien sentir que ces expériences alleguées ne sont rien moins que concluantes en ce point. Il n'est pas à propos de le faire à present; parce que je n'ai pas encore expliqué les loix de la percussion du choc des corps, qui ne trouveroient pas place dans ce Volume déja trop grossi. J'espere qu'alors je ferai en état de terminer cette dispute en prouvant les trois propositions suivantes.

1. *Que la cause, qui accelere les corps dans leur mouvement en bas, & qui les retarde dans leur mouvement, (faisant abstraction de la resistance de l'air, ne les accelere pas sur leur chute avec plus de difficulté, ou plus lentement) qu'elle ne les retarde dans leur élevation ; ce qui est une supposition qu'on a faite en faveur de la nouvelle opinion.*

2. *Que les impressions ou creux de capacités ou profondeurs égales, que les corps durs font sur des substances molles, en les frappant avec des vitesses inégales sont proportionnelles aux* momens, *ou aux forces des corps qui frappent ; quand même elles seroient proportionnelles aux masses multipliées par les quarrés des vitesses.*

3. *Que les expériences de la percussion des corps mous & à ressort ne prouvent pas la nouvelle opinion, mais confirment l'ancienne.*

En même-tems, je renvoye le Lecteur curieux pour sa satisfaction aux Transactions philosophiques où il trouvera des dissertations sur ce sujet dans les nombres suivans, n°. 371, 375, 376, 396, 400. & 401.

Dans le n°. 371 il y a un écrit du Docteur *Henry Pemberton*, qui fait voir que les expériences de *Poleni* ne concluent rien en faveur de la nouvelle opinion.

Dans le n°. 375 je tâche de confirmer l'ancienne opinion, par l'expérience ancienne de la balance & par quelques expériences sur le choc des bales d'acier.

Dans le n°. 376 je tâche de faire voir l'illusion des expériences de *Poleni* par deux expériences nouvelles.

Dans le n°. 396 M. *Jean Eames* de la Societé Royale donne des remarques sur la nouvelle opinion, relativement aux forces des corps qui se meuvent, dans le cas de la collision des corps *sans ressort :* & dans la même *Transaction* il fait voir, par une autre dissertation, que la preuve de la nouvelle opinion,



tirée de la théorie de la composition & résolution des forces (lorsqu'un corps par son impulsion bande plusieurs ressorts) prouve également le pour & le contre de la question, & qu'ainsi prouvant trop, elle ne prouve du tout rien; & que par conséquent il s'en faut bien qu'elle merite le nom d'une démonstration.

Dans le n°. 400 ledit M. *Eames* a fait des remarques sur quelques expériences en *Hydraulique*, qui semblent prouver, que les forces des corps égaux qui se meuvent sont comme les quarrés de leurs vîtesses.

Dans le n°. 401 il y a une lettre du feu Docteur *Samuel Clarke* sur la proportion de *vitesse*, & sur la force des *corps en mouvement*.

Cependant je ne puis que blâmer la maniere impolie dont le Docteur traite ces Mrs qui soutiennent la nouvelle opinion, employant contr'eux des expressions fort grossieres, & qui n'ont du tout point de rapport au sujet: Je ne suis pas non plus de son opinion en ce qu'il accuse le Docteur *s'Gravesande de prétendre former une opposition contre la Philosophie de Newton*; car je sçai que ce Professeur estime & a toujours beaucoup estimé les ouvrages de *Newton*, & que tant lui que le Docteur *Pierre van Muschenbrock*, Professeur à *Utrecht*, enseignent la Philosophie *Newtonniene*, quoiqu'ils différent de *Newton* quant au *momentum* des corps.

4. [27 — *Le pilotis peut entrer dans la terre plus avant que dans cette proportion*, &c. 30 — *Les clouds*, &c. *cedent au même marteau presque selon le quarré de la vîtesse*, &c. — *Mais il faut faire tout le contraire dans le belier.*] QUOIQUE les expériences qui ont été faites par les Professeurs ingénieux *Poleni*, *s'Gravesande*, *Muschenbrock* & autres, ne prouvent pas que les *momens* des corps soient comme la masse multipliée par le quarré de la vîtesse, pour les raisons données dans les *Transactions philosophiques*, où j'ai renvoyé le Lecteur, & pour d'autres raisons (que je reserve à l'autre partie de mon Ouvrage, où j'examinerai la percussion des corps, & qui seront, comme je l'espere, satisfaisantes pour ces Messieurs eux-mêmes) cependant elles ont beaucoup de merite, parce qu'elles font voir avec certitude, que le même corps frappant des substances molles avec différentes vîtesses, fait sur elles des impressions, à proportion des quarrés de ces vîtesses, & que par-là elles nous donnent un principe pour nous conduire dans la pratique de quelques operations méchaniques, qui n'étoit pas bien connu auparavant. Et en conséquence un marteau à la main frapant sur un fer chaud, lorsqu'il a quatre fois la vîtesse d'un plus gros marteau, quatre fois plus pesant, fait le double d'ouvrage en forgeant le fer, quoique le *momentum* soit le même dans les deux; mais l'introcession qui fait ceder le fer, n'est pas la même. Ainsi en poussant les pilotis, lorsque la terre cede également, si l'on éleve le marteau quatre fois aussi haut, le pilotis entrera dans la terre quatre fois plus aisément; mais lorsque le pilotis (quoique bien ferré) frappe sur un rocher, ou est poussé dans une terre pierreuse, le cas n'est pas le même & la proportion est mêlée entre celle de la masse par la vîtesse & celle de la masse par le quarré de la vîtesse.

Maintenant dans le belier, l'effet est plus grand, lorsqu'une grande quantité de matiére se meut avec une petite vîtesse, que lorsque le même *momen-*

Notes sur la Ve. Leçon.

Planche 28. Figure 8.

tum est produit par une petite quantité de matiere qui se meut avec une grande vitesse. L'explication de ceci donnera quelque jour à la dispute sur l'ancienne & la nouvelle opinion. Car si l'on suppose que A C D E (*Planche* 28. *Figure* 8.) est un pan de muraille, (dont on représente ici la coupe horizontale) & qu'il soit frappé par un boulet de canon, ou par un belier en B, l'effet dans le premier cas, sera que le boulet de canon (en supposant qu'il ait une vitesse suffisante) traversera la muraille, faisant le trou *a b* B *c*, outout au plus le trou *d c* B *c*, de la figure du cone tronqué, ébranlant un peu plus de la muraille que les parties qui sont fort proches de ce trou, parce que la vitesse est si grande, que le mouvement n'a pas le tems d'être communiqué fort loin, lorsque le boulet traverse la muraille. Mais si un belier, avec le même *momentum*, & avec une vitesse d'autant plus petite qu'il a plus de matiere, frappe la muraille en B, il l'ébranlera tout autour à une grande distance, le mouvement ayant le tems de se communiquer; & si les coups successifs sont continués de maniere que le second soit donné avant que l'ébranlement produit par le premier, se soit dissipé; après plusieurs coups on renversera un grand pan de muraille comme F G H J. C'est là le moyen que le sieur *Christophe Wren* a souvent pratiqué pour abattre de vieilles ruines & bâtisses, & pour élever de nouveaux édifices dans l'endroit où étoient les anciens: & il dit, qu'il n'a point trouvé de moyen aussi expeditif pour démolir de vieilles murailles, dont le mortier étoit presqu'aussi dur que la pierre même.

Il est vrai qu'à la guerre le canon est préferable au belier des Anciens pour plusieurs raisons : j'en ai rapporté quelques-unes dans la *Leçon* 2e. n°. 9, & dans la 3e *Note*, & dans ces cas il faut remarquer que les Assiegeans battent obliquement, préférant de frapper les murailles obliquement par différentes batteries, quoiqu'avec moins de *momentum*, afin que le second boulet puisse les abbatre lorsque le premier les a ébranlées : ce qui est plus efficace que de faire plusieurs petits trous dans une muraille en la frappant perpendiculairement. Pour éclarcir ceci encore plus, je vais repeter ce que j'ai déja dit dans les *Transactions Philosophiques*, (n°. 376) sçavoir, » que lorsqu'une » porte est à demie ouverte, & qu'elle se meut très-librement sur ses gonds, » si l'on tire contre cette porte un coup de pistolet, la bale traversera sans » la remuer de place; mais si l'on prend une grande masse de plomb, & » qu'on la pousse contre la porte, avec la même force qui fait mouvoir la » balle du pistolet, la porte sortira de sa position, & sera portée sur ses gonds » hors de sa place; parce que dans le premier cas le mouvement de la balle » n'est communiqué qu'à peu de parties de la porte, & que dans le dernier » cas il est répandu sur toute la porte. Et même la porte sera mue par le coup, » quoiqu'il y ait dans le plomb une partie qui avance, & qui ne soit pas plus » grosse qu'une balle de pistolet, pour pouvoir ne frapper la porte que sur la » même étendue de surface qu'avoit fait la balle. »

5. [35 — 335. *Un fluide resistera quelquefois autant qu'un solide*, &c.] Supposons qu'un morceau de bois, comme une planche d'un pouce d'épaisseur, soit de la même pesanteur spécifique que l'eau, & que cette eau de même épaisseur couvre une surface d'argile; & voyons quel sera l'effet d'un boulet qui frappe le solide ou le fluide. Supposons encore que

le boulet frappant l'eau avec la vîtesse 1, surmonte par son *momentum*, la resistance comme 1, qui vient de sa tenacité. Si le boulet, avec la même vîtesse frappe le bois, dont la resistance par sa densité est comme 1, mais dont la resistance par la tenacité est comme 9; c'est-à-dire, dont toute la resistance est 10; il est certain, que le boulet ne sçauroit pénétrer le bois avec la vîtesse 1, mais qu'il doit avoir la vîtesse 10, pour surmonter la resistance dont on vient de parler.

Maintenant si le boulet avec la même vîtesse 10, vient contre l'eau, il trouvera une resistance, comme 100, à cause de la densité (*Leçon* 5, 35.) & encore la resistance 10, à cause de la tenacité de l'eau, c'est-à-dire, 110. Ensuite si le boulet avec la même vîtesse frappe le bois, & que l'on suppose que la resistance du bois, par sa quantité de matiere, croisse comme le quarré de la vîtesse, comme elle fait dans l'eau (quoiqu'elle ne croisse pas en si grande proportion) toute la resistance du bois sera 190, c'est-à-dire, 100 par sa densité, 90 par sa tenacité. Ici toute la resistance de l'eau est à toute la resistance du bois, comme 110 à 190 ou comme 11 à 19. Si l'on double la vîtesse du boulet, c'est-a-dire, qu'elle devienne 20, toute la resistance de l'eau sera $400 + 20 = 420$; & la resistance des bois sera $400 + 180 = 580$: alors la resistance de l'eau sera à celle du bois, comme 42 à 58 ou 21 à 29, la différence étant maintenant moindre qu'auparavant. Si la vîtesse du boulet est 40, la resistance de l'eau sera $1600 + 40 = 1640$, & celle du bois, $1600 + 360 = 1960$; & alors la resistance de l'eau sera à celle du bois, comme 164 à 196, ou 41 à 49, la différence étant encore plus petite. Donc à mesure que la vîtesse du boulet augmente, la resistance de l'eau s'approche toujours de plus en plus de celle du bois. Maintenant si le bois est moins dense que l'eau, la resistance de l'eau (par l'augmentation de la vîtesse du boulet) parviendra plûtôt à être supérieure à celle du bois. De même quoique le bois soit aussi dense que l'eau, si la resistance à cause de la quantité de matiere, ne croît pas aussi vîte qu'elle le fait dans l'eau (comme je l'ai dit ci-devant, & comme l'expérience le fait voir) en augmentant la vîtesse du boulet, la resistance de l'eau surpassera bien-tôt celle du bois. On a fait l'expérience suivante pour confirmer cette proposition.

On a étendu une voile horizontalement sur un étang à environ $2\frac{1}{2}$ pieds sous la surface de l'eau, & ayant tiré un mousquet avec une petite charge obliquement sur la surface de l'eau, mais perpendiculairement à une planche de sapin d'un demi pouce fixée sous l'eau au-dessus de la voile, la balle perça la planche sous l'eau & ensuite la voile. On fit ensuite l'expérience avec une plus grande charge, & la balle frappa contre la planche sans la traverser, ne faisant qu'une petite impression sur la planche, & même la rondeur en fut plus alterée qu'il ne sembloit qu'elle n'auroit dû l'être par la resistance de la planche, & par conséquent on crut que la contusion du plomb ne venoit que de la resistance de l'eau. En augmentant la charge une troisiéme fois, la balle tomba sur la voile sans atteindre la planche, & perdit beaucoup de sa figure. A la fin en y mettant une charge presque égale à la preuve (c'est-à-dire un poids de poudre égal au poids de la balle) cette balle fut mise en pieces sur la surface de l'eau.

N. B. *Je ne puis pas dire précisément en quelle proportion les charges furent augmentées, parce que je ne fus pas moi-même témoin de l'expérience; mais des personnes dignes de foi qui y étoient presentes, m'en ont fait le recit.*

On voit que la resistance de l'eau fut plus grande que celle du bois, en ce que si le coup eut été porté contre une planche de 1 ½ pouces d'épaisseur dans l'air, la balle l'eut traversée toujours plus aisément, à mesure que la charge étoit augmentée.

Cette grande resistance de l'eau se confirme encore plus, par un accident, qui m'est arrivé à moi-même.

Il y a quelques années, que dans un jour de réjouissance, le Colonel *Samuel Horsey* avec plusieurs autres personnes & moi, nous nous rendimes sur la Tamise dans une grande barque qui appartient au Corps des Cabaretiers, où nous fîmes jouer quelques feux d'artifice. Il arriva qu'une fusée volante à eau (dont la proprieté est d'aller sous l'eau plusieurs fois & d'en sortir de nouveau, & enfin d'écarter sur la surface de l'eau) vint, lorsquelle étoit prête à crever, sous la poupe de la barque, qui l'empêcha de s'élever à la surface de l'eau, & lorsqu'elle vint à crever, elle donna un grand coup à la barque, qui la souleva sensiblement, ce que j'apperçus clairement, étant directement sur l'endroit du coup, & je fus bien surpris de la force d'une si petite quantité de poudre, y ayant beaucoup moins d'une once de poudre qui produisit ce bruit. Un peu après, quelques Messieurs & Dames, qui étoient dans une autre barque, la moitié moins grande que la nôtre, s'approcherent de nous, & me prierent de jetter quelques-uns de ces artifices d'eau entre les deux barques, pour pouvoir mieux observer leur mouvement. J'en jettai plusieurs, mais à la fin l'un d'eux dans sa derniere élevation, s'arrêtant sous le mileu de la barque, s'y brisa, & y fit un si grand trou au fond, que la compagnie n'eut que le tems de sortir de leur barque & d'entrer dans la nôtre, & les Matelots d'arriver au rivage du milieu de la *Tamise* à force de rames (à *Morlake* où elle est assez étroite) avant que la barque fût à demi pleine d'eau. Dans l'explosion de la poudre, dont la vitesse, dans son expansion, est excessivement grande, l'eau resista comme un solide, & par conséquent la poudre se fit un chemin par le fond de la barque dont les planches étoient peu épaisses & moins denses que l'eau. Après cet évenement, pour éprouver l'effet de la poudre à canon sous l'eau; je chargeai une de ces fusées, en sorte qu'elle dût crever sous l'eau, & y ayant mis le feu, je la jettai dans un étang, qui couvroit une acre de terre: le choc fut si grand, que plusieurs personnes qui étoient autour de l'étang, le ressentirent comme un tremblement de terre instantané.

6. [42 — 342. Newton *nous a donné cette démonstration* , &c.] VOICI les deux démonstrations de *Newton* traduites mot à mot. Livre 1. Section 2.

PROPOSITION I. THEORÉME I.

Les corps qui tournent autour du centre immobile des forces, décrivent par des

des rayons menés à ce centre, des aires qui sont dans les mêmes plans immobiles, & qui sont proportionnelles aux tems où elles sont décrites. Planche 28. Figure 9.

Notes sur la Ve. Leçon.

» Car supposons que le tems soit divisé en parties égales, & que le » corps par sa force d'inertie décrive la droite AB dans la premiere partie » de ce tems, il iroit droit vers *c* dans la seconde partie de ce tems (par la » premiere loi) si rien ne l'empêchoit, & il décriroit la ligne B*c* égale à » AB; en sorte que menant du centre des forces S, les rayons AS, BS, » *c*S, il auroit décrit les aires égales ASB, BS*c*. Mais lorsque le corps » est arrivé au point B, supposons que la force centripéte agissant par » une seule, mais forte impression, détourne le corps de la droite B*c*, » & lui fasse parcourir la droite BC : qu'on mene C*c* parallele à BS, » & qui coupe BC en C : le corps après la 2e partie du tems se trouvera » (par le premier corollaire des loix) en C dans le même plan que le » triangle ASB. Joignez SC, & parce que SB & C*c* sont paralleles, » le triangle SBC sera égal au triangle SB*c*, & par conséquent aussi au » triangle SAB. On prouvera de même que si la force centripéte agit » successivement en CDE, &c. faisant décrire au corps en chaque parti- » cule égale du tems les droites correspondantes CD, DE, EF, &c. » elles seront toutes dans le même plan, & le triangle SCD sera égal à » SBC, SDE à SCD, & SEF à SDE. Donc en tems égaux, le corps » décrira par les rayons menez au centre S des aires égales dans un plan » immobile; donc (en composant) les sommes quelconques SADS, » SAFS de ces aires, seront entr'elles comme les tems employés à les » décrire. Qu'on augmente maintenant le nombre, & qu'on diminue à » l'infini la largeur de ces triangles, leur derniere circonférence ABCDE » sera (par le *Cor.* 4. *Lem* 3.) une ligne courbe, & par conséquent la » force centripéte qui détourne continuellement le corps de la tangente » de cette courbe, agira sans relâche, & les aires décrites quelconques » SABCDS, SABCDEFS, toujours proportionnelles aux tems de » leurs descriptions, seront aussi dans ce cas proportionnelles aux mêmes » tems. C. Q. F. D.

COROLLAIRE I.

» La vîtesse d'un corps attiré vers un centre immobile, dans des milieux » sans resistance, est en raison réciproque de la perpendiculaire abaissée de » ce centre sur la tangente rectiligne de l'orbe que le corps décrit. Car » les vîtesses dans ces points A, B, C, D, E sont comme les bases AB, » BC, CD, DE, EF, des triangles égaux; & ces bases sont en raison » réciproque des hauteurs perpendiculaires des triangles.

COROLLAIRE II.

» Si avec les deux cordes AB, BC de deux arcs décrits successive- » ment en tems égaux dans des milieux sans resistance, on acheve le parallé-



„ logramme A B C V, & si l'on prolonge de part & d'autre la diagonale „ B V, dans la position qu'elle a, lorsque ces arcs sont diminués à l'infini, „ elle passera par le centre des forces.

COROLLAIRE III.

„ SI avec les cordes A B, B C & D E, E F des arcs décrits en tems égaux „ dans des milieux sans resistance, on acheve les parallélogrammes A B C V, „ D E F Z, les forces en B & E seront entr'elles dans la derniere raison „ des diagonales B V, E Z, prises lorsque ces arcs sont diminués à l'infini. „ Car les mouvemens B C & E F du corps (*Corol.* 1. des Loix) sont composés „ des mouvemens B *c*, B V, & E *f*, E *z*; mais B V & E *z* égaux à C *c* „ & F *f*, sont engendrés selon la démonstration de cette proposition par „ les impressions de la force centripéte en B & E; donc ils sont propor- „ tionnels à ces impressions.

COROLLAIRE IV.

„ LES forces qui retirent des corps quelconques de leurs mouvemens „ rectilignes, dans des milieux sans resistance, & qui les font tourner sur „ des orbes curvilignes, sont entr'elles comme les sinus verses de arcs décrits „ en tems égaux, lorsqu'elles sont convergentes vers le centre des forces, „ & ces sinus verses tendent au centre des forces, & coupent les cordes „ en deux parties égales, lorsque ces arcs sont diminués à l'infini. Car ces „ sinus verses sont la moitié des diagonales B V, E *z* du *Corol.* 3.

COROLLAIRE V.

„ PAR conséquent ces mêmes forces sont à la force de la pesanteur, „ comme ces sinus verses sont aux sinus verses perpendiculaires à l'horison „ dans les arcs paraboliques que les projectiles décrivent en même-tems.

COROLLAIRE VI.

„ TOUT cela a lieu, par le Corollaire 5e des Loix, lorsque les plans ou „ les corps se meuvent avec les centres des forces qui sont placés dans ces „ plans, ne sont pas en repos, mais qu'ils se meuvent uniformément en „ lignes droites.

PROPOSITION II. THEORÉME II.

„ *Tout corps qui se meut dans une ligne courbe décrite sur un plan, & qui „ par un rayon mené à un point immobile, ou à un point qui se meut uniformé- „ ment en ligne droite, décrit autour de ce point des aires proportionnelles aux „ tems, est poussé par une force centripéte qui tend au même point.*

Notes sur la Ve. Leçon.

PREMIER CAS.

» Tout corps qui se meut dans une ligne courbe, est détourné de sa
» route rectiligne par quelque force qui agit sur lui, (par la premiere
» Loi) & cette force par laquelle ce corps est détourné de sa direction, &
» par laquelle il est forcé de décrire en tems égaux, les côtés des petits
» triangles égaux SAB, SBC, SCD, &c. autour du point immobile S,
» agit dans le lieu B selon une direction paralléle à *c* C (par la *Prop.* 40.
» L. 1. El. & *Loi* 2e) c'est-à-dire, selon la direction de ligne BS, &
» dans le lieu C, selon la direction d'une ligne paralléle à *d* D, c'est-à-
» dire, selon CS, &c. Donc cette force agit selon des directions qui
» tendent toutes à ce point immobile S. C. Q. F. D.

SECOND CAS.

» Et (par le 5e *Cor.* des *Loix*) c'est toujours la même chose, soit que
» la surface ou le corps qui décrit la figure curviligne reste en repos, soit
» qu'elle se meuve uniformément en ligne droite avec le corps, la figure
» décrite & son point S.

COROLLAIRE I.

« Dans les milieux sans resistance, si les aires ne sont pas propor-
» tionnelles aux tems, les forces ne tendent pas au concours des rayons,
» mais elles s'en écartent *in consequentia;* c'est-à-dire, vers le côté où porte
» la direction du mouvement, supposé que la description des aires soit
» accelerée; ou bien *in antecedentia*, si elle est retardée.

COROLLAIRE II.

» Meme dans les milieux qui resistent, si la description des *aires* est
» accelerée, les directions des forces s'écartent du concours des rayons,
» vers le côté où porte le mouvement.

SCHOLIE.

» Un corps peut être poussé par une force centripéte composée de
» plusieurs forces. Auquel cas le sens de la proposition est, que la force
» résultant de toutes les autres tend au point S, &c.

J'ai inventé une machine pour représenter cela méchaniquement, dans laquelle une petite balle de cuivre représentant une planéte, se meut dans une ellipse autour d'un corps qui représente le soleil placé dans l'un des *foyers* de cette ellipse, décrivant par un *rayon vecteur*, des aires proportionnelles au tems.

N. B. *Je donnerai une figure & une description de cela à la fin de ce Volume.*

NOTES sur la Ve. Leçon.

Que la force centripéte est la même que la pesanteur.

Newton démontre cela dans la 4e proposition du 3e Livre de ses *Principes*, Proposition 4. Théoreme 4. *Que la lune gravite vers la terre, & que par la force de la pesanteur, elle est continuellement retirée du mouvement rectiligne, & retenue dans son orbite.*

Newton ayant rendu compte de la distance moyenne de la lune selon le sentiment de divers Astronomes, au commencement de cette proposition, continue en ces termes : » Prenons pour distance moyenne 60 demi-diamé-
„ tres dans les *syzigies*, & supposons que la révolution de la lune à l'égard
„ des étoiles fixes s'acheve en 27 jours 7 heures & 43 minutes, comme les
„ Astronomes l'ont déterminé, & que la circonférence de la terre est de
„ 123249600 pieds de Paris, comme les *François* l'ont fixée par leurs
„ mesures. Si l'on imagine que la lune soit privée de tout mouvement, &
„ qu'elle soit abandonnée à la force qui la retient dans son orbe, (par le
„ *Cor.* de la *Prop.* 3.) en sorte qu'elle descende vers la terre, elle décrira
„ en tombant dans la premiere minute de tems 15 $\frac{1}{11}$ pieds de *Paris*. On
„ trouve cela par le calcul fondé sur la proposition 36. du 1er Livre, ou
„ (ce qui revient au même) sur le Corollaire 9. de la Proposition 4. du
„ même Livre. Car le sinus verse de l'arc que la lune décrit pendant le tems
„ d'une minute, par son mouvement moyen, à la distance de 60 demi-
„ diamétres terrestres est de 15 $\frac{1}{11}$ pieds de *Paris* à fort peu près, ou plus
„ exactement de 15 pieds 1 pouce 1 ligne $\frac{4}{9}$. Donc puisque cette force en
„ s'approchant de la terre, augmente en raison doublée inverse de la
„ distance, & que par conséquent à la surface de la terre, elle est plus
„ grande qu'à la lune 60 × 60 fois, un corps tombant dans nos regions
„ par cette force devroit décrire dans le tems d'une minute 60 × 60 × 15 $\frac{1}{12}$
„ pieds de *Paris*, & dans le tems d'une seconde 15 $\frac{1}{11}$ pieds ; ou plus
„ exactement 15 pieds 1 pouce 1 ligne $\frac{4}{9}$, & nous trouvons actuellement
„ que les corps tombent sur la terre avec cette même force. Car un pendule
„ qui bat les secondes dans la latitude de *Paris*, est de 3 pieds & 8 lignes $\frac{1}{2}$
„ de longueur, comme M. *Hughens* l'a observé. Et l'espace qu'un corps
„ pesant décrit en tombant dans une seconde de tems, est à la moitié de
„ la longueur de ce pendule en *raison doublée* de la circonférenee d'un
„ cercle à son diamétre, (comme M. *Hughens* l'a aussi démontré). Il est
„ donc de 15 pieds de *Paris*, 1 pouce 1 ligne $\frac{7}{9}$. Et par conséquent la force
„ par laquelle la lune est retenue dans son orbite, devient, à la surface de
„ la terre, égale à la force de la pesanteur, que nous y observons dans les
„ corps pesans. Donc (par les regles 1 & 2.) la force qui retient la lune
„ dans son orbe, n'est pas différente de celle que nous appellons pesanteur.
„ Car si la pesanteur en étoit différente, les corps tendant vers la terre
„ par l'union de ces deux forces, iroient deux fois plus vîte, & dans l'espace
„ d'une seconde de tems, ils décriroient 30 $\frac{1}{6}$ pieds de *Paris* ; ce qui est
„ entierement contre l'expérience, &c.

SCHOLIE.

LA démonstration de cette proposition peut s'expliquer plus au long de la

„ maniere suivante : supposons plusieurs lunes qui roulent autour de la terre, „ comme dans le système de *Jupiter* ou de *Saturne* ; les tems périodiques de „ ces lunes (par l'argument d'induction) garderont la même loi que „ *Kepler* a trouvé dans les planètes, & par conséquent leurs forces centri- „ petes seront réciproquement comme les quarrés des distances au centre „ de la terre, par la *Proposition* 1. de ce *Livre*. Mais si la plus basse de ces „ lunes étoit fort petite & proche de la terre, qu'elle touchât presque le „ haut des plus hautes montagnes, sa force centripete qui la retient dans „ son orbe, sera à fort peu près égale au poids de tous les corps terrestres, „ que l'on trouve au sommet de ces montagnes, comme on peut le voir „ par le calcul precedent. Donc si la même petite lune étoit abandonnée „ par sa force centrifuge, qui la porte dans son orbite, & si elle étoit par „ ce moyen hors d'état d'aller en avant, elle descendroit sur la terre ; & „ cela avec la même vitesse avec laquelle les corps pesans tombent actuelle- „ ment au sommet de ces montagnes, à cause de l'égalité des forces qui „ les obligeroient les uns & les autres à descendre. Et si la force par „ laquelle cette lune la plus basse viendroit à descendre, étoit differente de „ la pesanteur, & que cette lune gravitât vers la terre, comme nous trou- „ vons que le font tous les corps terrestres au sommet des montagnes, elle „ descendroit deux fois plus vîte, étant poussée par ces deux forces qui „ conspireroient ensemble. Donc, puisque ces forces, c'est-à-dire, la gra- „ vité des corps pesans & la force centripete des lunes, tendent au centre „ de la terre, sont semblables & égales entr'elles, elles auront (par la „ regle 1 & 2.) * une seule & même cause, & par conséquent la force „ qui retient la lune dans son orbite, est celle-là même que nous appellons „ ordinairement pesanteur ; parce qu'autrement cette petite lune au haut „ d'une montagne seroit sans pesanteur, ou tomberoit deux fois aussi vîte „ que les corps pesans.

7. [43 — *Puisque les angles, &c. ne décroissent que jusqu'à mi-chemin de* A *en* P, &c. *&* *que les angles, &c. ne croissent que jusqu'à mi-chemin de* P *en* A, &c.] CELA deviendra évident en prouvant que les angles formés par une ligne menée de l'un des *foyers* à un point de la circonférence d'une ellipse, sont les moindres qu'il est possible, ou dans leur *minimum*, lorsque ce point est à l'une ou l'autre des extrémités du petit axe ; c'est-à-dire, que SHT (*Planche* 28. *Figure* 10.) est moindre que SJ*t* ; & c'est ce que nous prouverons par le moyen des deux *Lemmes* suivans.

LEMME I.

Dans toute figure quadrilatère inscrite dans un cercle, la somme des deux rectangles formés par les côtés opposés, est égale au rectangle formé par les deux diagonales du quadrilatère.

C'est une propriété connue du cercle, & qui a été démontrée par *Ptolemée* & par plusieurs autres ; c'est-à-dire, (*Planche* 28. *Figure* 11.) $AC \times DB + BC \times AD = AB \times DC$.

* Voyez le commencement du 3e Livre de Newton.

LEMME II.

Si un arc de cercle est divisé en deux parties égales & en deux inégales, je dis que la somme des cordes des deux arcs égaux, sera toujours plus grande que la somme des cordes des deux arcs inégaux, c'est-à-dire, que si l'arc ACKB *est divisé en deux parties égales en* C, *& en deux inégales en* K; AC + CB *est plus grand que* AK + KB.

Pour le prouver, menons par C & par le centre *K* le diamétre CD, & les diagonales & cordes AB, DC, AD, BD. Il est évident (par la 2e & 29e du Livre 3. *Eucl.*) que AD = BD, & qu'on peut les prendre l'une pour l'autre. Il est aussi évident, que DK est toujours moindre que CD. (par *Eucl.* 15. Livre 3.) Or par le dernier *Lemme* AK × DB + KB × AD = AB × DK, & puisqu'on a fait voir que DK est moindre que DC, il suit que AB × DC est plus grand que AB × DK. Donc AC × DB + BC × AD est plus grand que AK × DB + KB × AD, & puisque les facteurs DB & AD sont égaux, il s'ensuit que AC + CB est plus grand que AK + KB.

Soit décrit un cercle dans la *figure* 10. qui passe par les points S, H, *s*, il est évident (par *Eucl.* 21e du 3e) que l'angle SH*s* est egal à SM*s*, & il est aussi évident par le 2e Lemme que SH + H*s* est plus grand que SM + M*s*. Mais par la proprieté de l'ellipse SJ + J*s* est toujours égal a SH + H*s*, étant toujours égal à AP; il s'ensuit donc que SJ + J*s* est plus grand que SM + M*s*; par où l'on voit que le point J est hors du cercle SHM*s*, & que par conséquent l'angle SJ*s* est moindre que SM*s*, ou que son égal SH*s*. Mais par la proprieté de l'ellipse démontrée par tous ceux qui ont écrit sur les Sections coniques. (voyez *Elementa Conicorum Ludov. Trevigar. Lib.* 2 *Prop.* 20.) les angles *s*J*g* & SJ*t* sont égaux, & *s*HG est égal à SHT; & ce qui a été prouvé du point J, peut se prouver du point F, ou de tout autre point dans la demi-ellipse AHP. Donc la vérité de la proposition que j'ai avancée est démontrée.

8. [45 — *Les Cométes sont des planétes qui se meuvent dans des orbites fort excentriques*, &c.] ON a un grand détail des cométes, & de leurs mouvemens dans le Traité des Cométes du Docteur *Halley*, qu'il fit imprimer lui-même la premiere fois, & qui a été réimprimé à la fin de la Traduction *Angloise* de l'Astronomie du Docteur *Gregory*; comme aussi dans le 3e Livre des *Principes* de *Newton*, depuis le commencement de la 39e *Proposition*, jusqu'à la fin de la 42e où commence son *Scholie* général. Le Lecteur sera parfaitement satisfait sur les cométes, s'il consulte ces Auteurs. Cependant il ne sera pas hors de propos d'en donner ici un petit détail par maniere d'extrait.

Les cométes sont une espece de planétes excentriques, qui se meuvent dans des ellipses fort allongées autour du soleil placé dans l'un des *foyers* de ces ellipses; dont les révolutions périodiques renferment un si long espace de tems que le même homme n'a jamais pû voir encore la même cométe deux fois. De sorte que l'Astronomie des cométes n'est que depuis

Notes sur la Ve. Leçon.



peu portée à une perfection tolérable, faute d'un nombre suffisant d'observations : & les rapports qu'on nous en a fait des premiers siécles, ne viennent que des Historiens & non des Astronomes ; ceux-ci étant tout occupés de l'observation des planétes & des étoiles fixes, négligeoient les cométes qui paroissoient dans leurs tems, étant entraînés par l'opinion commune, que ce n'étoient que des météores proches de la terre, & qu'on ne devoit pas les compter parmi les corps celestes. Mais dans le dernier siécle, on trouva d'abord que les cométes étoient plus élevées que la lune, & que par conséquent on devoit les ranger parmi les corps celestes, & pendant environ les 70 dernieres années, les Astronomes ont été fort exacts à observer celles qui ont paru. *Newton* a tiré de ses propres observations, & de celles des autres, une méthode pour trouver, par le moyen seulement de trois observations d'une cométe, faites en différens tems, toute la partie de son orbite, où elle continuera de nous être visible, & le Docteur *Halley* est le premier qui ait fait voir, que la même cométe revient après un certain nombre d'années, & que toute son orbite est elliptique. Nous sommes instruits par les Astronomes & les Historiens de 25 apparitions de cométes dans ces 400 dernieres années, quoique les cométes qui appartiennent à notre systême, soient peut-être en moindre nombre ; parce que les mêmes cométes ont été vûes plusieurs fois, mais on n'a pas sçu que c'étoient les mêmes, jusqu'à ce que le Docteur *Halley* l'a prouvé & a déterminé les orbites de trois d'entr'elles ; en faisant voir que la cométe qui parut en 1661, avoit été auparavant, & qu'on avoit observé qu'elle avoit suivi la même route en 1532 ; ce qui rend sa periode de 129 ans. La cométe qu'on a vû en 1680 & 1681, avoit paru auparavant en 1106, en sorte que sa periode est d'environ 575 ans. Enfin la cométe de 1682. parut en 1607 & 1531, ce qui fait voir que sa periode n'est que de 75 ans. En sorte que le nombre des cométes qui ont été vûes peut se réduire à 22. Et si, conformément aux conjectures de M. *Whiston*, la cométe de 1682 parut aussi en 1456, & celle de 1681 en 1532, comme aussi 44 ans avant l'Ere chrétienne, comme *Newton* & le Docteur *Halley* l'ont découvert depuis, le nombre n'en sera pas augmenté, parce que ces périodes sont avant le tems de la premiere des 25. Et même nous ne pouvons pas dire, qu'il n'y en ait que 22, parce qu'on en a vû plusieurs à une si grande distance de la terre, qu'elles ont échappé aux observations, comme l'auroit fait la derniere, si le Docteur *Paizley* ne l'avoit pas découverte par hasard en 1723. & s'il n'en avoit pas donné avis aux autres Astronomes, afin qu'ils pussent aussi l'observer.

On compte que les cométes ne sont pas plus petites que la lune, ni beaucoup plus grandes que *Venus ;* & les plus petites sont celles qui s'approchent le plus du soleil, afin qu'elles n'agitent pas trop le soleil, losqu'elles s'en éloignent dans leur *perihelie*, & qu'elle ne troublent pas de même les planétes qui sont proches du soleil. On voit qu'elles ne sont pas fort grandes, en ce qu'elles ne sont visibles que lorsqu'elles arrivent plus près de nous que l'orbite de *Jupiter ;* car comme ce sont des corps opaques, qui réflechissent la lumiere du soleil, on les auroit vûes aussi loin que *Saturne*, si elles avoient été aussi grandes.

Notes sur la Ve. Leçon.



Au lieu que toutes les planétes ont les plans de leurs orbites dans celui de l'écliptique ou fort près, le plus incliné ne formant avec elle qu'un angle de peu de degrés ; les cométes ont leurs orbites inclinées à l'écliptique par de très-grands angles, se mouvant vers toutes les parties du ciel, & par ce moyen elles sont moins sujettes à troubler les planétes, parce qu'elles ne reviennent que deux fois dans leur révolution au plan de l'écliptique, & lorqu'elles sont dans leurs *aphelies*, fort éloignées du soleil ; elles sont aussi fort éloignées les unes des autres, & par-là peu exposées à s'attirer l'une l'autre avec une force suffisante pour déranger sensiblement leurs orbites mutuelles ; car lorsqu'elles se meuvent fort lentement dans leurs *aphelies*, elles sont tirées aisément hors de leur route ordinaire.

Les cométes sont notablement moins denses que les planétes ; car si elles étoient aussi solides, elles n'auroient pas ces queuës, que l'on observe lorsqu'elles sont assez proches du soleil pour en être échauffées avec un degré de chaleur, un peu moindre que celui de la planete de *Mars* : ces queuës étant des vapeurs élevées de leur *noyau* ou globe, en sorte qu'elles forment une fort grande atmosphére, dont les particules étant poussées du côté qui est opposé au soleil, forment cette apparence qu'on appelle la *Queuë*, lorsqu'on la voit à angles droits ou sous un plus grand angle ; on la nomme *Barbe*, lorsqu'on la voit obliquement, & *Chevelure* lorsqu'on la voit à une si grande obliquité, qu'elle est presque dans la ligne de son axe, en sorte que la vapeur paroit environner la cométe comme une *Perruque* ou une *Tête à cheveux*. Et ces trois apparences viennent de différentes positions de la terre à l'égard de la comete ; car une queuë de la même grandeur varie par raison d'optique selon la position de l'œil.

Mais alors la queuë en elle-même change continuellement ; car souvent la cométe commence à paroitre sans aucune queuë sensible, & la queuë se forme par degrés & croit continuellement, à mesure que la cométe s'approche plus près du soleil ; la plus grande de toutes se voit lorsque la cométe vient de passer par le *perihelie*, ayant alors reçû son plus grand degré de chaleur.

Si les espaces celestes où les cométes se meuvent, n'étoient pas vuides de matiere, nous ne pourrions pas voir leurs queuës, parce qu'elles sont de beaucoup moins denses que notre air, puisqu'on peut voir clairement à travers les queuës les étoiles fixes. Comme nous voyons la lumiere du soleil réflechie par ces particules qui flottent dans l'air, lorsqu'un rayon du soleil de 1 ou 2 pouces de large entre dans une chambre obscure ; ainsi voyons-nous la lumiere des rayons du soleil qui nous est réflechie par les particules des queuës des cométes, parce qu'il n'y a point auprès d'elle d'autre matiere sensible : car s'il y avoit une matiere celeste tout autour, quoiqu'elle fût 50000 fois plus rare que notre air, elle réflechiroit assez la lumiere pour confondre celle qui est réflechie de la queuë de la cométe par un éclat qu'il seroit impossible de distinguer : de sorte que les cométes ne paroîtroient pas avoir aucune queuë, ou tout au plus elle seroit très-petite.

Les particules ou vapeurs qui forment la queuë paroissent être au commencement lancées par la cométe ; mais du côté qui est vers le soleil elles reviennent

reviennent en lignes paraboliques, en sorte qu'elles prennent une route contraire, & qu'elles aident à augmenter la queuë du côté opposé au soleil, comme si les rayons du soleil leur donnoient une impulsion, & les poussoient de ce côté-là. La 12e *Figure* de la *Planche* 28. représente une cométe avec la partie inférieure de sa queuë, telle que le Docteur *Hook* l'a observée soigneusement avec un telescope auprès de son *perihelie*, avec la partie la plus pure de son atmosphére, se tournant d'elle-même en queue, & sa partie nebuleuse placée tout autour du solide central. Mais comme la cométe de 1680 & 1681. fut la plus remarquable, & celle qui a été la plus exactement observée par *Newton* & par plusieurs autres Astronomes, il suffit de rendre compte de celle-là & de la figure de la partie de son orbite, où elle nous a été visible, telle que *Newton* l'a donnée dans la derniere édition de ses *Principes*. Et pour en rendre mieux le sens, je me servirai de ses propres paroles, que je traduirai mot à mot.

» J'ai donné (*Planche* 28. *Figure* 13.) une vraye représentation de l'orbite, „ que cette cométe a décrit, & de la queuë qui en est sortie en différens „ points, dans la figure ci-jointe, qui est dans le plan de la trajectoire. Dans „ cette figure A B C représente la trajectoire de la cométe, D le soleil, D E „ l'axe de la trajectoire, D F la ligne des nœuds, G H l'interjection de „ la sphére de l'orbite de la terre avec le plan de la trajectoire, J le lieu „ de la cométe *Novembre* 4. an. 1680, K le lieu de la même, *Novembre* 11, „ L le lieu de la même, *Novembre* 19. M le lieu en *Decembre* 21, O en „ *Decembre* 29, P en *Janvier* 5 suivant; Q, *Janvier* 25; R, *Février* 5; „ S, *Février* 25; T, *Mars* 5; V en *Mars* 9. Pour déterminer la longueur „ de la queuë, j'ai fait les observations suivantes.

» *Novembre* 4 & 6 la queuë ne paroissoit pas; *Novembre* 11 elle com- „ mençoit à paroître, mais elle ne paroissoit pas plus longue d'un degré „ par un telescope de 10 pieds; *Novembre* 17, *Ponthæus* vit la queuë „ longue de 15 degrés, &c.

Ensuite *Newton* continue à rendre compte des observations que plusieurs personnes avoient faites, & qu'il avoit fait lui-même de la queuë & de tous les changemens en augmentation & en diminution, telle qu'elle leur avoit paru en différens pays, & ensuite il ajoute:

» *Février* 25, la cométe étoit sans queuë, & elle continua de même jusqu'à „ ce qu'elle disparut. Maintenant si l'on fait réflexion sur l'orbite qu'elle a „ décrite, & si l'on considére bien les autres apparences de cette cométe, „ on sera aisément convaincu que les cométes sont solides, compactes, „ fixés & durables, comme les corps des planétes. Car si ce n'étoient que „ les vapeurs des exhalaisons de la terre, du soleil & des autres planétes, „ cette cométe dans son passage au voisinage du soleil, auroit été dissipée „ à l'instant. Car la chaleur du soleil est comme la densité de ses rayons; „ c'est-à-dire, reciproquement comme les quarrés des distances de chaque „ endroit au soleil. Donc puisque le 8 *Decembre*, lorsque la cométe étoit „ dans son *perihelie*, sa distance au centre du soleil étoit à la distance de la „ terre au soleil, comme environ 6 à 1000; la chaleur du soleil sur la „ cométe étoit alors à la chaleur du soleil d'été sur nous, comme 1000000 „ à 36 ou comme 28000 à 1. Mais la chaleur de l'eau bouillante est environ

Notes sur la Ve. Leçon.



„ trois fois plus grande que celle que la terre aride prend du soleil d'été, „ comme je l'ai éprouvé; & la chaleur du fer rouge au feu (si je ne me „ trompe dans mes conjectures) est environ trois ou quatre fois plus grande „ que celle de l'eau bouillante. Et par conséquent la chaleur que la terre „ seche dans la cométe, pendant son *perihelie*, doit avoir pris des rayons „ du soleil, étoit environ 2000 fois plus grande que la chaleur du fer rouge. „ Mais par une chaleur si vive, les vapeurs & les exhalaisons, & toutes „ les matieres volatiles auroient été dans un moment consumées & „ dissipées.

» Cette cométe doit donc avoir reçu une chaleur immense du soleil, & „ l'avoir conservée pendant un très long-tems. Car un globe de fer d'un „ pouce de diamétre, rougi au feu & exposé à l'air, perd à peine sa „ chaleur dans une heure de tems; mais un plus grand globe la „ retient plus long-tems à proportion de son diamétre, parce que sa sur- „ face (à proportion de laquelle le globe se refroidit par l'attouchement „ de l'air qui l'environne) est moindre en cette proportion, par rapport „ à la quantité de la matiere chaude qu'elle renferme. Et par conséquent „ un globe de fer rougi au feu, égal à notre terre, c'est-à-dire, d'environ „ 40000000 pieds de diamétre, seroit à peine refroidi dans un nombre égal „ de jours, ou dans plus de 50000 ans. Mais je soupçonne, que la durée „ de la chaleur peut à raison de certaines causes cachées, augmenter dans „ une proportion encore moindre que celle du diamétre, & je voudrois „ bien qu'on en cherchât la vraye proportion par des expériences.

» Il est encore à observer que la cométe dans le mois de *Decembre*, „ précisément après avoir été échauffée par le soleil, jetta une fort longue „ queuë, beaucoup plus brillante que dans le mois de Novembre d'*aupa-* „ *ravant*, lorsqu'elle n'étoit pas encore arrivée à son *perihelie*. Et en général „ les queuës les plus grandes & les plus brillantes s'élevent toujours des „ cométes, immédiatement après qu'elles ont passé auprès du soleil. Donc „ la chaleur reçue par la cométe contribue à la grandeur de la queuë. „ De-là je crois qu'on peut conclure que la queuë n'est qu'une vapeur „ très-subtile que la tête, ou le *noyau* de la cométe renvoye par sa „ chaleur, &c.

Après cela notre incomparable Auteur rapporte trois opinions différentes sur les queuës des cométes; en ayant refuté deux, il vient à prouver la troisiéme (qui est aussi la sienne) en ces termes.

» Les loix que les queuës observent sont une nouvelle preuve que les „ queuës des cométes viennent de leurs têtes, & tendent vers le côté „ opposé au soleil. Ainsi on voit qu'elles sont dans les plans des orbites des „ cometés qui passent par le soleil, & qu'elles s'eloignent constamment „ de l'opposition du soleil vers les parties que les têtes des cométes „ abandonnent en s'avançant sur ces orbites: qu'elles paroissent à un „ spectateur placé dans ces plans, dans les parties directement opposées „ au soleil; mais qu'à mesure que le spectateur s'éloigne de ces plans, „ leur deviation commence à devenir sensible, & qu'elle paroît tous les „ jours plus grande que la deviation; tout le reste étant égal paroît moin- „ dre, lorsque la queuë est plus oblique à l'orbite de la cométe, aussi

Notes sur la Ve. Leçon.

„ bien que dans le tems où la tête de la cométe s'approche plus du soleil ; „ sur-tout si l'on observe l'angle de deviation plus près de la tête de la „ cométe ; que les queuës qui n'ont point de deviation paroissent droites ; „ mais que celles qui en ont sont recourbées ; que la courbure est plus „ grande, lorsque la deviation est plus grande, & qu'elle est plus sensible, „ lorsque la queuë, tout le reste étant égal, est plus longue ; car dans „ les queuës plus courtes, la courbure s'aperçoit à peine ; que l'angle de „ deviation est moindre auprès de la tête de la cométe, mais plus grand „ vers l'autre extrémité de la queuë ; & cela parce que le côté convexe „ de la queuë regarde les parties d'où se fait la deviation, & qui sont dans „ une ligne droite tirée du soleil à l'infini par la tête de la cométe ; & que „ les queuës qui sont longues & larges, & qui brillent d'une lumiere plus „ forte, paroissent plus éclatantes & plus exactement terminées sur le „ côté convexe que sur le côté concave. Par où il est clair que les phéno- „ menes de la queuë des cométes dépendent du mouvement de leurs têtes, „ & nullement des endroits du ciel où l'on observe leurs têtes ; & que par „ conséquent les queuës des cométes ne viennent nullement de la refraction „ du ciel, mais de leurs propres têtes qui fournissent la matiere de leurs „ queuës. Car, dans notre air, la fumée d'un corps enflammé monte „ perpendiculairement, si le corps est en repos ou obliquement, si le corps „ se meut obliquement ; ainsi dans le ciel où tous les corps gravitent vers „ le soleil, la fumée & la vapeur doivent (comme nous l'avons déja dit) „ s'élever du soleil & monter perpendiculairement ; si le corps qui fume „ est en repos ; ou obliquement, si le corps dans toute la progression de „ son mouvement, laisse toujours les endroits d'où les parties supérieures „ ou plus hautes de la vapeur se sont élevées auparavant ; & cette obliquité „ sera moindre, lorsque la vapeur monte avec plus de vîtesse ; c'est-à-dire, „ au voisinage du soleil & auprès du corps fumant. Mais comme cette obli- „ quité varie, la colonne de vapeur doit se courber, & parce que la vapeur „ dans le côté qui précede est un peu plus recente, c'est-à-dire, qu'elle est „ sortie un peu plus tard du corps, elle sera un peu plus dense de ce côté-là, „ & elle réflechira pour cette raison plus de lumiere qui sera aussi mieux „ terminée.

Ensuite *Newton* faisant voir combien notre air doit être rare à la distance d'un demi-diamétre de la terre depuis sa surface, se sert de cet argument pour démontrer qu'une très-petite quantité d'air & de vapeur, suffit abandamment pour produire toutes les apparences des queuës des cométes. Ensuite il en vient à faire voir » que l'on peut à fort peu près déterminer „ le tems employé pendant l'élevation de la vapeur depuis la tête de la „ cométe jusqu'à l'extrémité de la queuë, en tirant une ligne droite depuis „ l'extrémité de la queuë au soleil, & marquant le lieu où cette ligne „ droite coupe l'orbite de la cométe. Car la vapeur qui est maintenant à „ l'extrémité de la queuë, si elle étoit montée en ligne droite depuis le „ soleil, auroit commencé à s'élever de la tête au tems où la tête étoit „ dans le point d'interjection. Il est vrai que la vapeur ne s'éleve pas en „ ligne droite du soleil, mais conservant le mouvement qu'elle a de la „ cométe avant que de monter, & le composant avec son mouvement d'éle-

NOTES sur la Ve. Leçon.

„ vation, elle monte obliquement. Et par conſéquent la ſolution du problême „ ſera plus exacte, ſi l'on mene la ligne qui coupe l'orbite parallele „ à la longueur de la queuë, ou plûtôt (à cauſe du mouvement curvi- „ ligne de la cométe) un peu divergente de la ligne ou la longueur de la „ queuë. Et par le moyen de ce principe, je trouve que la vapeur, qui „ *Janvier* 25 étoit à l'extrémité de la queuë, a commencé à s'élever de la „ tête avant *Decembre* 11, & par conſéquent qu'elle a employé dans toute „ ſon élevation 45 jours; mais que toute la queuë qui parut en *Decembre* „ 10, avoit achevé de monter dans leſpace de deux jours qui s'étoient „ alors écoulés depuis le tems que la cométe étoit dans ſon *perihelie*. La „ vapeur donc, vers le commencement & au voiſinage du ſoleil, s'éleva „ avec la plus grande viteſſe, & enſuite elle continua de monter avec un „ mouvement conſtamment retardé par ſa propre peſanteur, & plus elle „ s'éleva, plus elle ajouta à la longueur de la queuë. Pendant que la queuë „ continua d'être viſible, elle fut compoſée de preſque toute la vapeur „ qui s'étoit élevée depuis le tems que la cométe étoit dans ſon *perihelie*; „ & la partie de vapeur qui s'étoit élevée la premiere, & qui avoit formé „ cette extrémité de la queuë, ne ceſſa de paroitre que lorſqu'elle fut à „ une trop grande diſtance, tant du ſoleil de qui elle recevoit ſa lumiere, „ que de nos yeux, ce qui la rendoit inviſible. De-là vient auſſi que les „ queuës des autres cométes qui ſont plus courtes, ne s'élevent pas de „ leurs têtes par un mouvement vif & continuel, & qu'elles diſparoiſſent „ bien-tôt après; mais ce ſont des colomnes fixes & permanentes de „ vapeurs & d'exhalaiſons, leſquelles s'élevant des têtes par un mouve- „ ment lent de pluſieurs jours, & participant au mouvement des têtes „ qu'elles ont eu depuis le commencement, continuent d'aller enſemble „ avec elles dans les cieux. De-là nous tirons encore une autre preuve „ que les eſpaces celeſtes ſont libres & ſans reſiſtance; puiſque non-ſeule- „ ment les corps ſolides des planétes & cométes, mais auſſi les vapeurs „ extrêmement rares des queuës des cométes, y conſervent leurs mouve- „ mens rapides avec une grande liberté & pendant un tems extrêmement „ long.

Enſuite ayant fait voir d'où vient que les queuës des cométes, lorſqu'elles ſont fort proches du ſoleil, s'élevent de leurs têtes à des hauteurs ſi prodigieuſes, & n'abandonnent pas les têtes dans le mouvement des cométes, il pourſuit ainſi.

» Les queuës donc qui s'élevent dans les poſitions du *perihelie* des „ cométes, s'avancent avec leurs têtes dans les parties les plus éloignées, & „ enſuite ou elles reviennent à nous avec leurs têtes, après une longue ſuite „ d'années, ou plûtôt elles ſe rarefient, & par degrés diſparoiſſent entiere- „ ment. Car dans la ſuite, lorſque les têtes redeſcendent vers le ſoleil, „ il ſort des têtes de nouvelles queuës courtes par un mouvement fort „ lent; ces queuës s'augmentent par degrés extrêmement, ſur-tout dans „ les cométes qui dans leurs diſtances au *perihelie*, deſcendent auſſi bas „ que l'atmoſphére du ſoleil. Car toute vapeur dans ces eſpaces libres eſt „ dans un état perpetuel de rarefaction & de dilatation. De-là vient que „ les queuës de toutes les cométes ſont plus larges à leur extrémité

„ supérieure, qu'auprès de leurs têtes. Et il n'est pas hors de vrai-semblance, „ que cette vapeur ainsi rarefiée & dilatée continuellement, se dissipe à „ la fin, & se repand dans tout le ciel, où elle est peu à peu attirée vers „ les planétes par sa pesanteur, & mêlée avec leur atmosphére. Car, „ comme les mers sont absolument nécessaires à la constitution de notre „ terre, afin que le soleil par sa chaleur en exhale une quantité suffisante „ de vapeurs qui forment des nuages, retombent en pluye pour humecter „ la terre, & pour la production & la nourriture des vegetaux; ou qui „ étant condensées par le froid au haut des montagnes (comme quelques „ Philosophes le conjecturent avec raison) forment les sources & les „ rivieres; ainsi les cométes paroissent nécessaires pour la conservation „ des mers & des fluides des planétes, afin de reparer continuellement „ par leurs exhalaisons & vapeurs condensées, le défaut de fluide des „ planétes, lequel a été employé à la vegetation & putrefaction, & qui „ s'est changé en terre seche. Car tous les vegetaux tirent entierement des „ fluides leur accroissement, & ils se changent dans la suite par la putre-„ faction en terre aride, & l'on trouve toujours un limon au fond des „ fluides putrifiés. De-là vient que le volume de la terre solide augmente „ continuellement, & que les fluides s'ils ne recoivent pas d'ailleurs une „ augmentation, décroissent continuellement & se dissipent entierement „ à la fin. Je conjecture même que c'est principalement des cométes que „ vient cet esprit, qui est à la verité la plus petite, mais la plus subtile & „ la plus utile partie de notre air, & qui est si nécessaire pour entretenir „ la vie de tous les animaux.

» Les atmosphéres des cométes lorsqu'elles descendent vers le soleil, en „ se changeant en queuës, se diminuent & deviennent plus étroites au „ moins du côté qui regarde le soleil, & lorsqu'elles s'éloignent du soleil, „ où elles s'étendent moins en queuës, elles s'élargissent de nouveau, si „ *Hevelius* a bien remarqué leurs apparences. Mais elles ne paroissent „ jamais plus petites que lorsqu'elles ont été beaucoup échauffées par le „ soleil, & c'est pour cela qu'elles lancent alors les queuës les plus longues „ & les plus brillantes, & peut-être qu'en même-tems leurs *noyaux* sont „ environnés d'une fumée plus dense & plus noire dans les parties les plus „ basses de leur atmosphére. Car la fumée qui s'éleve par une grande & vive „ chaleur est communément plus dense & plus noire; ainsi la tête de la „ cométe que nous avons décrite, étant à égales distances, tant du soleil „ que de la terre, parut plus noire après qu'elle eut passé par son *perihelie*, „ qu'auparavant. Car dans le mois de *Decembre* on pouvoit ordinairement „ la comparer avec les étoiles de la troisiéme grandeur; mais en *Novembre* „ elle étoit comparable à celles de la premiere ou de la seconde. Et ceux „ qui ont vû les deux apparences, ont représenté la premiere comme étant „ une autre cométe plus grande que la seconde.

Newton prouve cela par les observations de plusieurs Astronomes, ensuite il donne un problême sur la trajectoire de la cométe (auquel je renvoye le Lecteur Mathématicien & à tout ce que j'ai omis de *Newton* sur cette matiere) avec plusieurs tables d'observations des lieux des cométes, & à la fin il parle en général des cometes dans les termes suivans:



» A cause du grand nombre des cometes de la grande distance de leurs „ *aphelies* au soleil, & de la lenteur de leurs mouvemens dans les aphelies, „ elles doivent par leurs mutuelles gravitations se troubler les unes les „ autres ; de sorte que leurs excentricités & les tems de leurs révolutions „ seront quelquefois un peu augmentés & quelquefois diminués. Nous ne „ pouvons donc pas nous attendre que la même cométe revienne exacte- „ ment dans la même orbite, & dans les mêmes tems périodiques. Il suffit „ que nous trouvions que les changemens ne sont pas plus grands que „ ceux qui peuvent résulter des causes dont on vient de parler.

» Par-là on peut donner la raison pourquoi les cométes ne sont pas „ comprises dans les limites du zodiaque comme les planétes, mais qu'elles „ s'en écartent & se dispersent dans le ciel par divers mouvemens; c'est afin „ que dans leurs *aphelies* où leurs mouvemens sont extrêmement lents, „ en s'éloignant les unes des autres à de plus grandes distances, elles „ puissent être moins détournées par leurs gravitations mutuelles. Et de-là „ vient que les cométes qui descendent le plus bas, & par conséquent se „ meuvent le plus lentement dans leurs *aphelies*, doivent aussi monter le „ plus haut.

» La cométe qui parut en 1680. étoit dans son *perihelie* moins éloignée „ du soleil que la 6e partie de son diamétre, & à cause de son extrême „ vîtesse dans cette proximité du soleil & de quelque densité de l'atmo- „ sphére du soleil, elle doit avoir essuyé quelque résistance ou retardement ; „ & par conséquent étant attirée un peu plus près du soleil dans chaque „ révolution, elle tombera à la fin dans le corps du soleil Et même dans „ son *aphelie* où elle se meut le plus lentement, il peut arriver quelque- „ fois qu'elle soit retardée par les attractions des autres cométes, & qu'en „ conséquence de ce retardement elle descende vers le soleil. Ainsi les étoiles „ fixes qui diminuent peu à peu par la lumiere & les vapeurs qui en sortent „ pendant un long-tems, peuvent être reparées par les cométes qui „ tombent sur elles, & par cette nouvelle nourriture ces anciennes étoiles „ acquerant une nouvelle splendeur, peuvent passer pour de nouvelles „ étoiles. De cette espece sont les étoiles fixes qui paroissent subitement, „ & qui ayant d'abord une lumiere très-brillante disparoissent ensuite peu „ à peu.

Planche 28. Figure 14.

9. [49 — *L'action & la réaction sont égales & contraires aussi-bien dans les répulsions que dans les attractions.*] AINSI la gravitation est égale entre la terre & ses parties; car si l'on suppose la terre F E H J K (*Planche* 28. *Figure* 14.) divisée en deux parties égales, il est évident que ces deux parties viendront l'une contre l'autre avec des forces égales. Mais si elle est divisée en deux parties inégales, sçavoir E F G & E J G par un plan comme E G, elles graviteront alors aussi, ou presseront l'une vers l'autre avec des forces égales; (voyez *Leçon* 1. n°. 11.) car si l'on coupe de la partie E J G, la petite partie H J K égale à E F G, alors la plus grande partie E G H K, devient l'obstacle que les deux quantités égales de matiere E F G & H J K pressent, pendant qu'il reste lui-même entr'elles en *équilibre*. Si l'on suppose que E F G soit séparé de E J G, ces parties tendant l'une



vers l'autre par leur gravitation, la petite se portera d'autant plus vîte vers la grande, qu'elle a moins de matiere que n'en a la grande; en sorte que le *momentum* étant égal dans les deux, elles resteront en repos en se rencontrant, chacune détruisant le mouvement de l'autre. Car si la grande avoit plus de force, elles s'éloigneront à l'infini, portant E F G avec elle dans la direction J F.

*Pour mieux éclaircir la Loi de l'*Action *& de la* Réaction, *je crois qu'il n'est pas hors de propos de donner à mon Lecteur le Problême suivant qui m'a été communiqué par un ami.*

PROBLÊME.

Trouver avec quelle force un canon fait brêche avec un boulet de 24 livres:

SELON *Mersenne* un canon de 24 livres de balle, pesant 6400 livres, donne à son boulet une vîtesse uniforme de 600 pieds de *Paris* dans une seconde, qui font 640 pieds d'*Angleterre*. Soit maintenant le poids du canon = c = 6400 livres, le poids du boulet = b = 24 livres, & la vitesse uniforme que la poudre lui donne = V = 640 pieds par seconde, la vîtesse du canon = *u*. Les *momens* du canon & du boulet produits par la même force de poudre seront égaux. Donc *cu* = *b* V par conséquent 6400 : 24 : : 640 : 2, 4 = *u* = vîtesse du canon, s'il reculoit sur un plan horizontal parfaitement uni. Mais si le canon ne peut pas reculer, la force de la poudre n'agissant que par voye de pression, donnera au canon un choc avec une force qui est comme 15360 = 6400 × 2, 4. Donc lorsque le canon recule, une partie de la force de la poudre est employée à lui donner une vîtesse de 2, 4 pieds par seconde, & la partie restante agit sur le canon par voye de pression. Si alors on veut trouver de combien toute la pression 15360 est diminuée, lorsque le recul est de 2, 4 pieds par seconde; puisque toute la pression est à la pression partielle, comme toute la vîtesse est à la vîtesse & à la vîtesse partielle; ces deux parties seront comme 640 — 2, 4 : à 2, 4, ou comme 637, 6 : à 2, 4, ou comme 797 : 3. Il faut donc diviser 15360 en même proportion, faisant 797 : 3 : : 15360 — *x* : *x*, par conséquent 797 + 3 (800) : 3 : : 15360 : *x* = 57, 6, laquelle quantité étant ôtée de 15360, il restera une pression comme 15302, 4, lorsque le canon recule librement. Mais la plate forme de la baterie n'étant pas parfaitement polie, & s'élevant pour l'ordinaire en arriere, le recul du canon qui dans ce cas est obligé de s'élever, sera si petit qu'on peut considerer à fort peu près toute la force de 15360 comme agissant sur le canon, & sur-tout ce qui l'empêche de reculer.

Maintenant comme il ne suffit pas de comparer les poids & les vîtesses du boulet & du canon (parce que la force qui est exprimée par le nombre 15360 auroit dû être exprimée par un autre nombre, comme par 184320, si nous avions pris 7680 pouces, au lieu de 640 pieds par seconde pour la vîtesse du boulet) il faut encore faire voir quel poids exprimé en nombre de livres pressant sur le canon, comme un poids placé dessus, est égal à la

force avec laquelle la poudre presse le canon en-dedans, à mesure qu'il chasse le boulet; ce qui se trouve en cette maniere. Supposons que la longueur du canon en-dedans soit de 12 pieds, & que la poudre à mesure qu'elle s'étend en s'allumant, chasse le boulet avec une vîtesse uniformément accelerée, de maniere que le boulet étant sorti du canon, se meuve par une vîtesse uniforme à raison de 24 pieds dans le même tems qu'il se mouvoit de 12 pieds par la vîtesse accelerée. Donc comme la balle par cette vîtesse uniforme décrit 640 pieds dans une seconde, elle n'employe que $\frac{1}{26\frac{2}{3}}$ d'une seconde à parcourir 24 pieds, & par conséquent elle n'employe que $\frac{1}{26\frac{2}{3}}$ à parcourir la longueur de l'intérieur du canon, puisque par les vîtesses accelerées les espaces parcourus sont comme les quarrés des tems, on aura $\overline{\frac{1}{26\frac{2}{3}}}|^2$: est à $1\ \overline{\text{seconde}}|^2$ ou $1 : \overline{26\frac{2}{3}}|^2$ $(= 711\frac{1}{9})$ :: comme 12 pieds : à $8533\frac{1}{3}$ pieds que le boulet décriroit avec la vîtesse accelerée, qu'il a dans le canon. Si donc la pesanteur avec une force accelerée de 16 pieds dans une seconde, donne au boulet une force de 24 livres pesans, l'action de la poudre qui est capable de lui donner dans le même tems une vîtesse de $8533\frac{1}{3}$ pieds dans une seconde, doit lui donner un *momentum* ou une force contre le canon, égale à un poids de 12800 livres, parce que 16 pieds : sont à 24 livres :: comme $8533\frac{1}{3}$ pieds : à 12800 livres, puisque l'*action* & la *réaction* sont égales.

Si nous donnons au canon un recul sensible, l'effet de la pression de la poudre sera diminué par la même analogie, comme nous avons diminué le *momentum* dans la premiere consideration.

[67 — *Un pendule dont la longueur est de 39 pouces & 2 dixiémes; mesure d'Angleterre, forme une vibration dans une seconde de tems.*] CETTE longueur (conformément à une mesure qui a été prise sur deux étalons de la verge d'Angleterre, l'un à *Guildhall*, & l'autre à l'*Eschiquier*) est trop grande; car 39, 13 pouces est la longueur du pendule à secondes qui a été trouvée, en comparant ensemble plusieurs expériences, dont aucune ne donne la longueur au-dessus de 39, 133, ni au-dessous de 39, 125. Mais j'ai fait usage de 39, 2 pouces, parce qu'on l'a comptée communément pour la vraye longueur, jusqu'aux expériences plus exactes qui ont été faites par M. *George Graham* & autres, dans ces 15 ou 20 dernieres années.

Planche 29. Figure 1.

10. [71 — *Toute la courbe ainsi décrite se nomme cycloïde.*] QUE la ligne BC (*Planche 29. Figure 1.*) représente une partie de la surface de la terre, sur laquelle une rouë ou cercle générateur roulant décrit par un point de sa circonférence une cycloïde, comme nous l'avons fait voir; il est clair qu'une partie aussi petite de la surface de la terre, qu'une rouë parcourt dans une révolution, peut se regarder comme un plan; & aussi que si le cercle générateur rouloit sous le côté de la ligne CB, il

décriroit

décriroit par un point de sa circonférence appliqué d'abord à une extrémité comme C, la même espece de courbe ou cycloïde C G B, comme s'il avoit roulé au-dessus de la ligne; laquelle courbe se termineroit en B, la base de la cycloïde C B étant égale à la circonférence du cercle generateur, & la courbe C G B égale à quatre fois le diamétre. Mais si le cercle generateur rouloit le long de la surface intérieure d'une sphére, comme du point *c* en *b*, au lieu de rouler de *c* en K le long d'une tangente d'égale longueur avec la courbe *c* A *b*, la cycloïde *c* G *b* sera une courbe moindre & plus courte, que si la base *c* A *b* avoit été droite, comme on peut le voir, en la comparant avec la cycloide C G B, produite par le même cercle generateur. Celle-là se nomme épicycloïde. Si maintenant on suppose une grande roue ou cercle generateur qui soit assez grand, pour que son diamétre ait une proportion sensible au diamétre de la terre, sa révolution sous la surface de la terre produira une pareille cycloïde, & si le cercle generateur est la moité aussi grand que le diamétre de la terre, comme le point *x* γ, le point *x* par le roulement du cercle generateur le long de l'hemispére ou du demi cercle *x* A B décrira un diamétre de la terre *x* B; en sorte que la cycloïde deviendra une ligne droite. Or dans toutes ces épicycloïdes les vibrations d'un pendule ou d'un corps pesant qui fait ses oscillations de part ou d'autre du point du milieu G ou γ, &c. seront isochrones. Car quoique nous ayons fait voir que la raison pour laquelle un corps tombe plus vîte dans une cycloïde que dans un arc de cercle, ou dans une autre ligne oblique, étoit parce que le corps en étoit parti au commencement dans la direction où la gravité agit; & qu'ici les épicycloïdes étant moins courbes que la cycloïde ordinaire, on pourroit s'imaginer qu'elles devroient perdre cet avantage de la pente roide au commencement : cependant on peut faire voir que dans toutes les épicycloïdes supposées en-dedans de la terre, comme *c* G *b*, & même dans celle qui devient une ligne droite, comme *x* B, les corps commencent leur mouvement dans la même direction que la pesanteur, dont l'action tend vers le centre γ; car en quelque endroit que le cercle generateur commence sa révolution, une ligne comme γ *c* tirée du centre de la terre (où est dirigée la pesanteur) passera par le centre du cercle generateur & par le point décrivant : au lieu que dans la cycloïde ordinaire, nous appuyons nos démonstrations sur la supposition que les lignes où agit la pesanteur sont paralléles entr'elles; cette supposition étant fort convenable, lorsqu'on fait attention à la grande distance du centre de la terre où ces lignes sont convergentes.

Nous avons fait voir dans la onziéme *Note* sur la *Leçon* I. comme une conséquence de l'attraction de la terre, selon sa quantité de matiere, que la force de l'action de la pesanteur est la plus grande à la surface de la terre, décroissant comme les quarrés des distances à son centre croissent, lorsque les corps s'éloignent en-dehors de plus en plus de la surface de la terre; & que si les corps étoient supposés s'approcher de plus près du centre, en-dedans de la terre, la force de la pesanteur agissant sur eux, viendroit à décroître directement comme la distance au centre. Si donc (en supposant la terre pénétrable) plusieurs corps, par exemple, quatre

NOTES sur la Ve. Leçon.

étoient placés, l'un à la surface en B (à environ 4000 milles de distance au centre γ), un autre en G (à 2500 milles de distance), un autre en H (à 2000 milles du centre), & le quatriéme en L (seulement à 1000 milles du centre) la force de la pesanteur agissant sur ces différens corps, pour les pousser au centre, seroit respectivement comme 4000, 2500, 2000 & 1000; c'est-à-dire, comme leurs distances à γ; & par conséquent s'ils partoient tous au même moment de tems, ils arriveroient aussi tous au centre au même instant; ensorte que s'il y avoit un trou à travers la terre le long de son diametre, comme Bx, un corps tombant de B, qui selon le calcul de M. *Wisthons*, seroit arrivé de la surface au centre en 21 minutes & 9 secondes, iroit de B en x dans un tems double, & ainsi feroit ses vibrations en avant & en arriere, (ou plûtôt en haut & en bas) dans la ligne H L. *Si donc les vibrations* isochrones *dans un diametre de la terre, qui suivent de la supposition de l'attraction de la terre, étant proportionnelles à sa quantité de matiere, sont aussi une conséquence des vibrations* isochrones *des pendules dans une cycloïde, (qui ont été démontrées mathématiquement, & par expérience), il s'ensuit que cette supposition est vraie*, quoiqu'il y ait d'autres moyens de la prouver.

On a toujours regardé le problême de la détermination du centre d'oscillation, comme l'un des plus subtils de l'analyse moderne. Messieurs *Descartes*, *Roberval* & plusieurs autres, l'ont résolu. M. *Huygens* étoit fort jeune, lorsque le Pere *Mersenne* le lui proposa, comme il nous l'apprend lui-même dans son excellent Traité intitulé de *Horologia oscillatorio*, & c'est le premier qui a donné une regle generale pour trouver ce centre. Depuis ce tems-là presque tous les Mathématiciens ont donné d'autres démonstrations & d'autres analyses de la regle d'*Huygens*.

Celle que je vais donner ici est aisée, & à la portée de ceux qui ne sont pas exercés dans le calcul des fluxions & des fluentes.

Le *centre d'oscillation* d'un corps, est le point où se trouve réunie toute la force de ce corps, lorsqu'il est en mouvement, de la même maniere que le centre de gravité est le point où se trouve réunie toute la force d'un corps qui est en repos. Pour déterminer ce point, & pour en avoir une idée plus claire, nous supposerons plusieurs corpuscules égaux A, B, D, &c. joints ensemble de maniere que les uns ne peuvent pas se mouvoir sans les autres, tels que sont les atomes ou particules dont un corps solide est composé, lequel roule autour d'un axe d'oscillation horizontal ou perpendiculaire à ce papier, lorsque ce papier est dans une situation verticale. Supposons aussi que la force qui fait rouler ce corps, est la force naturelle de la pesanteur, ou quelque autre force qui lui soit imprimée, » Il est à » present question de trouver un point ou en-dedans ou en-dehors de ce » corps (ou de cet assemblage de particules) tel que si toute la matiere y » étoit concentrée, les vibrations de ce point s'acheveroient exactement » dans le même tems où se terminent actuellement celles du corps qui est » en mouvement », ou pour m'exprimer d'une autre maniere. » Il est ques- » tion de trouver la distance de l'axe d'oscillation, telle qu'un corpuscule » étant placé à cette distance, feroit ses vibrations en vertu de la vitesse qui » lui seroit imprimée par la pesanteur ou par quelque autre force, dans le

» même tems que le corps en mouvement acheve les siennes.

Il faut remarquer d'abord, que quoique les points ou corpuscules A, B, D, &c. soient ici dans le même plan, on peut les concevoir comme étant dans des plans différens les uns des autres. Il suffit d'imaginer que les lignes CA, CB, CD, &c. représentent leurs distances à l'axe d'oscillation, quoique ces distances soient prises à différens points de l'axe, dont la section est représentée par C.

Soit G le centre commun de gravité du corps ou de l'assemblage des corpuscules, ou des points physiques A, B, D, &c. Il est certain en premier lieu, que le centre d'oscillation doit être dans CG prolongée de part ou d'autre, s'il en est besoin; sans quoi lorsque le corps est mis en repos par la résistance du fluide où il fait ses oscillations, & par le frottement que se fait aux environs du centre de suspension, il ne s'arrêteroit pas au point le plus bas de l'arc qu'il décrit. Il est aussi évident que ce centre d'oscillation doit être du même côté du centre de suspension que le centre de gravité, puisque sans cela il ne sçauroit rester en repos, ni être librement suspendu; ce qui arrive lorsque la ligne CG passe par ce centre d'oscillation, & par le centre de la terre, (ou plûtôt par le centre où tendent tous les corps pesans.) Supposons que ce centre requis d'oscillation soit en ⊙, sans déterminer encore si le point ⊙ est en-dedans ou en-dehors du corps. Il est évident que puisque les corpuscules sont joints ensemble, soit que par leur vibration ils décrivent de grands ou de petits arcs, leurs vîtesses seront toujours proportionnelles à leurs distances de l'axe de vibration, & par conséquent ces distances exprimeront leurs vîtesses dans tous les cas possibles. Ainsi le *momentum* ou la quantité de mouvement du corpuscule A, sera comme $CA \times A$; & par la même raison, celle de B, sera comme $CB \times B$, celle de D, comme $CD \times D$, & ainsi des autres, si l'on suppose un plus grand nombre de points ou de corpuscules.

Mais comme tous les *momens* agissent à différentes distances, il faut réduire leurs forces pour en connoître la somme, ou pour ainsi dire, les transporter les unes après les autres en un seul point, qui sera le point ⊙ requis (par la définition de ce point.) Ainsi puisque le *momentum* du corpuscule A agit à l'extrémité d'un bras de levier, tel que CA, ce *momentum* transporté en ⊙, c'est-à-dire, celui que l'on ressentiroit en ⊙, par le moyen de celui de A, qui agit en A, doit être le même que le *momentum*, qui seroit capable de faire équilibre avec celui de A. Or, il est clair par les Principes de la Méchanique, que ce *momentum* doit être à celui de A en raison réciproque de leurs leviers ou de leurs distances à l'axe. Il sera donc égal au quatriéme terme de cette analogie, $C\odot : CA :: CA \times A : \frac{CA^2 \times A}{C\odot}$. Par la même raison les momens des corpuscules B & D, &c. transportés en ⊙, seront $\frac{CB^2 \times B}{C\odot}$, & $\frac{CD^2 \times B}{C\odot}$ &c. & ainsi leur somme, ou les momens de toutes les particules A, B, D, &c. que l'on ressentira en ⊙, ou que l'on suppose y être transportés, seront

Notes sur la Ve. Leçon.

$$\frac{CA^2 \times A + CB^2 \times B + CD^2 \times D}{C\odot}, \text{ \&c.}$$

Cherchons maintenant quelle est la quantité de matiere, ou quel est le poids qui étant placé en ⊙ (& par conséquent lorsque tout le corps est en mouvement, avec une vîtesse proportionnelle à C ⊙) doit avoir autant de *momentum* ou de quantité de mouvement, qu'on en ressent en ⊙ par l'action des momens des particules A, B, D, &c. & dont nous venons de trouver l'expression. Il est certain que si G est le centre commun de gravité des corpuscules, toute leur quantité de matiere, ou tout leur poids étant supposé concentré en G, avec la vîtesse C G, aura le même *momentum*, ou un moment égal à la somme de ceux de tous les corpuscules, & il n'est pas moins certain qu'une quantité de matiere ou de poids placée en ⊙, (qui auroit avec la vîtesse C ⊙, le même *momentum* que toute la matiere en G avec la vîtesse C G) doit être à la matiere concentrée en G, ou au poids de tout le corps, ou à l'assemblage des corpuscules A, B, D, &c. en raison réciproque de leurs distances à l'axe d'oscillation ; ce qui donne pour l'expression de ce poids, le quatriéme terme de cette analogie,

$$C\odot : CG :: A + B + D, \text{ \&c.} : \frac{CG \times \overline{A + B + D}}{C\odot}, \text{ \&c.}$$

Donc ce poids multiplié par la vîtesse qu'il a en ⊙ (qui est comme C ⊙) donne pour l'expression du *momentum*, $CG \times \overline{A + B + D}$, lequel doit être précisément égal à celui que nous avons conclu du premier raisonnement, & ainsi nous avons deux expressions de la somme des momens que l'on ressent en ⊙, & par conséquent l'équation $CG \times \overline{A + B + D}$, &c. $= \frac{CA^2 \times A + CB^2 \times B + CD^2 \times B}{C\odot}$, &c. d'où l'on tire cette expression

$$C\odot = \frac{CA^2 \times A + CB^2 \times B + CD^2 \times D, \text{ \&c.}}{CG \times \overline{A + B + D}, \text{ \&c.}}$$

On auroit pu trouver d'une autre maniere la distance C ⊙ ; car aussitôt qu'on a trouvé le poids ou la quantité de matiere, qui étant placée en ⊙, a le même *momentum* avec la vîtesse proportionnelle à C ⊙, que tous les corpuscules A, B, D, &c. avec les vîtesses respectives, sçavoir, $\frac{CG \times A + B + D, \text{ \&c.}}{C\odot}$ Il ne faut que diviser par ce poids ou quantité de matiere, l'expression du *momentum* total qu'on ressent en ⊙, & qu'on a déja trouvé, le quotient donnera sa vîtesse du point ⊙, ou plû-tôt la distance C ⊙ de l'axe, puisque les vîtesses ont toujours été exprimées par les distances à l'axe ; ce qui donne exactement la même expression. Mais si au lieu d'une force quelconque, on suppose que la pesanteur donne le mouvement à ce corps, ou à cet assemblage de corpuscules, il fera ses vibrations comme s'il étoit totalement concentré ou réduit au point ⊙ ainsi que nous venons de le démontrer ; c'est-à-dire, qu'un seul corpuscule placé à une distance égale à C ⊙, fera ses vibrations dans le même

tems que le corps fait les siennes, & par conséquent le point ⊙ que l'on a trouvé par l'expression précédente, est le vrai centre d'oscillation. Donc en general, la distance du centre d'oscillation à l'axe de vibration, est égale au produit de la somme des quarrés des distances de tous les points physiques du corps, multipliée par une très-petite portion de ce corps, telle que l'on conçoit être dans chaque point physique, & divisée par le produit des poids, ou de la quantité de matiere du corps & de la distance du centre de gravité à l'axe de vibration.

SCHOLIE.

On a supposé dans cette démonstration, que tous les poids ou que tous les corpuscules étoient placés du même côté du centre de suspension; mais la démonstration ou sa formule n'en est pas moins generale; car si l'on suppose les poids des deux côtés du centre de suspension, plus la quantité des poids ou de la matiere de chaque côté de ce centre, approchera de l'égalité, & plus la distance C G de leur centre commun de gravité sera petite; de sorte que s'il y a autant de poids d'un côté que de l'autre, la distance C G sera = O; & par conséquent le dénominateur de l'expression étant alors égal à *o*, la quantité C O, ou la distance du centre d'oscillation sera infiniment grande; ce qui s'accorde avec l'expérience, puisqu'alors un corps ne sçauroit faire aucune vibration, mais qu'il reste dans toutes les positions où on le place autour de son centre de suspension.

Il y a deux choses à observer, qui nous sont fournies par le cours de la démonstration; la premiere est que la somme des momens de toutes les particules d'un corps, ou le moment qui agit, ou se fait sentir au centre d'oscillation, est égal à $CG \times \overline{A + B + D}$, &c. c'est-à-dire à tout le poids du corps multiplié par la vîtesse du centre de gravité; de sorte que tous les momens agissent ou se font ressentir au centre d'oscillation, qui par conséquent est aussi le centre de *percussion*; c'est-à-dire, le point qui donneroit le plus grand coup possible; mais ce n'est que dans le cas où ce point seroit le centre d'oscillation d'un corps qui frappe contre un obstacle.

Une autre chose à observer, est que les forces des corps égaux (telles que celles qu'on a supposées dans les corpuscules A, B, D, &c. parce qu'elles sont toutes réunies au point ⊙) sont entr'elles comme les quarrés des distances à l'axe autour duquel ils se meuvent, ou font leurs vibrations. Ces deux dernieres remarques sont d'un grand usage dans le calcul des machines, ou de la force des corps qui se meuvent autour d'un centre.

Pour donner l'application de la regle que nous venons de démontrer, (qui est la même que celle d'*Huygens*) il nous faudroit entrer dans les subtilités de la théorie des fluxions & des fluentes; ce qui ne conviendroit pas ici, & seroit inutile à ceux qui ne sont pas au fait de cette théorie. Il suffira de faire remarquer à ceux qui sont initiés dans ce calcul, » que » pour déterminer la distance du centre d'oscillation à l'axe de vibration, » d'une maniere plus convenable, & même plus courte que celle qui »

NOTES sur la Ve. Leçon.

» été employée par M. *Huygens*, il faut commencer par les deux lemmes » suivans, sçavoir, que dans un triangle rectangle, dont la base est hori- » zontale, & la perpendiculaire verticale (nommant b la base, & a la » perpendiculaire), la somme des quarrés de toutes les lignes qu'il est » possible de tirer ou d'imaginer du sommet à la base, est précisément » égale à cette expression $aab + \frac{1}{3} bbb$.

» L'autre lemme absolument nécessaire pour trouver le centre d'oscilla- » tion des sphéres, sphéroïdes, conoïdes, cylindres, cones, &c. (dont » quelques sections ou la plû-part sont des cercles) se réduit à ceci —. La » somme des quarrés des distances de tous les points d'un cercle à l'axe » d'oscillation conçû dans un plan parallele au plan de ce cercle (nom- » mant a la plus courte distance du centre du cercle à l'axe ; r le rayon » du cercle, & C la surface du cercle) sera $aa + \frac{1}{4} rr \times C$.

Par le moyen de ces deux lemmes & de la théorie des fluxions & des fluentes, on trouvera la distance du centre d'oscillation dans la sphére, cylindre, &c. exactement la même qu'*Huygens* a donnée dans son Traité de *Horologio oscillatorio*, où je renvois le Lecteur, s'il veut approfondir cette matiere. J'ajouterai seulement ici, que selon ces regles, le centre d'oscillation d'une sphére suspendue par un point de sa surface, est aux $\frac{2}{5}$ du rayon au-dessous du centre de la sphére, ou à $\frac{7}{10}$ du diametre depuis le centre de suspension.

Si la balle ou la sphére est attachée à un fil, on trouvera la distance de son vrai centre d'oscillation dans tous les cas possibles, par le moyen de l'analogie suivante.

Comme la distance entre le point de suspension & le centre de la balle :
est au rayon ou au demi-diametre de la balle : :
ainsi le même rayon est :
à une troisiéme proportionnelle, qui sera le quatriéme terme de l'analogie.

Les $\frac{2}{5}$ de ce quatriéme terme, donneront la distance du centre d'oscillation au-dessous du centre de la balle, laquelle étant ajoutée à la distance de ce centre au point de suspension, donnera la vraye longueur de ce pendule. Delà il suit que si le corps du pendule est fort petit par rapport à la longueur du fil, ou si le fil est supposé très-long en comparaison du diametre de la balle du pendule, le centre d'oscillation (en ce seul cas) se confondra avec le centre de gravité ou de grandeur de la sphere ou de la balle.

On trouve par les mêmes regles, que si l'on fait rouler un cylindre autour de l'un des diametres de sa base supérieure (nommant a la hauteur ou longueur de l'axe du cylindre, & r le rayon du cercle de sa base) la distance entre le centre du cercle supérieur, & le point de l'axe, qui est le centre d'oscillation du cylindre, sera $\frac{2}{3} a + \frac{rr}{2a}$; d'où il suit que si le cylindre est réduit à une ligne droite, en concevant son diametre ou son rayon $= o$, $\frac{rr}{2a}$ deviendra alors $= o$, & la distance du centre d'oscillation de cette ligne droite qui roule autour de l'un de ses bouts, sera aux $\frac{2}{3}$ de la longueur de cette ligne.

N. B. *Comme plusieurs de ceux qui s'appliquent à cette sorte de calcul, commencent par la lecture du Livre de M.* Carré *, intitulé* Methode pour la mesure des surfaces, *&c.* Notes sur la V. Leçon.

Je dois les avertir que ce Livre est fort bon en toute autre matiere, excepté en ce qui concerne le centre d'oscillation, que cet Auteur n'a déterminé avec exactitude, que dans les quatre premiers problémes de la quatriéme section, & ainsi ils ne doivent pas être surpris si M. *Carré* donne d'autres distances que celles qu'on trouve ailleurs (par exemple $\frac{6}{10}$ du diametre, ou $\frac{1}{5}$ du rayon au-dessous du centre) pour la distance du centre d'oscillation d'une sphére suspendue par un point de sa surface; & $\frac{2}{3}$ de l'axe du cylindre comme de la ligne droite, sans faire attention à son diametre; ce qui est contraire à l'expérience & aux démonstrations, puisqu'on voit aisément que les cylindres de différens diametres & de hauteurs égales, ne sçauroient avoir les mêmes vibrations, qu'une ligne droite ou un fil de fer très-mince de la même longueur. Ainsi les Lecteurs de M. *Carré* doivent s'arrêter après les quatre premiers problémes de la quatriéme section.

Je ne puis pas ici m'étendre davantage sur cette matiere; j'ajouterai pourtant deux problémes que j'ai trouvé très-utiles en bien des occasions. Ceux de mes Lecteurs qui ne sont exercés que dans l'algébre commune, seront bien-aises de les trouver ici, & ceux qui ne pourront pas entrer dans ses principes, pourront faire usage des conclusions, sans craindre de se tromper, parce qu'elles ne dépendent que de la regle de M. *Huygens*, qui a été démontrée ci-devant, & d'où nous avons tiré géométriquement ces conséquences.

PROBLEME I.

La longueur d'un pendule prise entre le centre de suspension & le centre d'oscillation, étant donnée, trouver la longueur que l'on doit fixer entre le point de suspension & la surface de la balle (dont le diametre est donné) afin que le centre d'oscillation de la balle, soit à la distance donnée du point de suspension.

Soit la longeur du pendule $= b$.

La longueur requise $= x$. Le rayon de la balle $= r$.

Il suit de ce que nous avons dit ci-devant, $r + x + \frac{2rr}{5x+5r} = b$.

Donc $5xx + 10xr + 7rr = 5xb + 5rb$. D'où l'on tire, $5xx + 10xr - 5xb = 5rb - 7rr$, & divisant par 5,

$xx \left.\begin{matrix} +2r \\ -b \end{matrix}\right\} x = rb - \frac{7rr}{5}$, & substituant $= 2c$ pour $2r - b$, & d pour $rb - \frac{7rr}{5}$, nous aurons

$xx - 2cx = d$, & $xx - 2cx + cc = d + cc$. D'où l'on tire, $x - c = \sqrt{d + cc}$ & $x = \sqrt{d + cc} + c$. Ce qu'il falloit trouver.

Ainsi pour trouver la longueur qu'il faut donner à un fil attaché à une balle d'un pouce de diamétre, afin qu'il puisse battre les demi secondes; nous aurons $r = 0, 5$. $b = 9, 782$. $2r - b = -2c$, sera $= -8, 782$. Donc $c = 4, 391$, & $rb - \frac{7rr}{5}$ sera $= d = d = 4, 541$, & x sera $= \sqrt{4, 541 + 19, 28881} + 4, 391$, ce que vous trouverez égal à $9, 271$ pouces pour la longueur requise.

En procedant de la même maniere pour une balle d'un demi pouce de diamétre, & pour lui faire battre les demi secondes, on trouvera tout égal excepté r, qui ne sera égal qu'à $0, 25$ pouces & la distance requise sera $= 9, 1425$ pouces. Il est bon d'observer que si l'on fait usage d'un fil pour faire un pendule, les alterations de l'air changeront souvent la quantité x de la longueur du fil, si l'on ne la mesure pas souvent. Ainsi pour avoir dans la pratique un pendule qui batte exactement les demi secondes ou les quarts de secondes, il vaut mieux y employer une petite broche de fil de fer cylindrique passée à la filiere avec un petit trou en haut, afin qu'elle puisse faire ses vibrations sur un petit aissieu bien poli, & qui soit placé dans le diamétre de la base supérieure de ce cylindre. La longueur de cette broche comprise entre le milieu du trou en haut & le bas de la broche, se trouvera par le moyen du problême suivant.

PROBLÊME II.

Le diamétre ou le rayon d'une barre cylindrique étant donné, laquelle est supposée faire ses vibrations autour de l'un des diamétres de sa base superieure, trouver combien cette barre doit être longue, afin que le centre d'oscillation soit à la distance que l'on voudra du point de suspension.

Soit la longueur du pendule simple ou la distance du centre d'oscillation à celui de suspension, $= a$.

Le rayon de la barre cylindrique $= r$.

La longueur requise de la barre pour ce dessein $= x$.

On a déja dit dans ce cas $\frac{2x}{3} + \frac{rr}{2x} = a$. Donc $2 + \frac{3rr}{2x} = 3a$, & $4xx + 3rr = 6ax$, & par transposition $4xx - 6ax = -3rr$. Donc $xx - \frac{3}{2}ax = \frac{3}{4}rr$, & $xx - \frac{3a}{2}x + \frac{9aa}{16} = \frac{9aa}{16} - \frac{3}{4}rr$. D'où l'on tire $x - \frac{3}{4}a = \sqrt{\frac{9aa}{16} - \frac{3}{4}rr}$, & enfin $x = \sqrt{\frac{9aa}{16} - \frac{3}{4}rr} + \frac{3}{4}a$.

Supposons

Supposons maintenant que l'on demande la longueur d'une barre cylindrique, dont le diamétre est $\frac{2}{10}$ d'un pouce, laquelle en faisant ses vibrations par l'un de ses bouts batte les demi secondes ; c'est-à-dire, qu'ici $r = 0, 1$ & $a = 9, 782$ pouces. On aura donc $aa = 95, 687, 524$ pouces, $9aa = 861, 87716$ pouces, & $\frac{9aa}{16} = 53, 824232$ pouces, & $rr = 0, 01$, & $\frac{3}{4}rr = 0, 0075$. Donc $\sqrt{\frac{9aa}{16} - \frac{3}{4}rr} = \sqrt{\frac{53, 7947}{53, 816732}} = 7, 308$. Donc $x = 7, 308 + \frac{3}{4}a$, ou parce que $a = 9, 782$, $\frac{3}{4}a = 7, 3365$, & par conséquent selon l'expression précédente, $x = \sqrt{\frac{9aa}{16} - \frac{3}{4}rr} + \frac{3}{4}a$, la longueur requise sera $7, 308 + 7, 3365 = 14, 6445$ pouces.

Si l'on demande la longueur d'un cylindre de même diamétre, qui étant suspendu par l'un de ses bouts batte les quarts de secondes, on aura $a = 2, 4455$ pouces, $r = 0, 1$ comme auparavant & $aa = 5, 98047029$ pouces, & $9aa = 53, 82423225$, $\frac{9aa}{16} = 3, 36401451$, & $\frac{3}{4}rr = , 0075$. Donc $\sqrt{\frac{9aa}{16} - \frac{4}{3}rr} = \sqrt{3, 35691451}$, qui est égal à $1, 832$ pouces, lesquels étant ajoutez à $\frac{3}{4}a = 1, 834125$, donnent pour la longueur requise de la barre qui bat les quarts de secondes $3, 666225$ pouces.

11. [371 — *La maniere de mesurer la moindre alteration dans les dimensions des métaux, en sorte qu'elle soit sensible.*] LE Docteur *Pierre van Muschembrock*, cet ingénieux Professeur d'Astronomie, &c. à *Utrech*, a inventé une machine a ce dessein qu'il appelle un Pyromete, dont il donne la description en ces termes.

La 2e *Figure* de la *Planche* 29. représente toute la machine avec toutes ses parties jointes ensemble lorsqu'on en fait usage.

» AAA est un fer tourné en haut perpendiculairement à l'un de ses
„ bouts, lequel retour est de $1\frac{8}{10}$ pouces de hauteur. L'autre bout qui en
„ est éloigné de $4\frac{1}{4}$ pouces est aussi tourné en haut, mais ensuite il est
„ retourné en bas, de sorte qu'il forme une platine quarrée horizontale
„ plus large, le côté de ce quarré étant de 2 pouces. Le fer a 1 pouce de
„ largeur & $\frac{1}{10}$ d'un pouce d'épaisseur, cette épaisseur étant requise, afin
„ qu'il ne s'échauffe pas trop aisément ou trop vîte, ce qui empêcheroit
„ l'exactitude des expériences.

» Il y a sur la platine de fer une machine de cuivre, qui est tracée

NOTES sur la Ve. Leçon.



„ seule & plus en grand dans la *Figure* 3. & où on la voit d'un autre côté „ pour en mieux représenter les parties, qui pour cela sont marquées des „ mêmes lettres comme dans la *Figure* 2. Cette machine est attachée au fer „ par le moyen de deux vis *x*, *x*, qui en sont les jambe. D est une platine „ circulaire de 2 $\frac{1}{10}$ pouces de diamétre divisée en 300 parties égales, que „ nous n'avons pas toutes marquées dans la figure à cause de leur petitesse. „ Cette platine divisée est portee par quatre piliers E, E, E, E qui la lient „ à la platine inférieure de cuivre : entre ces deux platines, il y a un arbre „ ou aissieu F d'acier perpendiculaire, lequel a sur sa partie inferieure un „ pignon de 6 fuseaux ou dents, & sur sa partie supérieure une rouë de „ 60 dents marquée G. Il y a aussi un autre aissieu J H souteriu par un coq „ qui vient de la platine supérieure en bas, & cet aissieu avec son extrémité „ supérieure passe par cette platine superieure ; en sorte qu'elle reçoit „ l'aiguille ou *index* J K, ayant dans son extrémité inférieure un pignon „ de 6 fuseaux pour engrainer dans les dents de la rouë G. L'aiguille par un „ tour du pignon H parcourt toutes les divisions. Il y a outre cela un petit „ ratelier ou piece droite D avec des dents qui prennent les fuseaux du „ pignon F, pendant que le ratelier glisse sous les deux petits coqs P P, „ où il est pressé vers le pignon F, par le moyen de deux petites vis M, M, „ & d'où on le tire dans le besoin, afin que les dents puissent le prendre „ comme il faut sans le frapper ou sans être trop lâches. Les dents du „ ratelier sont au nombre de 25 dans un pouce, & comme il se meut en „ avant & en arriere, le pignon F tourne circulairement, & par consé- „ quent la rouë G, qui fait tourner le pignon H, avec l'aiguille J K. „ Supposons que le ratelier ait parcouru la longueur d'un pouce, F & G „ auront fait quatre tours & $\frac{1}{6}$, & par conséquent le pignon H aura fait „ $10 \times 4\frac{1}{6}$, c'est-à-dire, $41\frac{2}{3}$ tours, parce que H fait dix tours pendant „ que G en fait un : de sorte que l'aiguille J K aura fait $41\frac{2}{3}$ tours ; & „ parce que la platine superieure est divisée en 300 parties, l'aiguille aura „ parcuru les 300 divisions $41\frac{2}{3}$ fois ; c'est-à-dire, 12500 parties. Lorsque „ donc l'aiguille ne passe que d'une division à l'autre, le ratelier ne se „ meut que de la 12500e partie d'une pouce. Or puisque les divisions „ sont encore assez grandes pour observer le mouvement de l'aiguille à la „ moitié de l'une de ces divisions, on pourra s'appercevoir du mouvement „ du ratelier lorsqu'il aura parcouru $\frac{1}{25000}$ partie d'un pouce. On a pris „ soin de faire en sorte que les dents & les pivots pussent jouer assez „ exactement pour marcher librement, sans quoi les expériences ne sçau- „ roient être exactes. Il y a une ecrouë qui passe par la tête du ratelier.

» La 4e *Figure* représente une barre quarrée ou parallélepipéde de „ métal, sur laquelle on a fait l'expérience, elle a 5 $\frac{8}{10}$ pouces de long „ & $\frac{3}{4}$ d'un pouce d'épais ; l'un de ses bouts O a une petite pointe, afin „ qu'elle ne puisse pas communiquer un degré de chaleur sensible au fer A A ; „ elle entre dans une rainure auprès de B, & elle est arrêtée par la vis C ; „ son autre bout N a un trou dans lequel entre la vis Q, qui l'attache „ au ratelier L ; mais on fait aussi ce bout petit (comme on le voit dans la figure) afin que la chaleur ne se communique pas au ratelier.

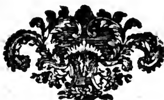
» La barre étant ainsi fixée, ne peut pas devenir plus longue sans pousser

„ en avant le ratelier L, & sans mouvoir par conséquent l'aiguille J K,
„ par le moyen de la roue & des pignons F, G, H, & de même lorsqu'elle
„ devient plus courte, elles doivent se mouvoir du côté opposé. Mais afin
„ que le poids de la barre n'empêche pas le mouvement du ratelier, j'ai
„ mis un ressort de montre entre le fer quarré & les platines de cuivre E A,
„ qui est précisément de la force qu'il faut pour soutenir la barre autant
„ que sa pesanteur le pousse en bas; en sorte que le ratelier peut se mou-
„ voir avec toute la liberté possible. Quelqu'inutile que cela puisse paroître,
„ il est très-nécessaire d'y être bien attentif & exact; car en faisant des
„ expériences avec des barres de différens métaux, j'ai été obligé de
„ tirer ou de pousser mes ressorts plus ou moins selon leurs différens
„ poids. L'aiguille J K se meut si librement qu'on apperçoit son mouve-
„ ment lorsqu'on a attaché une barre d'étain à la machine, & qu'on
„ applique seulement la main chaude à la barre; car l'étain ne demande
„ qu'un fort petit degré de chaleur pour alterer ses dimensions, comme
„ cette expérience le prouve. Mais pour y appliquer plus de chaleur d'une
„ maniere convenable, sur-tout la flamme des esprits ardens, on y a fait
„ une boëte de cuivre (voyez *Figure* 5.) de $3\frac{1}{2}$ pouces de long, 1 [illegible]
„ pouces de large, & $4\frac{4}{15}$ pouces d'épais, qui est couverte en haut d'une
„ pierre bleuë (capable de soutenir le feu, & nommée par les Hollandois
„ *Lye*) laquelle est représentée dans la figure avec le côté inférieur
„ tourné en haut S. Il étoit necessaire de faire ce ce couvercle de pierre, afin
„ qu'il ne devînt pas trop chaud & qu'il n'allumât pas l'esprit versé dans
„ la lampe, comme il arriveroit si le couvercle étoit de métal. Il est percé
„ en long au milieu, & l'on fait entrer dans cette ouverture une platine
„ de cuivre T qui est percée de 5 petits trous également éloignés à la
„ distance de [illegible] d'un pouce, & ayant [illegible] pouces de diamétre, pour
„ y faire passer les lumignons de la lampe. Cette lampe a quatre pieds V V
„ qui tiennent serré le fer A entr'eux, afin que dans chaque expérience
„ la flamme puisse exactement venir au milieu de la barre; mais le fond de
„ la lampe ne doit pas toucher le fer, qui dans ce cas s'échaufferoit, & en
„ s'allongeant troubleroit l'expérience: aussi je ne l'ai jamais trouvé tiede
„ dans aucune expérience. La distance entre le bas de la barre & la surface
„ supérieure de la lampe, doit être d'un demi pouce, afin que les méches
„ de coton qui s'élevent de $\frac{1}{10}$ d'un pouce puissent donner une flamme
„ exacte & égale. Les fils de coton doivent être très-fins & unis, & cinq
„ d'entr'eux tortillés ensemble doivent faire une méche d'environ $\frac{1}{100}$ d'un
„ pouce de diamétre. J'ai eu une attention particuliere à toutes les cir-
„ constances en faisant des expériences avec cette machine, parce que la
„ moindre omission est capable de nous jetter dans de grandes erreurs:
„ car si la méche est trop tirée en haut à travers le couvercle de la lampe,
„ la flamme sera trop grande, & l'on voit qu'il est nécessaire de la tenir
„ à la même hauteur: de même dans les expériences que l'on fait avec
„ l'esprit de vin bien rectifié, si l'on ne met pas toujours une égale quantité
„ dans la lampe, la flamme s'en ira trop vîte ou trop lentement, & ainsi
„ la chaleur variera; c'est pour cela que j'ai toujours eu soin de faire

Notes sur la Ve. Leçon.

„ mes expériences avec la lampe à demi pleine d'esprit, ce qui m'a donné „ les meilleures flammes qui étoient d'une figure cylindrique, depuis la „ lampe jusqu'au métal qu'elles échauffoient; elles s'ouvroient seulement „ un peu au haut. Le diamétre de leur base étoit $\frac{11}{100}$ parties d'un pouce, „ & pour empêcher que le mouvement de l'air ou la respiration de la „ bouche ne fit mouvoir les flammes, je couvrois tout l'instrument d'un „ verre, excepté le cadran qui sortoit en haut au-dessus du verre pour „ mieux observer l'aiguille. Tout cela étant prêt, je me mis à examiner „ combien le fer, le cuivre, l'airain, l'étain & le plomb se dilatoient par „ une seule flamme, ensuite combien ils se dilatoient avec deux; ensuite „ avec trois, avec quatre, & enfin avec toutes les cinq flammes : j'exami- „ nai ensuite s'il y avoit quelque différence entre deux flammes allumées „ l'une auprès de l'autre ou plus éloignées.

» Un jour qu'il commençoit à gêler, & que le Thermométre de *Farenheyt* „ étoit à 32 degrés par un vent d'ouest, le tems étant couvert, & le mer- „ cure à 29 $\frac{4}{12}$, je plaçai ces métaux les uns auprès des autres sur une „ pierre pour pouvoir les refroidir également : ensuite je les appliquai „ successivement au Pyrométre, & ayant d'abord allumé une méche, „ j'observai leur dilatation : & ensuite les ayant tirés du *Pyrométre*, je les „ exposai au froid jusqu'à ce qu'ils fussent aussi froids qu'auparavant; & je „ les éprouvai sur le *Pyrométre* avec deux méches allumées, & ainsi de „ suite jusqu'à ce que j'eusse éprouvé l'effet des cinq méches. Pour abreger, „ j'ai réduit dans la Table suivante tous les effets que j'ai observés. Les „ degrés d'expension sont marqués en parties, dont chacune est $\frac{1}{12500}$ „ partie d'un pouce. Il faut observer sur l'étain qu'il se fond aisément, „ lorsqu'il est échauffé par deux flammes qui brûlent l'un auprès de l'autre; „ par conséquent on ne peut pas l'éprouver avec plus de deux flammes. Le „ plomb se fond communément avec trois flammes, qui sont proches l'une „ de l'autre, pourvû qu'elles brûlent long-tems.



Notes sur la Ve. Leçon.

TABLE

QUI fait voir combien les Métaux sont dilatés par la chaleur des flammes de l'esprit de vin en différens nombres, mais d'égale grosseur.

Dilatation par une flamme au milieu.	Fer 80	Acier 85	Cuivre rouge 89	Laiton 110	Etain 153	Plomb 155
Par 2 flammes au milieu près l'une de l'autre.	117	123	155	220		274
Par 2 flammes 2 ½ distantes l'une de l'autre.	109	94	92	141	219	263
Par 3 flammes au milieu proches les unes des autres.	142	168	193	275		
Par 4 flammes au milieu proches les unes des autres.	211	270	270	361		
Par toutes les 5 flammes.	230	310	310	377		

» Ces expériences ont été repetées plusieurs fois, & quoiqu'elles n'ayent
» pas toujours produit parfaitement le même effet, cependant la difference
» a toujours été moindre que cinq degrés; ce qui est si peu de chose qu'il
» ne vaut pas la peine d'y faire attention; & cela peut venir du jeu des dents
» qu'on ne peut pas éviter dans ces expériences. Mais j'ai toujours pris la
» valeur moyenne dans un grand nombre d'expériences.

» On voit par ces expériences au premier coup d'œil que le fer est
» celui de tous ces métaux qui se dilate le moins, soit qu'il soit échauffé
» avec une ou plusieurs flammes: & par conséquent c'est le plus propre à
» faire les machines ou instrumens qui doivent être le moins alterés par le
» chaud ou le froid.

» Il est donc très à propos de faire pour les horloges, les vérges des
» pendules de fer: celles d'acier ne sont pas aussi bonnes, & les plus
» mauvaises sont celles de cuivre; cependant on employe souvent celles-ci

NOTES sur la V. Leçon.

„ parce qu'elles ne font pas fi fujettes à la rouille ; mais c'eft fort mal-à-propos. De même les mefures des aulnes ou pieds doivent être ordinairement de fer, afin que leur longueur foit autant qu'il eft poffible la même en été & en hyver.

„ 2°. La dilatation du plomb & de l'étain par une feule flamme eft prefque la même.

„ 3°. La même flamme dilate l'étain & le plomb prefqu'au double du fer ; car leurs dilatations font comme 155 à 80 ; c'eft-à-dire, à fort peu près comme 2 à 1.

„ 4°. Les flammes qui font proches l'une de l'autre & qui agiffent fur des verges de métal, caufent une plus grande rarefaction, que lorfqu'il y a un intervalle fenfible entr'elles : car deux flammes voifines étendent le fer de 117 degrés, & deux féparées ne le dilatent que de 109 ; on voit la même chofe dans tous les autres métaux.

„ Cela vient de ce que toutes les parties du feu ne montent pas directement & ne s'appliquent pas aux verges ; mais quelques-unes s'échappent par les côtés de toutes les parties de la flamme. Or lorfque deux flammes font à quelque diftance l'une de l'autre, les particules latérales du feu s'échappent des flammes, & n'agiffent pas fur les métaux ; au lieu que lorfqu'elles font proches l'une de l'autre, les parties qui s'échappent du côté d'une flamme qui regarde le côté de l'autre, font reflechies par cette flamme comme par un *miroir*, & revenant dans leur propre flamme, elles font pouffées en haut & entrent dans le métal, qui par ce moyen recevant une plus grande quantité de feu, doit former un plus grand volume.

„ 5°. Comparons maintenant enfemble les dilatations du même métal produites par une, deux, trois ou plufieurs flammes : deux flammes ne donnent pas le double de la dilatation d'une feule, ni trois flammes le triple, mais elles donnent moins ; & les dilatations différent d'autant plus de la raifon du nombre des flammes qui agiffent en même-tems. Je donnerai dans la fuite la démonftration de ce *phénoméne ;* je ne vais donner à prefent que les proportions des dilatations oppofées, comme on voit dans la petite Table fuivante.

Dans le Fer.	*Dans l'Acier.*	*Dans le cuivre.*	*Dans le Laiton.*	*Dans le Plomb.*
$80 : 117 :: 1 : 1\frac{37}{80}$	$85 : 123 :: 1 : 1\frac{38}{85}$	$89 : 155 :: 1 : 1\frac{66}{89}$	$110 : 200 :: 1 : 1\frac{90}{110}$	$153 : 263 :: 1 : 1\frac{110}{153}$
$80 : 142 :: 1 : 1\frac{62}{80}$	$85 : 168 :: 1 : 1\frac{83}{85}$	$89 : 193 :: 1 : 2\frac{15}{89}$	$110 : 275 :: 1 : 2\frac{55}{110}$	
$80 : 211 :: 1 : 2\frac{51}{80}$	$85 : 270 :: 1 : 3\frac{15}{85}$	$89 : 270 :: 1 : 3\frac{3}{89}$	$110 : 361 :: 1 : 3\frac{31}{110}$	
$80 : 230 :: 1 : 2\frac{70}{80}$	$85 : 310 :: 1 : 3\frac{55}{85}$	$89 : 310 :: 1 : 3\frac{43}{89}$	$110 : 377 :: 1 : 3\frac{47}{110}$	

„ 6°. Avant que les métaux foient venus du même degré de froid à être fondus, ils ne fe dilatent pas également ; mais quelques-uns fe dilatent plus, & d'autres moins. Car l'étain commence à fe fondre lorfqu'il eft rarefié de 219 degrés : mais le laiton étant rarefié de 377 degrés, étoit

„ bien éloigné d'être rougi par le feu, & par conséquent de se fondre, „ & le cuivre étoit dilaté de 310 degrés, tandis qu'il auroit peut-être dû „ être rarefié au double avant que d'être fondu.

Ce que je viens de traduire du Docteur *Muschenbroek* (voyez les notes de sa traduction latine des Expériences de l'*Academie Delcimento*, Partie 2e. depuis la page 12. jusqu'à la page 18, &c.) sert a faire voir quelques-uns des principaux usages du *Pyrométre*, que j'ai perfectionné par le moyen des changemens suivans.

1°. A la place des verges quarrées de métal pour y faire les expériences, je me sers de verges cylindriques, parce que je suis plus certain de les avoir toutes de la même grandeur, en les faisant toutes passer par le même trou d'une forte platine d'acier, comme font ceux qui tirent les fils de fer : & par ce moyen je suis sûr que les volumes des métaux comparés ensemble sont égaux.

2°. A la place du pignon F, j'ai un petit rouleau d'acier parfaitement rond, mais qui n'est pas poli & limé sur sa surface dans la direction de son aissieu, en sorte qu'on peut le regarder comme une petite rouë qui a un nombre infini de dents : la rouë G sur le même aissieu n'a point de dents, mais seulement une rainure pour y recevoir une petite chaîne de montre (ou même un crin de cheval) pour faire mouvoir un rouleau en H, par une petite rainure portant sur son aissieu l'aiguille fixée au plus haut en J.

3°. Afin que la chaîne par laquelle G entraîne H, ne soit ni trop lâche, ni trop serrée, tout le cadran (qui dans mon *pyrométre* est quarré,) & le coq & pignon H sont poussés vers la rouë G, ou en sont écartés par une vis attachée à la platine supérieure, laquelle reçoit les piliers & l'arbre de G, pendant que le cadran glisse sur elle.

N. B. *Il n'y a point de pareille platine sous le cadran du pyrométre de Muschenbroek.*

4°. Au lieu du ratelier N L (*Figure* 2.) j'ai une longue platine mince d'acier, large d'environ $\frac{11}{100}$ d'un pouce, limée grossierement, afin qu'elle mette en mouvement le premier rouleau F, en frottant contre lui. Elle est bien trempée & un peu courbée, en sorte que son côté convexe porte contre F; mais lorsqu'elle est attachée à la verge en N, il y a un ressort fixé à la platine inférieure de cuivre, qui la tire droite & serrée par son extrémité L, dans la direction N L, & au lieu des coqs P, P (*Figure* 3.) il y a deux poulies placées horizontalement, dont les rainures larges & verticales reçoivent & dirigent la platine ou regle d'acier, qui tient la place du ratelier.

5°. Au lieu du ressort de montre pour soutenir les barres, j'ai un petit rouleau de cuivre de $\frac{4}{12}$ d'un pouce de diametre, dont l'aissieu est horizontal, & ce rouleau s'éleve de son piedestal, qui est fixé au fer en W, en sorte qu'il vient sous chaque verge de métal, & la soutient à son extrémité N.

Notes sur la Ve. Leçon.

La 6e *Figure* représente la platine inférieure avec les alterations que j'y ai faites. B N est la verge ronde de metal qui doit être éprouvée avec la platine d'acier attachée en N, par le moyen de la cheville Q. Cette platine d'acier dont la situation naturelle est représentée par la ligne ponctuée N *l*, est ici forcée à la ligne droite N L, par le moyen du ressort S L, qui est accroché à son extrémité en L, en le tirant dans la direction N L, & qui est dirigée par les rainures des poulies P, P, en sorte que son côté qui est porté à être convexe lorsqu'il est en liberté, presse maintenant contre le rouleau H, qu'il fait tourner par son frottement à mesure qu'il s'approche vers L, ou qu'il s'en éloigne. Le cercle ponctué *g g* représente la rouë qui est au-dessus sur l'aissieu de H : *G i g*, la chaine de montre qui entraîne le rouleau *i*, & l'aiguille *x i k*, comme dans le *Pyrométre* du Docteur *Muschenbroek*. Le reste est aisé à comprendre par ce qui a été dit, & par la 5e *Figure*, qui représente le rouleau de cuivre qui supporte le métal qui s'éleve & s'abaisse en tournant circulairement la platine à vis *p p*.

N. B. *Il n'y a point d'inconvenient à se servir du crin de cheval, si l'on a soin de placer son nœud en* G ; *car comme le mouvement se fait dans la direction* G m g, *le nœud n'ira jamais jusqu'en* g, *& par conséquent dans tout son mouvement, il portera également dans la rainure de la rouë* G.

En me servant de rouleaux, j'évite entierement dans mon *Pyrométre* la secousse des dents ; en sorte que l'aiguille commence à se mouvoir au même moment que la chaleur est appliquée aux verges de métal, & si l'on en tire la flamme, au même instant l'aiguille commence à retourner, ce qui ne sçauroit arriver lorsqu'il y a des dents.

Je parle du prompt retour lorsque la chaleur est éloignée. Je dois avouer que si l'on considere le mouvement de l'aiguille seulement d'un côté, lorsque la dent a une fois pris, & qu'elle commence à se mouvoir, elle doit marcher regulierement, & ainsi les expériences du Docteur *Muschenbroek* peuvent dépendre de-là ; cependant je les réïtererai avec mon *Pyrométre* à mon premier loisir. Je dois aussi pour rendre justice au Docteur avouer qu'il m'a témoigné dans l'une de ses lettres, que s'il n'avoit pas perdu son Ouvrier, il auroit fait un nouveau Pyrométre sans dents.

12. [76 — *Qui prétendent que la terre est un sphéroïde allongée, comme un œuf, plus élevé aux poles qu'à l'équateur*, &c.] M. *Cassini* dit que la terre est un sphéroïde allongé, plus élevé aux poles qu'à l'équateur, faisant son axe plus long que le diamétre de l'équateur d'environ 13 lieuës de *France*, ce qu'il tire de la comparaison des mesures de son pere du Meridien de *Paris* aux *Pyrenées* avec celles de M. *Picard*, dont on peut voir le détail dans les *Memoires* de l'Academie Royale des Sciences pour 1718. & ayant ensuite continué le Meridien qui passe par la *France* de *Paris* à *Dunkerque*, il en tire encore des conséquences pour prouver que la terre est sphéroïde allongée ; mais alors il conclut que l'axe surpasse le diamétre de l'équateur de 34 lieuës.

Pour

Pour prouver cela, M. Caſſini ſuppoſant que les meſures dont on vient de parler ſont aſſez exactes, non-ſeulement pour déterminer la grandeur d'un degré de la terre correſpondante à un degré d'un grand cercle du ciel; mais encore pour le faire voir par la différence même des degrés de la terre, (trouvant que ceux qui ont été meſurés dans le *ſud* de la *France*, ſurpaſſent ceux du *Nord*, d'un certain nombre de toiſes & de pieds) il démontre que ſi les degrés de la terre ſont plus longs vers l'équateur que vers les poles, le plan du meridien doit être une ellipſe dont le grand axe eſt celui de la terre.

La démonſtration de M. *Caſſini* eſt certainement bonne; mais les meſures qu'il a priſes ne ſçauroient rien déterminer, dans l'état où ſont les choſes, ſur la différente longueur des degrés auſſi proches l'un de l'autre; parce que comme la différence dans l'une des ſuppoſitions n'eſt que de 11 ou 12 toiſes, & dans l'autre d'environ 31 tout au plus, il faut prendre la latitude à un point d'exactitude qui ſurpaſſe la nature de tous les inſtrumens Aſtronomiques qu'on a fait juſqu'ici, & encore de ceux dont ces Meſſieurs ſe ſont ſervis dans la meſure de leur meridienne.

Car en premier lieu, l'inſtrument avec lequel ils ont obſervé la latitude aux deux extrémités de la meridienne, étoit un ſecteur de 10 pieds, où la 200e partie d'un pouce répond à 8 ſecondes d'un degré; mais la 200e partie d'un pouce étant une partie des moins viſibles que l'on puiſſe appercevoir dans les diviſions d'une ligne, on ne peut pas prendre un angle plus approchant que de 8 ſecondes, & même leur inſtrument, ſelon la deſcription qu'ils en donnent eux-mêmes, n'étoit diviſé que de 20 en 20 ſecondes. Ils avouent que 16 toiſes ſur la ſurface de la terre répondent à 1 ſeconde dans le ciel; & ils ne prétendent pas avoir pris aucune obſervation plus approchante que environ 3 ſecondes, qui par conſéquent ne ſçauroit déterminer une différence moindre que 48 toiſes; au lieu qu'on ſuppoſe que les degrés ne décroiſſent (tout au plus) que de 31 toiſes chacun depuis *Collioure*, (la partie la plus ſud de leur meridienne) juſqu'à *Dunkerque*. Mais une erreur de 8 ſecondes auroit produit une différence de 128 toiſes ſur la terre plus de 10 fois plus grande que la différence des degrés dans la premiere ſuppoſition, & 4 fois plus grande que cette différence dans la 2e ſuppoſition. Outre cela la latitude n'a pas été obſervée dans les lieux intermediaires entre *Paris* & *Collioure* avec l'inſtrument dont on a parlé de 10 pieds de *rayon*, mais ſeulement avec un quart de cercle qui n'avoit que 39 pouces de *rayon*, & quelquefois avec un octant de 3 pieds de *rayon*. Et même ils diſent eux-mêmes dans leur Memoire que ce n'eſt pas par les obſervations faites aux extrémités de la méridienne que l'on doit conclure la différence de la longueur d'un degré, mais par les hauteurs qu'on a priſes en différens endroits entre ces extrémités; & ſi nous leur accordons qu'on peut prendre très-bien un angle à 4 ou 5 ſecondes près avec le plus grand inſtrument, ils ne pourront approcher que de 12 ou 15 ſecondes avec le quart de cercle ou l'octant, qui eſt à quoi il faut ſe borner pour la différence de la meſure des degrés. De ſorte qu'il a fallu déterminer une longueur de 31 toiſes avec un inſtrument capable de s'écarter de plus de 200.

NOTES sur la Ve. Leçon.



Et dans le fond en examinant de près le détail des mesures des degrés, j'y trouve plusieurs erreurs & incompatibilités, sur-tout dans la mesure de la hauteur des montagnes, où l'on a fait neuf observations du Barométre pour la mesurer dans le sud de la *France*, que l'on dit être confirmées par les mesures trigonométriques, se contrariant tellement les unes avec les antres, qu'elles ne déterminent tout-à-fait rien, & même la conclusion que les degrés de la terre croissent en allant vers l'équateur, n'est tirée que de quelques observations choisies ; car si on les avoit toutes comparées ensemble, il en seroit resulté que les degrés croissent en allant vers le Nord.

Mais en faisant abstraction des observations, l'ingenieux M. de *Mairan* a tâché de prouver que dans un sphéroïde allongé, les pendules doivent être plus courts pour battre les secondes à l'équateur que dans les grandes latitudes ; mais on ne lui accorde pas les principes qu'il suppose, & quand on les lui accorderoit, il s'ensuivroit qu'un pendule qui bat les secondes à *Paris*, doit être racourci d'un pouce pour lui faire battre les secondes à l'équateur ; au lieu que le fait est que ces pendules portés de *Paris* à l'équateur, ne doivent être racourcis que de $\frac{1}{10}$ d'un pouce. Ainsi M. de *Mairan* en prouvant trop de beaucoup, ne prouve tout-à-fait rien. Ceux qui sont curieux de sçavoir tout ce qui a rapport à cette dispute, peuvent consulter les *Transactions Philosophiques*, N°. 386, 387, 388 & 389, dans lesquelles je crois avoir bien prouvé la figure applatie de la terre selon Newton, & avoir démontré l'impossibilité du sphéroïde allongé.

N. B. *Il y a quelques fautes d'impression dans ma seconde Dissertation qui ont été corrigées dans le dernier Abregé des* Transactions, *par Mrs* Reides *&* Gray.

FIN.

Pour me rendre aux prieres de quelques amis, je joins ici une courte description de mon Planetaire *, qui est un instrument que j'ai fait depuis peu, pour représenter le mouvement des corps célestes.*

DESCRIPTION DU PLANETAIRE.

LES machines pour représenter les mouvemens & apparences des corps célestes, ont été avec raison estimées dans tous les siécles, surtout depuis que le systême de Copernic a été reçû generalement, non-seulement comme l'hypothése la plus probable, mais encore comme ayant été prouvé par Newton par les loix de la pesanteur, que c'est le vrai systême du monde; * c'est au moins le systême de toute la partie de l'Univers qui a relation avec nous, Habitans de la terre; c'est-à-dire, autant que nous pouvons en découvrir non-seulement par nos yeux, mais encore par les telescopes.

Par le moyen de ces machines, un grand nombre de personnes qui n'ont pas le tems de s'appliquer à l'étude de l'Astronomie, & qui souhaitent cependant d'avoir une connoissance des apparences célestes, peuvent dans peu de jours acquerir cette connoissance, & surtout se guerir des préjugés ordinaires contre le mouvement de la terre.

Lorsque les Astronomes, qui étoient exercés dans la Méchanique, ont fait ou inventé ces sortes de mouvemens, ils sont venu à bout de ce qu'ils se proposoient, en faisant voir tout ce qu'ils prétendoient représenter par leurs machines; mais lorsque les Faiseurs d'instrumens de Mathématique, sans une connoissance suffisante de l'Astronomie, ou sans avoir consulté des personnes habiles, ont fait mal-à-propos des additions aux machines qui avoient été inventées par des Astronomes (sous prétexte de vouloir les perfectionner) uniquement pour les rendre pompeuses & dispendieuses, ils ont détruit la vraye intention des premiers Inventeurs, & les Acheteurs ont payé cher de fausses notions d'Astronomie.

M. *Georges Graham*(si je suis bien informé)est le premier Anglois qui ait fait une machine pour représenter le mouvement de la lune autour de la terre,& de la terre avec la lune autour du soleil, il y a environ vingt-cinq ou trente ans. Tout ce qui paroissoit dans cette machine étoit bien & parfaitement exécuté. Comme les phénoménes du jour & de la nuit, & leur augmentation & décroissement par dégrés, selon les saisons, les Pays de la terre où le soleil est successivement vertical, & paroît décrire ses paralléles, le mouvement réel & annuel de la terre, qui donne au soleil un mouvement apparent annuel, la rotation du soleil autour de son axe, le mois périodique & synodique, le jour solaire & des étoiles, l'illumination successive de toutes les parties de la lune, &c. Cette machine étant entre les mains d'un Faiseur d'instrumens pour être envoyée avec quelques-uns de ses propres instrumens au Prince *Eugene*, il la copia, & fit la premiere pour le

* Je ne dois pas oublier que l'ingénieux M. *Jacques Bradley*, Professeur d'Astronomie à *Oxfort*, l'a aussi démontré en dernier lieu par ses Observations astronomiques.



feu Comte d'*Orrery*, & ensuite plusieurs autres, avec des additions de son invention. Le Sieur *Richard Steele*, qui n'avoit aucune connoissance de la machine de M. *Graham*, croyant rendre justice dans un de ses Ouvrages, au premier qui l'avoit fait construire, aussi-bien qu'à l'Inventeur d'un instrument aussi curieux, le nomma un *Orrerie*, & attribua au Sieur *J. Rowley*, la gloire qui étoit dûe à M. *Graham*.

Depuis ce tems-là les *orreries* ont été fort en vogue & exécutées avec beaucoup d'ornemens, d'abord par le Sieur *Rowley*, & ensuite par d'autres Faiseurs d'instrumens; mais l'addition des autres planétes & des satellites, que les Ignorans ont regardé comme une perfection, ne donne que des idées confuses & fausses, quant aux distances & aux proportions de la grandeur de ces corps; ce qui arrivera toujours, tant qu'on placera dans la même machine l'orbite de la lune autour de la terre, avec les planétes principales & secondaires. Le systême general (où notre terre n'occupe qu'une petite partie) doit être représenté par lui-même. Le soleil, la lune & la terre, doivent aussi être représentés séparément, & le systême d'une planéte principale (comme jupiter par exemple) avec ses satellites dans leur vraye proportion de grandeurs & de distances, doit être représenté séparément.

Ces considérations (& le désir de donner une vraye notion des *phénoménes* célestes de la maniere la plus claire & la plus expéditive, aux personnes qui me font l'honneur d'assister à mes Cours de Physique Expérimentale), m'ont porté à imaginer & à construire un mouvement avec toutes les qualités requises ci-devant, pour pouvoir montrer dans la vraye proportion tout ce qui se peut représenter dans une machine céleste.

Je l'ai composée de plusieurs parties que l'on peut mettre l'une sur l'autre, & séparer successivement, & je l'ai nommée *Planetaire*. Je vais en donner la description; mais avant que d'entrer en matiere, je prie le Lecteur de jetter les yeux sur la trentiéme *Planche*, qui contient la Figure abregée du systême solaire de M. *Whiston*, & qui le mettra au fait des distances moyennes, grandeurs, periodes, quantités de matiere, révolutions autour des axes, densités & vîtesses moyennes dans leurs orbites, pour toutes les planétes principales & secondaires, avec les orbites de différentes cométes, & les periodes de trois d'entr'elles. Je ferai seulement quelques remarques sur cette figure, sans lesquelles on risqueroit de tomber dans l'erreur.

1. QUOIQUE la distance des planétes au soleil y soit marquée en milles, il ne faut pas s'imaginer que l'on puisse mesurer leurs distances jusqu'à la précision de quelques milles, comme on peut réellement mesurer la distance de la lune, parce que le demi-diametre de la terre (dont on connoît la quantité en milles), étant environ $\frac{1}{16}$ de la distance de la lune, est une mesure suffisante pour cette distance; au lieu que c'est à peine la vingt milliéme partie de la distance du soleil, & que par conséquent elle ne suffit pas pour la mesurer. Il y a à la vérité d'autres méthodes pour parvenir à connoître la distance du soleil, comme par la parallaxe de Mars; mais aucune ne peut nous assurer d'un million de milles. Nous

resterons dans cette incertitude jusqu'au passage prochain de *Venus* dans le disque du soleil, le 26 May de l'année 1761. Nous pourrons alors en observant ce passage, trouver la distance du soleil jusqu'à une 500e partie de la distance totale, comme le Docteur *Halley* l'a fait voir dans les Transactions Phylosophiques, N°. 348. p. 454. & même cet avantage nous approchera de la vérité à 15 ou 16000 milles près. Nous connoissons cependant la grandeur & les distances proportionnelles des corps qui roulent autour du soleil; c'est-à-dire, que si la distance du soleil est, comme on la suppose ici, de 81 millions de milles, toutes les autres distances seront justes, aussi-bien que les diametres. On connoît ces distances en diametres du soleil, qui est la maniere dont la plû-part des Astronomes les expriment; car de quelque maniere qu'on vienne à les connoître, tout le reste sera connu, & par conséquent on pourra représenter leurs proportions respectives, qui peuvent se représenter par des figures & par des machines, mais non pas exactement la proportion qu'elles ont avec la lune & la terre.

2. *Venus* est ici supposée tourner sur son axe en 20 heures; mais depuis que M. *Whiston* a publié sa figure, M. *Bianchini* a observé qu'elle faisoit sa révolution autour de son axe en 24 jours & 8 heures, & que cet axe étoit incliné au plan de son orbite sous un angle de 13 dégrés.

3. LA vîtesse de la lune dans son orbite, qui est la seule planéte dont on connoisse la vîtesse réelle, n'a pas été marquée ici. Elle parcourt 2300 milles par heure. Les autres planétes ne parcourent dans une heure que les milles marqués ici, en supposant le soleil éloigné de la terre de 81 millions de milles.

Pour donner une idée plus aisée des distances & diametres de ces corps, nous prendrons leurs distances moyennes en nombres ronds; & supposant la distance de la terre au soleil, divisée en 10 parties, Mercure sera éloigné du soleil de 4 de ces parties, Venus de 7, Mars de 15, Jupiter 52, & Saturne 95. Si nous appellons le diametre du soleil 100, celui de ♄ sera $7\frac{1}{10}$; de ♃ 10; de ♂ $\frac{55}{100}$; de ☉ 1, de ♀ 1, de ☿ $\frac{4}{100}$ & de la lune $\frac{281}{1000}$; & l'on conjecture que les satellites de ♃ & ♄ sont environ aussi gros que notre terre.

4. QUOIQUE la différente courbure des parties des ellipses, où les planétes se meuvent, ne soit pas assez sensible pour être exprimée, même dans une grande figure, cependant il a fallu exprimer leurs excentricités, & l'on a omis, pour éviter la confusion, celle des orbites des cométes. Les excentricités des planétes peuvent s'exprimer en supposant la ligne de la distance moyenne de chacune, divisée en 1000 parties égales, & alors les excentricités seront les nombres suivans de ces parties.

Notes sur la Ve. Leçon.

imaginons la distance moyenne de	divisée en parties égales	leur excentricité est	de ces parties
Saturne	1000	55	
Jupiter	1000	48	
Mars	1000	93	
la Terre	1000	17	
Venus	1000	7	
Mercure	1000	210	

L'excentricité de la lune est $\frac{55}{1000}$ parties de sa distance à la terre.

Le Planetaire. (Planche 31.)

Est fixé dans une boëte d'ébéne d'environ six pouces de haut, & 3 pieds de diametre, terminée par 12 plans verticaux, sur lesquels sont représentés les 12 signes du Zodiaque. La surface supérieure est une plaque de cuivre poli, & sur sa circonférence extérieure sont placés à vis six piliers de cuivre qui portent un grand anneau plat d'argent, representant l'écliptique avec différens cercles qui y sont placés. Les trois intérieurs sont divisés en 12 parties pour les signes du Zodiaque, dont chacun est divisé en 30 degrés, & parmi ces dégrés on a gravé dans les endroits convenables, les *nœuds*, les *aphelies*, & les plus grandes latitudes nord & sud des planétes. Entre les deux cercles suivans, sont marqués les points cardinaux. Les trois cercles qui suivent ont les mois & les jours des mois, selon l'ancien Calendrier, & ils sont gravés dans les trois autres selon le Calendrier *Gregorien*. Mais dans la *Planche* 31. je n'ai pas marqué l'ancien Calendrier *Julien*, comme dans la trente-deuxiéme j'ai omis le Calendrier Gregorien. Sur la surface de cuivre de la machine, on a gradué des cercles d'argent, qui portent les planétes (représentées par des balles d'argent) sur des arbres ou tiges qui les élevent à la hauteur du plan de l'écliptique; & en tournant le manche du Planetaire, toutes les planétes se meuvent dans leurs distances proportionnelles à une petite balle dorée qui est au milieu, pour représenter le soleil, & elles font leurs révolutions selon leurs tems périodiques. On y a fixé des aiguilles d'acier bleues, pour marquer les longitudes des planétes, en pointant aux divisions des anneaux ou cercles d'argent, à mesure qu'elles se meuvent circulairement. Mais comme ces cercles étant concentriques, ne donnent que les distances moyennes, les vrayes orbites selon leurs excentricités sont gravées en-dehors de chaque cercle, avec les tems périodiques tirés des tables, pour faire voir les révolutions plus approchantes qu'on ne peut les former par aucune machine. Les *nœuds* & les *aphelies*, avec les points des plus grandes latitudes nord & sud, sont marqués sur ces orbites. Comme les distances sont dans leurs vrayes proportions l'une à l'autre, ainsi les corps des planétes sont aussi dans leurs justes proportions les uns aux autres. Mais on ne doit pas s'attendre que les diametres des planétes soient en proportion avec les diametres de leurs orbites; car si l'on prenoit Jupiter de trois pouces de diametre, & la terre un peu plus d'un quart de pouce, comme dans ma machine, il faudroit que le systême fût

de la grandeur d'un mille & $\frac{1}{5}$, l'orbite de Saturne d'environ 9000 pieds de diametre, & ainsi des autres; & si l'on vouloit faire convenir les corps à la machine telle qu'elle est, il faudroit qu'ils fussent 3000 fois plus petits, ce qui les rendroit tous invisibles, excepté le soleil, qui seroit pourtant moindre que $\frac{1}{15}$ d'un pouce. C'est pour cela que je n'ai pas pu y mettre une balle assez grande pour représenter le soleil par rapport à mes planétes; mais on doit supposer le soleil a leur égard aussi grand que le cercle intérieur de l'anneau d'argent qui représente l'écliptique.

Dans les orreries *(comme on les appelle) on ne fait pas voir la proportion des orbites les unes aux autres, ni des planétes entr'elles.*

COMME l'orbite de la Lune, & les orbites de Jupiter & de Saturne, sont entierement éloignées de cette proportion des planétes principales, les satellites le sont encore plus; c'est pour cela qu'on n'a pas mis les satellites dans cette position de la machine. Mais on a joint à Saturne son anneau, selon sa proportion, & selon l'inclinaison de son plan, au plan de l'orbite de Saturne; & à mesure que la planéte se meut circulairement, l'anneau se meut parallélement lui-même, comme il le fait dans le Ciel. Par-là nous voyons comment les Habitans de la Terre, dans une révolution de Saturne, voyent deux fois l'anneau dans la situation la plus ouverte des *anses*, comme dans sa *Figure* 1. *Planche* 31. & deux fois, comme s'il n'avoit point d'anneau, c'est-à-dire lorsque le tranchant de l'anneau est tourné vers la terre (le plan de cet anneau passant par l'œil de l'Observateur), & l'augmentation & diminution successives de la grandeur visible des *anses*.

La deuxiéme *Figure* représente Jupiter avec ses bandes & les taches qui ont servi à faire connoître sa révolution.

Lorsque les Spectateurs ont assez consideré la machine pour avoir une idée complete de la grandeur proportionnelle des planétes, on en ôte Jupiter & Saturne, & on y substitue un autre Jupiter & un autre Saturne trois fois plus petit que les premiers, pour y placer tout autour les satellites (& en même-tems on joint la Lune à la Terre) pour faire voir comment les satellites accompagnent leur planéte principale dans sa course autour du soleil. Ces satellites, qui sont des perles sur des tiges courbées, ne tournent pas par une horloge à roues autour de leurs planetes principales, (comme on l'a fait dans quelques-unes des grandes *orreries*), mais on les conduit seulement à la main, parce que si on le faisoit, ce ne seroit qu'une dépense inutile, pour donner une fausse idée de leur grandeur, de leurs distances, & de l'inclinaison de leurs orbites, par rapport à celles de leurs planétes principales. Mais pour donner une notion exacte de Jupiter & de ses satellites, de Saturne & de ses satellites, on fait voir pour chacune de ces planétes un systême à part, où l'on a exprimé les distances à la planéte principale, & la grandeur des satellites; & dans ce systême, quoique Jupiter ne soit que d'environ un pouce de diametre, le satellite le plus éloigné est aussi distant du centre de Jupiter, que Saturne l'est du soleil dans la machine, ce qui fait voir l'incompatibilité & la disproportion



qui se trouvent dans les *orreries*, à faire mouvoir les satellites autour de Jupiter. C'est encore plus mal-à-propos qu'on y place les satellites de Saturne, parce qu'il y en a quatre qui se meuvent dans des orbites fort inclinées à l'écliptique de Saturne (sçavoir d'un angle de plus de 30 dégrés), & le cinquiéme a son orbite presque dans le même plan que l'écliptique de Saturne, avec un diametre plus grand que celui de tout le *Planetaire*, même lorsque Saturne est 3 fois plus petit que le Saturne du *Planetaire*.

Une autre chose qu'on y a mis, c'est une invention pour faire voir que toute la confusion des mouvemens des planétes dans l'*hypothése de Ptolemée* (qu'on appelle leurs stations & rétrogradrations) n'est pas réelle, mais apparente dans le systême de *Copernic*, ou dans le vrai systême du monde, & cela se fait par le moyen de deux aiguilles d'acier, dont l'une étant toujours appliquée au soleil, & successivement au haut de la tige de la planéte que l'on veut examiner, pendant que l'autre est appliquée à la terre (comme centre), & à ladite planéte. En tournant le manche de la machine, les lieux *heliocentriques* & *géocentriques*, (c'est-à-dire, vûs du soleil ou de la terre) de la planéte seront vûs sur l'écliptique en même-tems, & l'on verra comment les planétes paroissent reculer & avancer vûes de la terre, quoiqu'elles aillent toujours régulierement de l'ouest à l'est, comme on les verroit du soleil.

Ensuite pour faire voir la vraye inclinaison des orbites des planétes, ayant ôté toutes les balles d'argent, qui auparavant représentoient les planétes & leurs tiges, on place six orbites de fil de cuivre doré, par le moyen des piliers fixés sur les orbites, gravées sur le grand plan de la machine, & on les place assez haut pour avoir une partie au-dessus, & l'autre au-dessous du plan de l'écliptique ci-devant décrite, pendant que les nœuds, dans les deux parties opposées des cercles du fil de cuivre, sont exactement dans le plan de l'écliptique, & les *aphelies* & *perihelies* selon leurs vrayes distances au soleil, directement sur les lettres A & P, gravées en-dessous dans chaque orbite. Par exemple, dans l'orbite de Jupiter, il y a deux piliers d'égale hauteur, (& de la hauteur du plan de l'écliptique au-dessus de la grande platine) sur les trous en ☊ & ☋, pour soutenir la partie de l'orbite qui est dans le nœud. Il y a en N L un pilier un peu plus haut, & un autre en S L un peu plus bas. Les têtes de ces piliers étant rondes, représentent Jupiter dans chaque nœud & dans les plus grandes latitudes nord & sud. Outre ces quatre balles, il y en a deux autres mobiles sur le fil de cuivre, pour être placées, l'une à l'*aphelie*, ou dans tout autre lieu, pour marquer la longitude ou la latitude de la planéte dans chaque tems; car une des aiguilles d'acier dont on a parlé, placée au centre du soleil & de la planéte, marque sa longitude *heliocentrique*, en même-tems qu'un arc mobile d'un cercle placé verticalement sur le dégré de l'écliptique, dont l'aiguille est en-dessus ou en-dessous, marque sa latitude *heliocentrique*. La longitude & la latitude *géocentrique* se font voir de la même maniere, lorsque l'aiguille vient de la terre. *Les autres cinq orbites de cuivre son fixées de la même maniere.* Il

y

y a aussi un double *index* qui s'ouvre comme un compas, dont le trou qui est au centre étant placé sur la tige de la terre, ses jambes saisissant les orbites de mercure ou de venus, font voir la plus grande élongation de ces planétes par un arc gradué qui mesure la distance angulaire de ces jambes.

N. B. *La plus grande élongation de ☿ est d'environ* 28 *dégrés, & celle de ♀ d'environ* 48 *dégrés.*

Il y a aussi un fil de fer plié en figure parabolique, & soutenu par trois piliers, pour faire voir la partie inférieure de l'orbite d'une cométe, c'est-à-dire, autant qu'on peut l'observer. La tête de chaque pilier représente la cométe dans ce lieu, & les petits fils d'argent étendus depuis la cométe dans son *perihelie*, font voir la queuë de la cométe lorsqu'elle a le plus de grandeur.

Comme les observations des éclipses des satellites de jupiter, sont d'un grand usage en Astronomie, j'ai fait faire un systême particulier de jupiter & de ses satellites, applicable à la machine, par lequel les distances, les grandeurs & les vrayes périodes des satellites, par rapport à jupiter, sont marquées si exactement, que lorsqu'on a ôté le soleil & l'ouvrage à roué, qui entraîne ☿, ♀, ☉ & ♂, & qu'on y a mis l'ouvrage à rouës qui appartient au systême de jupiter, (chacun de ces ouvrages pouvant s'ôter & se mettre tout d'une piece) quelques-unes des rouës qui étoient auparavant dans le *Planetaire*, aident à faire mouvoir jupiter & ses satellites, de maniere que s'ils sont une fois placés selon les tables, on verra en tournant la manivelle, quelles éclipses de chacun des satellites doivent arriver dans chaque tems. Il y a un cadran avec trois aiguilles dans un coin du *Planetaire*, où la manivelle est appliquée à ce dessein : une de ces aiguilles marquant les heures de la rotation de jupiter autour de son axe en heures solaires & en heures de jupiter, (c'est-à-dire, divisant sa rotation autour de son axe en 24 parties) ; l'autre aiguille marque les heures des mouvemens de chacun des satellites, & la troisiéme marque les jours.

En observant jupiter & ses satellites, à mesure qu'ils se meuvent par le mouvement de la manivelle, & y joignant l'usage de la lanterne, pour représenter le soleil, nous y voyons clairement les choses suivantes, telles qu'elles arrivent réellement.

1. L'immersion; c'est-à-dire, l'entrée d'un satellite dans l'ombre de jupiter.

2. L'émersion d'un satellite hors de l'ombre.

3. En quel tems les immersions, ou les émersions sont visibles.

4. En quel tems un satellite est caché par le corps de ♃, avant que d'entrer dans l'ombre, ou après qu'il en est sorti.

5. En quel tems on peut voir un satellite traverser le corps de jupiter.

NOTES sur la V. Leçon.

6. EN quel tems un satellite fait une éclipse solaire dans ♃, en jettant son ombre sur une partie de sa surface.

7. QUAND est-ce que les satellites s'éclipsent l'un l'autre.

C'est-là tout ce que le Planetaire *représente par rapport au système general. Quant à la représentation des phénoménes du soleil, de la lune & de la terre, les unes à l'égard des autres, il faut une autre machine; mais pour la facilité du transport, j'ai imaginé de changer la machine précédente en une autre à ce dessein, quoiqu'il y ait quelque peine à faire les changemens nécessaires.*

LA *Planche* 32. représente le *Planetaire* uniquement avec le soleil, la lune & la terre.

1. L'ÉCLIPTIQUE étant placée sur d'autres piliers, s'éleve environ de deux pouces plus haut qu'auparavant.

2. LA surface de la machine en-dedans de ces piliers, est une platine peinte en bleu, au lieu du cuivre poli d'auparavant, parce que la couleur bleuë du firmament dépend entierement de l'atmosphére de la terre, & non pas d'un arc ou d'une voûte azurée à une distance immense.

L'ouvrage à rouë qui est sous cette platine, s'appliquant de lui-même à l'ouvrage à rouës qui est en-dedans de la machine, & la manivelle étant fixée à une autre partie de la machine, on aura les mouvemens suivans.

3. LE soleil (qui est ici une balle de cuivre doré de deux pouces de diametre), tourne autour de son axe de l'ouest à l'est une fois en 25 jours & 6 heures; chaque tour de la manivelle, qui étoit autrefois un mois dans le système general, est maintenant un jour, & les heures sont marquées par une aiguille & par un cadran divisé au bas de l'axe de la terre.

4. LE mouvement annuel étant arrêté, la terre, (dont le centre, aussi-bien que celui du soleil, est dans le plan de l'écliptique), tourne en 24 heures solaires autour d'un axe incliné au plan de l'écliptique par un angle de $66\frac{1}{2}$ dégrés de l'ouest à l'est, sans sortir de sa place. Mais lorsque le mouvement annuel n'est pas arrêté, elle tourne autour de son axe une fois en 23 heures & 56 minutes, & en même-tems elle est portée dans son orbite annuelle, aussi de l'ouest à l'est; son axe reste pendant tout le tems paralléle à lui-même.

Détail des Phénoménes expliqués par la seule rotation de la terre autour de son axe.

LA terre est ici représentée par une balle d'argent d'un pouce de diamettre, sur laquelle on a tracé différens cercles, comme on le fait sur les globes ordinaires; sçavoir les deux cercles polaires, les tropiques, [illegible]

teur, l'écliptique & le paralléle de *Londres* ; on y voit aussi 24 Méridiens dont l'un gravé plus profondément que les autres, représente le *Méridien* de *Londres*, laquelle Ville est exprimée par une tache forte ou par un point à $51\frac{1}{2}$ dégrés de latitude nord. A un arc de fil de fer élevé & recourbé *fkg*, est suspenduë une plaque semblable à un croissant, à qui il manque 47 dégrés de tout le cercle en bas, afin qu'elle ne gâte pas l'axe de la terre. Le plan de cette plaque passe toujours par le centre de la terre, & faisant face au soleil, il est toujours perpendiculaire à un rayon venant du soleil à la terre, & par conséquent il divise la partie éclairée de la partie obscure de la terre ; c'est pour céla que je l'appelle *horizon solaire*, & les lettres W, E, marquées sur cette plaque, désignent l'ouest & l'est.

Dans une ligne que l'on suppose tirée du centre du soleil au centre de la terre, on a fixé sur deux appuis, le rayon du soleil ou fil de fer *ml*, pour marquer sur laquelle partie de la terre le soleil est perpendiculaire chaque jour, chaque heure, ou chaque minute dans toute l'année.

Il y a un *index h* qui marque le lieu de la terre sur l'écliptique, & il y a aussi vis-à-vis un autre *index* (avec un petit soleil gravé au-dessus) qui marque le lieu du soleil dans la partie opposée de l'écliptique.

Ayant arrêté la platine bleuë, on placera la terre sur le premier dégré du capricorne, qui sera marqué par son *index* ; ensuite l'axe de la terre, (faisant toujours un angle de $66\frac{1}{2}$ dégrés avec le plan de l'écliptique), doit être tellement placé, que le pole nord soit tourné vers le soleil, & qu'un plan qui passe par l'axe de la terre & par le nombre XII. dans le cadran D, passe aussi par le centre du soleil. On aura par ce moyen la situation de la terre pour le jour le plus long dans notre hémisphére nord ; l'*index* du soleil qui tombera sur le premier dégré de l'écrevisse, tombera aussi sur le 10 de *Juin* : placez le Méridien de *Londres* dans le rayon du soleil, & vous aurez la situation de *Londres* à midy pour le jour le plus long de l'année, dans laquelle un Habitant que l'on suppose avoir la face tournée vers le sud, verra le soleil devant lui dans sa plus grande hauteur.

Maintenant en tournant doucement le manche de la machine, le point qui représente *Londres* ou un Habitant de cette Ville, sera (par la rotation de la terre), porté en avant vers l'est, pendant que le soleil paroît se mouvoir vers l'ouest, ou vers la main droite, & lorsque *Londres* est porté du côté de l'est de l'horizon solaire, on voit l'heure du lever du soleil par le moyen de l'*index* sur l'axe de la terre, & sur le cadran D. Tournez encore, & *Londres* marchera vers la partie obscure de la terre, de l'autre côté de l'horizon solaire, par rapport au soleil. Lorsque l'*index* est arrivé à l'autre nombre XII. du cadran, *Londres* arrive à minuit ; & lorsqu'on continue à tourner, *Londres* sort de dessous l'horizon solaire à l'ouest, l'*index* qui est en-dessous marquant l'heure du soleil, & un Habitant voyant le soleil à mesure qu'il sort de son horizon à l'est, ou à main gauche. On peut aussi observer que dans tout le tour de la terre autour de son axe, le rayon solaire ne pointe que le tropique du cancer, & qu'aucun autre Pays que ceux qui sont sous ce tropique, n'a le soleil

vertical ; & cela arriveroit pendant tout le cours de l'année, si le soleil n'avoit point de mouvement annuel, & il n'y auroit point non plus de changement de saisons, ni d'altération dans la longueur des jours. Ici en observant comment l'horizon solaire coupe les différens paralléles, on peut s'appercevoir que tous ceux, (excepté l'équateur), qui sont entre les cercles polaires nord & sud, sont divisés inégalement en arcs diurnes & nocturnes, les premiers étant les plus grands du côté nord de l'équateur, & les autres, (c'est-à-dire ceux qui sont derriere l'horizon solaire), du côté sud de l'équateur.

Le cercle polaire nord dans cette situation, est toujours éclairé, étant du côté de l'horizon solaire qui est exposé au soleil, pendant que tous les Pays qui sont dans le cercle polaire sud, continuent d'être dans les ténébres, malgré la révolution diurne de la terre ; n'y ayant que la révolution annuelle qui soit capable de changer leur situation insupportable d'une nuit & d'un hiver perpetuel, pour y faire venir le jour, le printems, l'été, &c.

Si maintenant on délie le mouvement annuel, & qu'on le joigne au mouvement diurne, alors en tournant la manivelle, la balle qui représente la terre, aura le même mouvement que la terre, & représentera tous les *phénoménes* qui dépendent des deux mouvemens.

PREMIEREMENT donc, pendant qu'elle continue à tourner sur son axe propre, une fois le jour, elle s'avance dans le grand orbe de l'ouest à l'est, selon l'ordre des signes (ou *in consequentia*, comme parlent les Astronomes), & on le voit par son *index*, qui pointe successivement tous les signes & dégrés de l'écliptique, pendant que le soleil autour duquel elle se meut, paroît décrire aussi *in consequentia*, ou de l'ouest à l'est, la même orbite, à la distance de six signes ; c'est-à-dire, qu'il paroît partir du premier dégré de l'écrevisse, précisément au moment que la terre part réellement du premier dégré du capricorne, comme l'*index* solaire *i* (qui dans la *Planche* 32. est au-dessus du *Taureau*), le fait voir clairement.

Comme dans le mouvement annuel de la terre, l'axe reste toujours paralléle à lui-même, sa situation par rapport au soleil, doit changer continuellement, & un plan qui passe par cet axe & par le nombre XII. sur le cadran D, ne repassera par le centre du soleil, lorsqu'il l'aura une fois quitté, qu'à la distance de la moitié de l'année, & alors le pole nord de la terre, (qui étoit auparavant le plus près du soleil), en sera le plus éloigné.

N. B. *La situation de la terre par rapport à l'étoile polaire, à laquelle l'axe est dirigée, ne change jamais sensiblement, parce que tout le diametre de l'orbite de la terre n'a aucune proportion avec la distance des étoiles fixes, qui sont* 400000 *fois plus éloignées de nous que le soleil, & par conséquent leur parallaxe ne peut monter qu'à une seconde d'un dégré.*

2°. On voit, à mesure que la terre se meut dans l'écliptique, que le cercle polaire nord descend par dégrés sous l'horizon solaire, qui le coupe

en deux parties égales, lorsque la terre entre dans le *belier*, (& que le soleil paroît entrer dans la *balance*), comme il paroît aussi couper chaque cercle paralléle sur toute la terre, rendant égaux l'arc diurne & l'arc nocturne, & c'est ce qu'on nomme l'équinoxe, les jours & les nuits étant alors de 12 heures sur toute la terre, comme l'index horaire en D le fait voir aussi; & les deux poles étant également éclairés, ont le soleil dans leur horizon; de même le rayon solaire ayant successivement pointé tous les paralléles supposés entre le tropique du cancer & l'équateur, tombent maintenant sur l'équateur, dont chaque partie, (pendant ce jour, ou pendant un tour de la manivelle), reçoit successivement la lumiere perpendiculaire, & la chaleur du soleil; qui est-ce que les Sectateurs de *Ptolemée* appellent le soleil être dans l'équateur, ou décrire l'équateur. En continuant de tourner le manche, la terre marche par dégrés *in consequentia*, & l'horizon solaire fait voir comment les jours continuent à décroître à mesure que les arcs diurnes se racourcissent, & peu à peu tout l'espace compris par le cercle polaire nord se soustrait lui-même au soleil, jusqu'à ce qu'il soit entierement derriere l'horizon solaire, lorsque la terre arrive au premier dégré de l'écrevisse; ce qui fait voir que tous les Pays compris dans cet espace, n'ont point de jour du tout, pendant que les Pays qui sont dans le cercle polaire sud, étant maintenant du côté de l'horizon solaire exposé au soleil, n'ont point du tout de nuit. Maintenant le rayon solaire donne directement sur le tropique du capricorne, que le soleil paroît (ou est dit) décrire, par la rotation de la terre. L'index du soleil étant aussi dans le capricorne, & marquant en même-tems le onziéme jour de *Decembre*, fait voir que nous avons le jour le plus court à *Londres*, dont la mesure est marquée par l'*index* horaire.

NOTES sur la V. Leçon.



La terre étant toujours portée en avant, le rayon solaire décrira les paralléles qui sont au-dessus, & sera à l'équateur, lorsque la terre entrera dans la balance, (& que le soleil paroîtra dans le belier). Alors l'horizon solaire divisera tous les paralléles en deux arcs égaux, le diurne & le nocturne, le pole étant à présent dans le plan de l'horizon solaire. Ensuite à mesure que la terre va en avant, une plus grande partie du cercle polaire nord sort du côté du soleil, les arcs diurnes, & par conséquent les jours dans notre hémisphére nord croissent, jusqu'à ce qu'à la fin la terre arrive au premier dégré du capricorne, d'où elle est partie au commencement; ensuite l'axe de la terre revient encore à la même situation qu'il avoit au commencement par rapport au soleil.

3°. OTEZ la terre & son horizon solaire, & mettez-y une autre terre de trois pouces de diametre, dont le centre soit toujours dans le plan de l'écliptique. Cette terre ayant un méridien gradué, & des pointes, (pour représenter les Habitans), perpendiculairement placées dans les tropiques, l'équateur & quelques paralléles entr'eux; le rayon solaire, (un peu raccourci pour servir à cette terre), fera voir plus clairement en quel tems le soleil est perpendiculaire à chacun de ces Habitans, & de combien il est plus ou moins oblique à ceux qui sont hors des tropiques en différentes saisons, en plantant aussi des pointes sur ces Pays. Le rayon solaire

NOTES sur la Ve. Leçon.

marquera aussi exactement les degrés de la déclinaison du soleil sur les dégrés du méridien de ce globe.

4°. OTEZ ce globe, & placez-en un autre d'yvoire, qui n'a que deux pouces de diametre, sur lequel la carte du monde est gravée avec un horizon d'argent, pour le placer aisément selon la situation de chaque Pays. Par le moyen de ce globe, avec son horizon différemment situé, & du rayon solaire, on verra tous les phénoménes de la sphére *droite*, *oblique* & *paralléle*. Ayant placé l'horizon pour un Pays, vous voyez aisément par le rayon solaire, en quel tems le soleil est au-dessus ou au-dessous de l'horizon de ce Pays, & en quel point de la boussole il se leve dans ce Pays chaque jour de l'année. S'il a une amplitude ou non, si elle est nord ou sud, & combien elle est plus grande ou plus petite dans une latitude que dans l'autre; c'est-à-dire, en quel tems & combien le soleil se leve & se couche plus nord ou plus sud par rapport aux vrais points d'est & d'ouest.

5°. PLACEZ de nouveau la petite terre, & l'ayant mise au premier dégré du capricorne, placez l'*index* horaire à XII. vers le soleil, avec le méridien de *Londres*. Ensuite vous ferez attention qu'un plan qui passe par l'axe de la terre, & par l'étoile polaire, (à une distance immense), passe aussi par le Méridien de *Londres* & par le centre du soleil. Ayant donc arrêté le mouvement annuel, afin que la terre puisse tourner autour de son axe sans sortir de sa place, chaque tour de la manivelle entraînera le Méridien de *Londres*, jusqu'à ce qu'il revienne à sa premiere place, & que *Londres* fasse face à l'étoile polaire, comme auparavant; c'est-à-dire, que cette Ville revienne dans le plan d'où elle étoit sortie; c'est ce qu'on appelle le *jour des étoiles*. Mais comme ici le soleil est dans le même plan que l'axe de la terre, & l'étoile polaire; le jour des étoiles est le même que celui du soleil: parce que le Méridien de *Londres* arrive au centre du soleil en même-tems qu'il arrive à l'étoile polaire. Mais comme cela dépend de l'immobilité de la terre, la chose n'est pas vraye dans le fait, & ainsi pour connoître ce qui arrive réellement, il faut imprimer à la terre le mouvement annuel. Un tour de la manivelle donne non-seulement à la terre un tour sur son axe, mais il la fait avancer presque d'un dégré dans l'écliptique. Si maintenant on observe le Méridien de *Londres*, on trouvera qu'il n'est pas encore arrivé au rayon solaire, parce que quoiqu'il soit arrivé au plan qui passe par le centre de la terre & par l'étoile polaire, ce plan ne passe plus par le centre du soleil, parce que le centre de la terre a quitté sa place, & s'est mû *in consequentia;* de sorte que la manivelle doit s'avancer un peu plus, avant que le Méridien de *Londres*, (qui a fait tout le tour pour une révolution journaliere des étoiles), arrive au rayon solaire, pour faire un jour solaire, qui est plus long que la révolution des étoiles, de l'espace de 4 minutes de tems. Ainsi la terre tourne autour de son axe en 23 heures & 56 minutes; mais chaque Pays qui a midy, ou le soleil au sud, doit faire plus que d'une révolution autour de l'axe pour revenir à midy. Cette différence entre le jour solaire & la

révolution des étoiles, est si petite, qu'on peut à peine s'en appercevoir dans une simple révolution; mais si l'on fait 15 tours de la manivelle, ces 15 différences faisant une heure, (prises toutes ensemble), on verra que précisément après 15 tours, le plan passant par la terre, & par l'étoile polaire, laisse si loin le soleil, que le rayon solaire au lieu de pointer au Méridien de *Londres*, ne pointe qu'à celui qui est immédiatement avant, & qui est une heure plus à l'est, & l'aiguille horaire au bas, qui marque XII. ne marque que la révolution diurne des étoiles; mais il faut par le moyen de la manivelle, la porter au nombre 1. avant que de pointer au centre du soleil. Si la terre est portée sur un mois dans sa course annuelle, l'*index* horaire étant à XII. s'écartera du midy solaire de deux heures de la révolution des étoiles: après 3 mois il s'écartera de 6 heures; après 6 mois de 12 heures, ou étant à minuit du soleil il marquera le midy des étoiles; & c'est la raison pourquoi les étoiles auprès du soleil, (qui chaque jour à midy seroient visibles autour du soleil, s'il étoit totalement éclipsé, mais qui sont invisibles, parce que leur lumiere est absorbée par celle du soleil), après 6 mois sont visibles à minuit. Au bout de 9 mois, l'*index* horaire s'écarte du soleil de 18 heures, & après 12 mois, ou après une révolution annuelle de la terre, il s'en écarte de 24 ou de rien du tout; c'est-à-dire, que la révolution annuelle des étoiles est plus courte d'un jour que l'année solaire; ce jour étant composé de toutes les différences, ou de 360 fois 4 minutes, & plus exactement de 365 $\frac{1}{4}$ fois 3 minutes & 56 secondes

6°. RAMENEZ la terre au premier dégré du capricorne, ôtez le rayon solaire, & fixez un petit *index* dans un trou du soleil, pour représenter une de ses taches, qui nous ont fait connoître le tems de sa révolution autour de son axe. Arrêtez le mouvement annuel, & placez ce nouvel *index* solaire vis-à-vis du Méridien de *Londres*, ou de l'*index* horaire sur XII. Après 25 tours & $\frac{1}{4}$, l'*index* solaire reviendra, & sera dirigé vers le centre de la terre; mais le Méridien de *Londres*, & l'*index* horaire qui est dans son plan, ira au-delà de XII. jusqu'à VI. Cela fait voir le tems absolu de la révolution du soleil autour de son axe. Placez chaque chose comme auparavant, & faites aller le mouvement annuel, observant que comme l'*index* solaire est dirigé au centre de la terre, il est aussi dirigé au premier dégré du capricorne. Tournez la manivelle 25 $\frac{1}{4}$ fois, & vous verrez que l'*index* solaire ne pointe pas encore au centre de la terre, (quoiqu'en pointant au premier dégré du capricorne, que la terre a maintenant quitté, le soleil paroisse avoir fait une révolution entiere autour de son axe); mais il faut encore près de deux tours de la manivelle, pour que cela arrive. C'est la raison pour laquelle les Astronomes, qui ne croyent pas le mouvement de la terre, ont compté, en observant une tache du soleil, une révolution du soleil autour de son axe, lorsqu'ils ont vû de la terre la tache placée dans le même point du disque du soleil, où ils l'avoient observée au commencement, & delà vient qu'ils ont prétendu que le soleil employoit environ 27 jours à tourner autour de son

NOTES sur la Ve. Leçon.

axe ; mais cette révolution n'est qu'apparente, & la révolution réelle s'acheve deux jours plûtôt.



7°. OTEZ la pointe ou l'*index* de la surface du soleil, faites revenir la terre au tropique du capricorne, & arrêtez le mouvement annuel. Ensuite sur l'orbite lunaire *a b c*, fixez la tige de la lune, & placez-y la lune *e d*, qui est représentée par une petite balle d'argent, dont le diametre est $\frac{5}{7}$ de celui de la balle qui représente la terre, (selon la vraye proportion que ces corps ont dans la nature), ayant un côté clair, pour représenter le côté de la lune, que nous voyons toujours, & l'autre côté gravé pour représenter celui qui n'est jamais vû de la terre. Placez le côté clair de la lune vers la terre, son corps étant placé exactement entre le soleil & la terre, comme dans le tems de la nouvelle lune, & tournez ensuite la manivelle. Vous verrez, 1°. Que 27 tours $\frac{1}{3}$ feront parcourir à la lune toute son orbite, & la feront revenir au même point; ce qui fait voir que la période de la lune est de 27 jours & près de 8 heures. 2°. Que le même côté de la lune est toujours tourné vers la terre, l'hémisphére gravé de la balle lui étant toujours opposé. 3°. Que la lune ne tourne qu'une fois autour de son axe, pendant qu'elle fait une révolution autour de la terre ; & 4°. Que le mois *périodique* seroit le même que le *synodique*, si la terre n'avoit point de mouvement annuel ; c'est-à-dire, que la révolution de la lune en comptant depuis la nouvelle ou pleine lune, ne finiroit qu'à la nouvelle ou pleine lune suivante : au lieu que dans le réel la période de la lune, (ou le mois périodique), est un peu moindre que 27 jours & $\frac{1}{3}$; mais le mois synodique, ou le tems écoulé depuis la nouvelle lune jusqu'à la nouvelle lune suivante, ou depuis la pleine lune jusqu'à la pleine lune suivante, est d'environ 29 $\frac{1}{2}$ jours, parce que dans le tems d'une révolution, la terre est portée si avant dans l'écliptique, que lorsque la lune a achevé sa période autour de la terre, elle n'est plus dans la ligne qui joint les centres de la terre & du soleil ; mais qu'elle doit se mouvoir encore plus de 2 jours sur son orbite, pour être dans cette ligne. On voit cela aisément dans la machine ; car si l'on place la terre au premier dégré du capricorne, & la lune entre la terre & le soleil, & qu'ayant fait aller le mouvement annuel, on tourne la manivelle 27 $\frac{1}{3}$ fois, la terre se trouvera si avancée dans l'écliptique, que quoique la lune ait achevé sa période, elle ne sera pas encore dans une même ligne avec le soleil ; mais si vous appliquez un fil sur le centre de la lune & de la terre, & un autre sur le centre du soleil & sur le premier dégré du capricorne, (qui est la ligne d'où la terre & la lune sont parties), vous trouverez ces deux fils paralléles ; ce qui fait voir que la lune a réellement fini sa période, quoiqu'elle ne paroisse pas l'avoir fait par rapport au soleil. Mais si vous donnez à la manivelle un peu plus de 2 tours, vous acheverez le mois synodique, en portant la lune de nouveau entre le soleil & la terre, & le lieu de la terre sur l'écliptique, vous fera voir qu'elle a avancé de 29 jours & demi.

8°. CONDUISEZ la terre au premier dégré de l'écrevisse ; & ayant mis

mis sur la lune le bonnet noir qui lui appartient, avec son côté convexe opposé au soleil comme en *e*, placez la lune entre la terre & le soleil ; c'est-à-dire, dans le point de la nouvelle lune : ensuite tournant la manivelle, vous aurez successivement toutes les phases de la lune, selon qu'elles arrivent, pendant que la lune tournant autour de la terre dans son orbite, est aussi portée avec la terre autour du soleil. Car, 1°. Le bonnet noir représentant la partie obscure de la lune, couvre entierement tout son hémisphére blanc, qui est tourné vers la terre, faisant voir par-là comment la nouvelle lune nous est invisible ; ensuite après quelques tours de la manivelle, vous verrez qu'une petite partie de l'hémisphére blanc sort de dessous le bonnet, (c'est-à-dire, de l'ombre), & forme un croissant. A mesure que vous avancerez, vous verrez le premier quartier, & après 7 tours la lune à demi pleine ; & ensuite sortant toujours de plus en plus de dessous le bonnet, jusqu'à ce qu'à 14 tours & $\frac{1}{2}$, vous ayez le *phénoméne* de la pleine lune, lorsque l'hémisphére blanc est entierement hors du bonnet, & que la terre est entre le soleil & la lune. A mesure que vous continuerez à tourner, vous verrez décroître par dégrés les phases de la lune, jusqu'à ce que vous ayez de nouveau la nouvelle lune ; & maintenant vous pourrez voir tous ces phénoménes dans le même-tems, comme ils arrivent dans le Ciel.

9°. OTEZ le soleil, & mettez à sa place la lanterne qui appartient au *Planetaire*, laquelle a deux verres convexes, (sans lesquels on ne peut pas avoir les rayons paralléles, convergents, ou divergents, avec assez de vivacité), pour faire voir comment la terre & la lune sont éclairées par le soleil, & pour démontrer les *phénoménes* des éclipses. Rendez la chambre obscure, & vous verrez clairement les phénoménes du jour & de la nuit, avec les saisons & phases de la lune ci-dessus mentionnées, sans l'horizon solaire ou le bonnet noir de la lune, dont on ne fait usage que lorsqu'on ne veut pas comparer la lumiere & l'obscurité.

Lorsqu'on employe la plus grande terre avec des pointes pour représenter d'une maniére convenable les Habitans, on voit clairement ce que les Géographes disent sur les Habitans de la terre, par rapport à leurs ombres, tels que sont ceux qu'ils appellent *Ascéens*, *Amphiscéens*, & *Heteroscéens* ; on pourra aussi mieux comparer ensemble les jours & les saisons des *Antœciens*, *Periœciens*, & *Antipodes* : comme aussi (lorsqu'on fait usage de la terre d'hyvoire, avec son horizon d'argent), on verra clairement comment le soleil paroît s'élever au-dessus de notre horizon, & se coucher au-dessous, avec amplitude, ou sans amplitude, les rayons réels de la lumiere faisant maintenant ce que les rayons solaires de fil de cuivre ne faisoient qu'imiter auparavant. Il y a aussi une invention d'une plaque d'argent que l'on met sur un point de la surface de la terre, & qui tourne avec elle, pour faire voir la distinction entre l'horizon sensible & rationel d'un Pays ; mais en même-tems pour faire remarquer que la distance immense du soleil est cause que ces deux horizons se confondent presque, & que le lever & coucher du soleil est le même au même moment par rapport aux deux horizons.

Notes sur la Ve. Leçon.

La lumiere secondaire de la lune (c'est-à-dire, celle qui étant reflechie de la terre, tombe sur la partie obscure de l'hemisphére de la lune qui est tournée vers la terre, & y produit une clarté foible telle que celle que nous recevons de la lune) par laquelle dans un tems serein, au croissant ou déclin de la lune, nous voyons le reste du disque de la lune d'une couleur sombre & tannée, (& même quelquefois nous voyons de cette maniere la lune entiere au moment qu'elle est nouvelle) se voit très-bien ici par la lumiere de la lanterne, & l'on voit aussi comment la terre en tournant devient une lune par rapport à la lune.

Pour faire voir les *phénoménes* des éclipses; 1°. Placez la petite terre, la lune étant sur sa tige, & la lanterne à sa place; vous verrez comment la lune en passant entre le soleil & la terre, jette son ombre sur certaines parties de la terre, dont les habitans ont une éclipse totale du soleil dans les endroits où l'ombre passe, & une éclipse partielle dans la *Penombre* ou auprès de l'ombre. Lorsque la lune étant pleine passe de l'autre côté de la terre, en sorte qu'elle perd sa lumiere par l'interposition du corps de la terre; c'est-à-dire, à mesure qu'elle traverse l'ombre de la terre, il y a une éclipse totale de lune, qui pendant tout le tems de sa durée est visible à tous les habitans de l'hemisphére de la terre, qui est tourné vers la lune dans ce tems-là. Mais quoique cette position du *Planetaire* fasse voir en quoi consiste l'éclipse du soleil & de la lune, elle ne représente pas ce qui arrive réellement eû égard au tems des éclipses; car elle fait voir une éclipse dans chaque nouvelle & pleine lune, au lieu que nous avons rarement plus de quatre éclipses dans toute une année, & que souvent nous n'en avons pas tant. La raison en est, que quoique la terre artificielle & la lune de la machine ayent une juste proportion l'une avec l'autre, l'orbite de la lune est 10 fois plus petite qu'elle ne devroit l'être à proportion de ces corps: outre cela l'orbite de la lune n'est pas dans le plan de l'écliptique, mais elle forme avec elle un angle d'environ 5 degrés; de sorte qu'à moins que la lune ne soit dans les nœuds ou auprès des nœuds, (qui sont les points où l'orbite de la lune coupe le plan de l'écliptique) au tems qu'elle est pleine ou nouvelle, il n'y a point d'éclipse; parce que l'ombre de la lune passe au nord en-dessus, ou au sud en-dessous du globe de la terre en nouvelle lune, & que la lune passe au nord en-dessus, ou au sud en-dessous de l'ombre de la terre en pleine lune. Il est vrai que quelques faiseurs d'*Orreryes* ont fait monter & descendre la lune dans sa route, sur une orbite inclinée comme il convient, & qu'outre cela ils ont fait mouvoir les nœuds de cette orbite en arriere ou *in antecedentia*, (c'est-à-dire de l'est à l'ouest) par une révolution de dix-neuf ans, comme il arrive dans la nature; mais n'ayant pas augmenté l'orbite de la lune, ni placé des balles plus petites pour la lune & la terre, ils n'ont pas évité cet inconvenient des éclipses trop fréquentes. D'autres pour l'éviter ont donné à l'orbite de la lune une inclinaison triple ou quadruple, détruisant une verité pour en expliquer une autre.

Je fais voir encore dans mon *Planetaire*, la vraye inclinaison de l'orbite de la lune, le mouvement des nœuds & la vraye grandeur de l'orbite relativement aux corps, & par conséquent les vrais *phénoménes* qui ont rapport au tems & à la quantité des éclipses, en faisant les changemens suivans.

J'ôte la lune & la terre, & sur le cercle d'argent *n p* (qui est divisé en dix-neuf parties correspondantes aux dix-neuf ans du mouvement des nœuds) je fixe une orbite de fil doré bien délié, bien incliné dans ces nœuds sur ce cercle comme il convient, avec deux petites lunes, qui aussi-bien que la petite terre, que l'on y place en même-tems, ont une juste proportion avec la grandeur de l'orbite : & ensuite par le moyen d'un petit morceau de papier blanc, attaché derriere la terre au tems de la nouvelle lune, les ombres de la terre & de la lune font voir s'il y aura une éclipse de soleil ou non ; si l'éclipse sera totale ou partielle, de longue ou de courte durée, & si elle sera au nord ou au sud ; en tenant de même le papier derriere la lune au tems de la pleine lune, on verra s'il y aura une éclipse de lune ou non ; & s'il y a une éclipse, de quelle espece, &c.

10°. Il y a des parties fixées au *Planétaire* qui font voir en quoi consistent les *parallaxes*, & comment on doit les observer, telles que les parallaxes annuelles, mensales & diurnes. Ce qui fait voir évidemment comment on a tenté de decouvrir par ces méthodes les distances du soleil & des étoiles fixes, sans pouvoir y réussir parfaitement, mais qu'on a réussi à decouvrir celle de la lune. Il y a aussi une invention pour faire voir ce que l'on entend par la *longitude* à la mer par où l'on voit qu'on la trouvera à la fin par la rencontre de la lune avec les étoiles fixes, lorsque la théorie de la lune sera dans sa perfection. J'ai aussi inventé une partie additionnelle pour faire voir la *celidrographie* sur le *Planétaire ;* c'est-à-dire, les *Phénoménes* des taches de *Venus*, du jour & de la nuit, & des saisons dans cette planéte, qui (selon les découvertes de M. *Bianchini*) tourne en vingt-quatre jours & huit heures, autour d'un axe incliné de quinze degrés sur le plan de l'orbite de cette planéte, cet axe continuant toujours d'être parallele à lui-même. Il y a aussi un fil de métal pour représenter un rayon perpendiculaire du soleil, & un horizon solaire pour faire voir la spirale sensible que le soleil doit paroître décrire chaque jour à un habitant de Venus. On peut aussi mettre la lanterne au lieu du soleil, &c. mais j'ai differé de mettre cette machine additionnelle à mon *Planétaire*, pour attendre si les observations des autres Astronomes auront confirmé les nouvelles & grandes découvertes de M. *Bianchini.*

Quelques-uns de nos Astronomes m'avoient détourné de publier ici ma celidographie, revoquant en doute les découvertes de *Bianchini ;* mais notre illustre President *Martin Folkes*, m'ayant appris que M. *Bianchini*, qu'il connoît parfaitement, est trop exact pour se tromper dans les Observations Astronomiques, & trop honnête homme pour rien publier contre la verité, j'ai cru qu'il étoit à propos de donner ici la Dissertation suivante.

DISSERTATION sur la Planéte de Venus, *selon les découvertes de* Bianchini, *telle qu'elle est représentée par l'Ouvrage à rouës de mon Planétaire.*

Sa révolution autour du soleil est, comme on le sçavoit auparavant, de près de 225 jours.

NOTE sur la Ve. Leçon.

Sa révolution autour de son axe est de 24 jours 8 heures, & non pas de 23 heures, comme on l'avoit crû ci-devant.

Le globe terrestre de *Venus* a ses particularités remarquables.

1. L'ANGLE de son axe avec le plan de l'écliptique est de 15 degrés.

2. LES tropiques sont éloignés du pole de 15 degrés, ou de l'équateur de 75°.

3. LES cercles polaires sont éloignés de 15° de l'équateur ou de 75° des poles.

4. LE plan de l'horizon solaire au jour le plus long fait un angle de 15° avec l'équateur.

5. LA plus grande déclinaison du soleil est de 75 degrés.

6. IL n'y a que 9 $\frac{3}{4}$ jours dans chaque révolution autour du soleil.

7. POUR mettre les jours à un compte rond, il faut ajouter de quatre en quatre ans une année bissextile qui en la prenant dans les quatre quartiers d'une révolution, fait l'année bissextile de *Venus* de dix jours de cette planéte qui valent 7 $\frac{1}{2}$ mois de notre année terrestre.

8. LE plus long jour pour le pole nord contient 4 $\frac{7}{8}$ révolutions diurnes apparentes du soleil. Quoiqu'à la rigueur à celui qui seroit au pole nord, chaque point de l'horizon paroîtroit au sud, cependant on peut fixer un point du sud, & celui-là regleroit les autres points cardinaux pour cette position de la sphére. Si l'on appelle meridien celui qui passe par le soleil & par le zenith, lorsque le soleil est dans sa plus grande hauteur, & si l'on appelle sud le point où ce meridien coupe l'horizon, on aura l'est, ouest & le nord sur l'horizon avec les phénomenes suivans. Le soleil se levera à 22 $\frac{1}{2}$ degrés nord depuis l'est, sous un angle d'un peu moins de 10 degrés avec l'horizon, & se mouvant dans une spirale, après qu'il se sera avancé de 112 $\frac{1}{2}$ degrés (qui se mesureront sur l'horizon) il passera au meridien à la hauteur de 10 degrés; ensuite faisant une révolution entiere, il passera au même meridien à la hauteur de 42 $\frac{1}{2}$ degrés : faisant une autre révolution, il repassera au meridien à la hauteur de 75 degrés ou de 15° de distance au zenith : de-là il descendra de nouveau par la même spirale, & en descendant il coupera le meridien à la hauteur de 42 $\frac{1}{2}$ degrés; & enfin dans sa cinquiéme révolution, il coupera le meridien à la hauteur de 10 degrés, & s'avancera de 112 $\frac{1}{2}$, il se levera par une amplitude nord de 22 $\frac{1}{2}$ degrés.

9. LES phénoménes au pole sud seront les mêmes que ceux-ci *mutatis mutandis*.

10. SUPPOSONS maintenant que le globe artificiel qui représente *Venus* soit rectifié pour un endroit sous le tropique où le soleil est vertical dans sa plus grande déclinaison nord au colure des solstices; lorsqu'un horizon solaire, dont le pole est au point solsticial est aussi l'horizon rationel; nommons ce colure le meridien, & nous observerons les phénoménes suivans.

Le soleil se levera avec une amplitude nord de 7 ½ degrés, & se mouvant toujours dans une spirale visible (dans cette position & dans toutes les autres de la sphére) il viendra au meridien la premiere fois avec une hauteur de 25 degrés; ensuite sans se coucher, il viendra la seconde fois au meridien à la hauteur de 57 ½ degrés; la troisiéme fois, il viendra au meridien jusqu'au zenith; la quatriéme fois il passera au meridien avec une hauteur de 57 ½ degrés; la cinquiéme fois il y passera à la hauteur de 25 degrés, & à la fin il se couchera avec une amplitude nord de 7 ½ degrés; dans l'autre moitié de l'année il fera nuit pour ce pays.

11. POUR l'autre hemisphére qui est sud, le lieu dans le tropique où le soleil est vertical au solstice, aura les mêmes phénoménes, excepté que le colure des solstices ne sera pas dans le même meridien où il étoit de l'autre côté, mais 45 degrés plus ouest.

N. B. *Dans un an les points des solstices dans l'hemisphére avancent de 90 degrés; de sorte que quoique la spirale où se fait le mouvement apparent du soleil, soit de la même espece dans chaque année de* Venus, *cependant elle n'est pas tout-à-fait la même, (c'est-à-dire, que le soleil ne passera pas verticalement sur les mêmes endroits) jusqu'à ce que quatre révolutions annuelles de Venus ayent été achevées.*

12. LES phénoménes dans l'équateur ne seront pas les mêmes dans chaque degré, parce que le jour est une trop grande partie de l'année; il nous faut donc considerer ici deux points de l'équateur. Le premier sera celui qui est coupé par un colure qui passe par le point solsticial du tropique nord, & là les phénoménes du soleil seront les suivans. Lorsque le soleil est dans les signes nords, il se leve le premier jour avec 13 degrés d'amplitude nord ensuite il vient au meridien avec 10 degrés de déclinaison, ou avec une hauteur de 80 degrés: marchant dans la spirale, il se couche avec 18 degrés d'amplitude nord. Le jour suivant il se leve avec 35 ½ degrés d'amplitude nord, il arrive au meridien avec 42 ½ degrés de déclinaison, (ou à la hauteur de 47 ½ degrés) & il se couche avec 50 ½ degrés d'amplitude nord. Le troisiéme jour il se leve avec 67° d'amplitude nord, vient au meridien avec une déclinaison de 75°, (qui est sa plus grande déclinaison, & alors sa hauteur n'est que de 15°) & il se couche avec une amplitude nord de 67 degrés revenant vers l'équateur. Le quatriéme jour il se leve avec amplitude nord de 50 ½ degrés, arrive au meridien avec 35 ½ degrés de déclinaison, (ou avec 47 ½ degrés de hauteur) & se couche avec 35 ½ degrés de déclinaison nord. Le cinquiéme jour il se leve avec 18 degrés d'amplitude nord, vient au meridien avec 10° de déclinaison, (ou 80 de hauteur) & se couche avec 3° d'amplitude nord.

N. B. *Ces apparences depuis 3 degrés d'amplitude nord du soleil à son premier lever le premier jour, jusqu'à 3° d'amplitude nord à son coucher le cinquiéme jour arrivent durant ⅓ d'une revolution diurne de plus que la moitié d'une révolution annuelle de* Venus.

13. LES mêmes phénoménes arrivent *mutatis mutandis*, lorsque le soleil est dans les signes sud.

NOTES sur la Ve. Leçon.



14. LES phénoménes de l'endroit de l'équateur où le soleil est au zenith à midi, le premier jour qu'il commence sa demie année seront les suivans. Le premier jour le soleil se leve à environ 8 $\frac{1}{4}$ degrés sud depuis l'est, arrive au meridien dans le zenith sans déclinaison, & se couche environ 8 $\frac{1}{4}$ degrés nord depuis l'ouest. Le second jour il se leve avec 24 $\frac{1}{4}$ degrés d'amplitude nord, arrive au meridien avec 32 $\frac{1}{2}$ degrés de déclinaison, (ou 57 $\frac{1}{2}$ degrés de hauteur) & se couche avec 40 $\frac{1}{4}$ degrés d'amplitude nord. Le troisiéme jour il se leve avec 56 $\frac{1}{4}$ degrés d'amplitude nord, vient au meridien avec 65° de déclinaison, (ou 25° de hauteur) & se couche avec 73 $\frac{1}{2}$ degrés d'amplitude nord. Le quatriéme jour le soleil se leve avec 62 $\frac{1}{2}$ degrés d'amplitude nord, vient au meridien avec 52 $\frac{1}{2}$ degrés de déclinaison, (ou 37 $\frac{1}{2}$ degrés de hauteur) & se couche avec 40 $\frac{1}{2}$ degrés d'amplitude nord. Le cinquiéme jour le soleil se leve avec environ 27° d'amplititude nord, vient au meridien avec 20° de déclinaison, (ou à 70° de hauteur) & se couche avec 12° d'amplitude nord. Cela arrive lorsque le soleil est dans les signes nord, de même *mutatis mutandis*, lorsqu'il est dans les signes sud.

De tout cela il suit qu'il n'y a point de sphére droite ou paralléle sur ce globe; le mouvement apparent du soleil étant très-oblique à un observateur au pole ou à l'équateur, aussi-bien que dans tout autre endroit.

15. A l'égard du mouvement annuel, le soleil paroît parcourir chaque signe du zodiaque en 18 jours, & presque $\frac{1}{7}$ de nos jours terrestres; ce qui fait un peu plus que $\frac{3}{4}$ d'un jour de Venus.

16. SI l'on veut me permettre de considerer les causes finales, voici mes conjectures. Peut-être que l'inclinaison de l'axe de *Venus*, & le nombre impair de 9 $\frac{1}{4}$ jours dans sa révolution annuelle qui donne au soleil une déclinaison si grande & si prompte, ont été ainsi reglés pour empêcher les effets trop grands de la chaleur du soleil, (qui à raison de la moindre distance de *Venus*, doit être deux fois plus grande qu'elle n'est sur la terre) en empêchant que le soleil ne tombe perpendiculairement sur les mêmes pays deux jours de suite; car ici le soleil paroît ne suivre la même route qu'une fois dans quatre ans. Outre cela les nuits étant plus longues, donnent le tems au sol échauffé de la planéte de se refroidir.

Si l'on compare ceci avec *Jupiter*, & qu'on le considere de même par voye de conjecture, on trouvera que la situation de son axe & la vîtesse de sa révolution autour de cet axe est très-bien imaginée pour augmenter l'effet de la chaleur du soleil dont la quantité diminue beaucoup par sa distance. La chaleur du soleil dans *Jupiter* n'est que $\frac{1}{25}$ de ce qu'elle est sur la terre; mais alors comme l'axe de *Jupiter* est perpendiculaire à son écliptique, le soleil éclaire perpendiculairement ou à fort peu près, sur la plus grande partie de la surface de *Jupiter*, en sorte que par sa lumiere constante dans le même endroit, il doit avec le tems l'échauffer suffisamment; & peut-être que les *bandes* de *Jupiter* ne sont que des vapeurs élevées de son terrein échauffé. La prompte révolution de *Jupiter* autour de son axe qui rend le jour un peu moins long que cinq heures, ne donne pas aux parties qui ont été échauffées pendant le jour, le tems de se refroidir trop vîte pendant la nuit.



Si l'on dit qu'auprès des poles de *Jupiter* il doit y faire bien froid, je répons que le soleil les éclaire tous les jours, ce qui n'est pas le cas de notre terre où les nuits sont longues de la moitié d'une année, & peut-être que les parties polaires sont habitées par des animaux differens de ceux qui vivent dans les zones torrides & temperées.

La machine qui fait voir méchaniquement comment les planétes & les cométes par un rayon mené du soleil, décrivent des aires proportionnelles aux tems, & que j'ai promise dans la 6e note sur la Leçon 5. appartient au Planétaire : *Ainsi je vais la décrire ici.* Voyez *Planche* 29. *Figures* 7 & 8.

La 7e *Figure* représente la surface supérieure d'un chassis de bois ou d'une caisse d'horloge à roües, liée par quatre vis. E T F V est une platine circulaire d'argent divisée en 88 parties (le nombre 88 étant celui des jours du tems periodique de mercure) avec une manivelle H G & un *index* GE. JKPPLM est une platine ovale d'argent divisé en un même nombre de parties que la platine circulaire, avec un canal ou rainure pour y faire mouvoir une petite balle ou planéte P. S représente le soleil dans l'un de ses *foyers*, L le *perihelie*, & J l'*aphelie*. S O est un *index* d'acier qui passant par la planéte P, la porte dans le canal elliptique, avec une vitesse réciproquement proportionnelle à sa distance de S. La partie SP de cet *index* qui est interceptée entre le soleil & la planéte où entrent S & P, represente le *rayon vecteur*, (dont on a déja parlé) qui devient continuellement plus court à mesure que la planéte vient de l'*aphelie* au *perihelie*, & qui s'allonge par degrés à mesure que la planéte va du *perihelie* à l'*aphelie*. La partie P O de l'*index* qui va au-delà de la planéte, & dont l'extrémité O décrit le cercle O Q R J N, n'est d'aucune conséquence dans notre consideration astronomique. Si une planéte (comme par exemple Mercure) se meut dans une orbite circulaire, concentrique au soleil, elle décrira non-seulement des aires égales en tems égaux, mais aussi des arcs égaux; ensuite en tournant uniformément la manivelle H, l'extrémité de l'*index* en E représentera exactement le mouvement d'une telle planéte ; mais si la planéte se meut dans une ellipse qui a dans unde ses *foyers* le soleil, & que le *perihelie* soit 6 fois plus proche que l'*aphelie*, la planéte partant de l'*aphelie* J, aura un mouvement acceleré dans la direction J K P L, & depuis L elle aura un mouvement retardé passant de M en J, & ainsi dans toutes ses révolutions elle changera continuellement de vîtesse, décrivant des aires égales en tems égaux. On en fait l'égalité & on la prouve de la maniere suivante. La planéte P avec son *index* qui la traverse, étant portée en J, placez l'*index* G E en E ; ensuite par le moyen la manivelle H, portez l'*index* à 10 degrés, ou de E en T, & vous verrez en même-tems que la planéte dans l'ellipse n'ira que de J en K à 3 ½ divisions, le *rayon vecteur* s'étant mû de S J en S K, par ou l'*aire* S J K a été décrite. Ensuite si la planéte est placée au *perihelie* L (ou l'on pourra la porter en tournant la manivelle H jusqu'à ce que l'*index* arrive en F) le *rayon vecteur* sur l'ellipse sera alors S L : & si l'*index* de la platine circulaire qui représente le tems du mouvement, est porté en avant depuis F (44 degrés) en V

NOTES sur la V[e]. Leçon.

(54 degrés) la planéte décrira depuis L tout l'arc L M, ou 20 degrés, en marchant 6 fois plus vîte qu'elle ne faisoit au commencement depuis J, & le *rayon vecteur* décrivant *l'aire* S L M d'autant plus grande que S J K, que S L est plus court que n'est S J, ce qui rend cette derniere *aire* S L M égale à la premiere S J K, & la vîtesse de la planéte en raison réciproque de la distance. Si l'on prend un lieu intermédiaire dans la courbe de l'ellipse, par exemple, le point *p*, pendant que *l'index* sur la platine circulaire se meut de 10 degrés, la planéte décrira l'arc elliptique *p* P, & le *rayon vecteur* décrira l'aire *p* S P égale aux aires précedentes.

Maintenant pour faire voir l'artifice de la machine, il faut ôter la planche supérieure du chassis, comme dans la *Figure* 8. où les platines circulaires & ovales, la manivelle de la planéte & les aiguilles ne sont representées que par des lignes ponctuées pour marquer leurs places. Sous la barre ou chevalet V G, il y a deux ovales Q T & O N, qui se meuvent l'une autour de l'autre par le moyen d'une corde de boyau qui passe dans une rainure sur leur épaisseur, se croisant en K. Ces ovales ont leurs centres de mouvement sur leurs foyers alternatifs S & J. Le soleil & le centre du mouvement du *rayon vecteur* est fixé au-dessus de S. Si l'on place la manivelle en J centre de l'autre ellipse N O, la partie de la circonference de l'ellipse Q T, qui touche celle de l'ellipse N O, sera portée circulairement avec des vîtesses proportionnelles aux distances de J, ou à la longueur des lignes J K, J 4, J 3, J 2, J 1, &c. qui représentent des leviers inégaux. Mais dans la situation présente representée dans la figure, la vîtesse de la planéte P dans le *peribelie* est la plus grande de toutes; car P S étant égale à S K, P à la vitesse du point K, qui est porté par le plus long levier J K. Lorsque l'ellipse N O a fait un demi tour, l'ellipse Q T change de situation, son point V venant en *s* où il est poussé par le levier J 1, six fois plus court qu'auparavant, & la planéte ayant glissé le long de son *rayon vecteur* jusqu'à son extrémité, est au-dessus du point J de son *aphelie* où elle a trois fois moins de vîtesse. On peut concevoir aisément le reste par rapport à la différente situation des ovales en examinant avec soin la figure. Quant aux deux rouës dont le nombre des dents est égal (peu importe quel que soit ce nombre) on ne s'en sert que pour tenir le cercle & l'ovale sur la surface de la machine (*Figure* 7.) à la distance convenable, & pour donner à la planéte & à *l'index* de la platine circulaire la même direction.

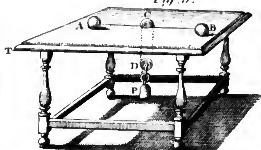
N. B. *Les ovales de bois & la platine ovale d'argent au-dessus de la machine doivent être semblables; mais il faut que ce soient des especes d'ellipse. J'en ai pris une ici plus excentrique qu'aucune orbite de planéte, uniquement pour rendre les phénoménes plus sensibles, quoiqu'elle ne soit pas aussi excentrique que celles des cométes qui auroient passé les bornes de la machine.*

FIN de la Description du Planetaire.

TABLE



Fig. 3.



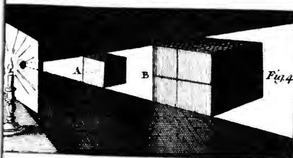
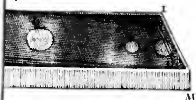
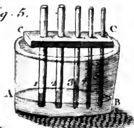


Fig. 5.

Fig. 6.

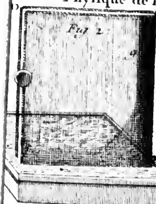




N° 1



Phyſique de Deſaguliers. Planche 2







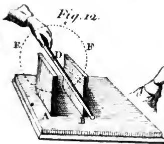










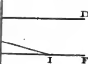




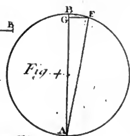












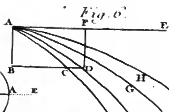
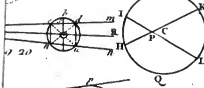
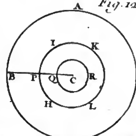


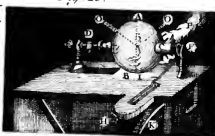


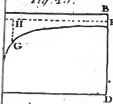


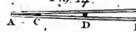
Fig. 8.
Un pouce divisé en 200 parties
50 100 150 200

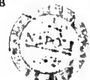












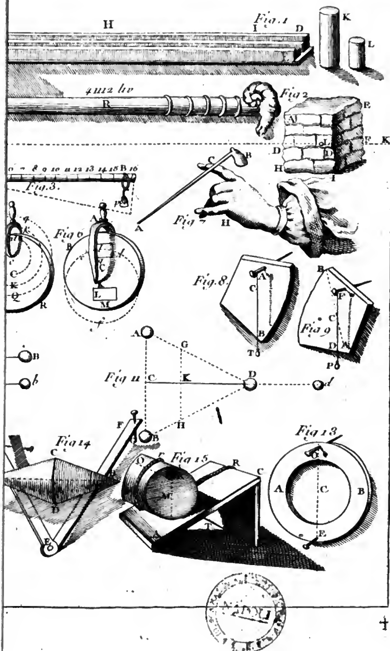

Fig. 1
Fig. 2
4112 liv
Fig. 3.
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8.
Fig. 9
Fig. 11
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15



Fig. 6.

Fig. 5.

Fig. 2.

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

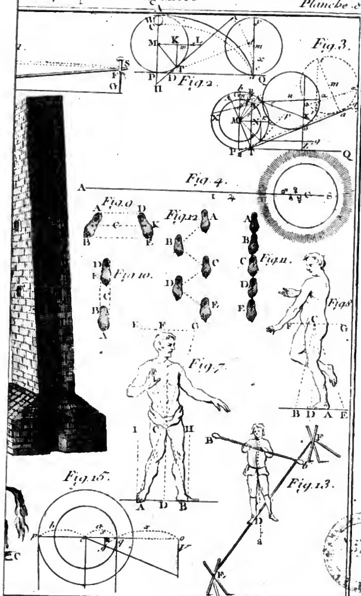
Fig. 4. Fig. 5.

Fig. 6. Fig. 7. Fig. 8. Fig. 9.

Fig. 11. Fig. 12. Fig. 13.

Fig. 14. Fig. 15.




Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 8.
Fig. 7.
Fig. 13.
Fig. 15.

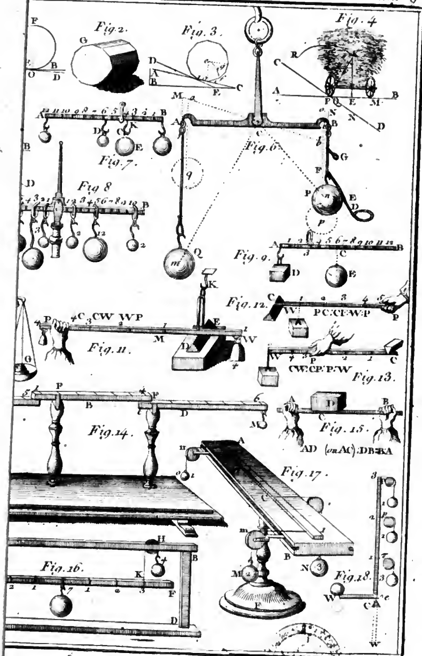

Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8
Fig. 9.
Fig. 11.
Fig. 12.
P.C:C.I::W:P
Fig. 13.
CW:CP::P:W
Fig. 14.
Fig. 15.
AD (ou AC):DB::BA
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.

Fig. 4

Fig. 5

Fig. 6.

Fig. 10

Fig. 11.

Fig. 13

Fig. 14

Fig. 12.



Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 5.

Fig. 6.

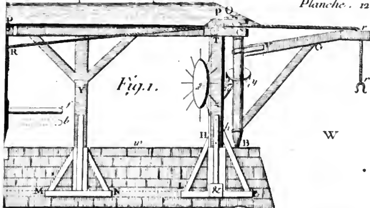
Fig. 7.

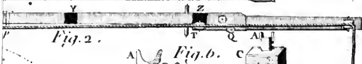
Fig. 10.

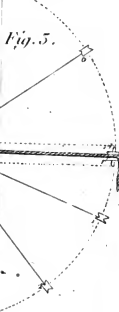
Fig. 11.

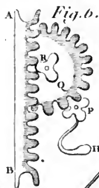
Fig. 13.

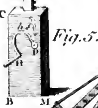
Fig. 14.

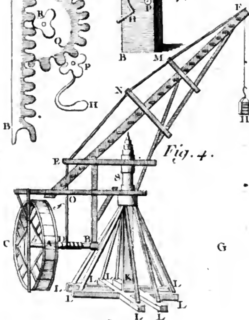

Fig. 1.
W

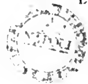

Fig. 2.


Fig. 3.

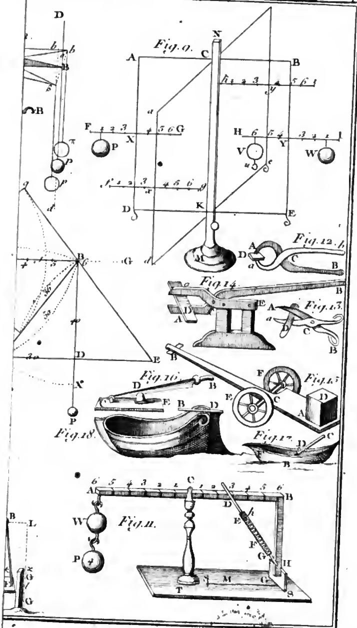

Fig. 6.

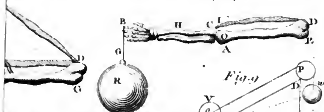

Fig. 5.


Fig. 4.
G






Fig. 9.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.


Fig. 4
Fig. 9

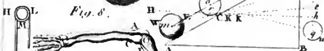

Fig. 8.


Fig. 13


Fig. 10.
Fig. 14.




Fig. 20.






Fig. 10.



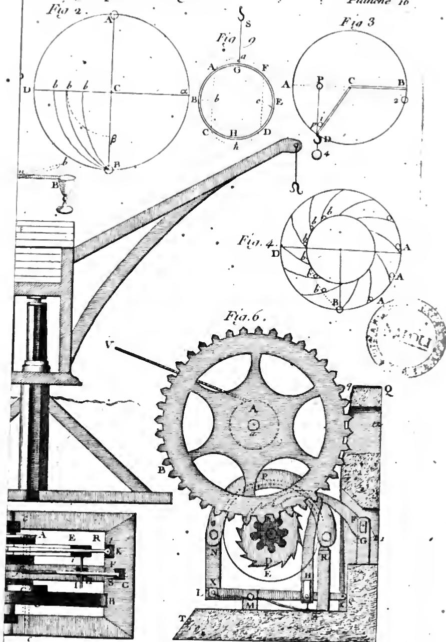


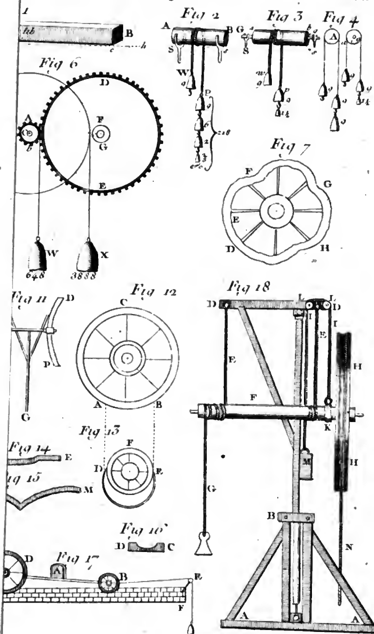









Fig. 2.
A
D
b
b
b
C
α
B
β
B
Fig. 9
S
a
A
G
F
B
b
c
E
C
H
D
h
Fig. 3
A
P
C
B
2
D
4
Fig. 4.
D
A
A
A
B
Fig. 6.
V
A
a
B
P
Q
D
E
N
R
G
F
H
X
L
M
K
T
A
E
R
K
I
F
H
S
G
B


Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 6
Fig 7
Fig 11
Fig 12
Fig 13
Fig 14
Fig 15
Fig 16
Fig 17
Fig 18
648
3888

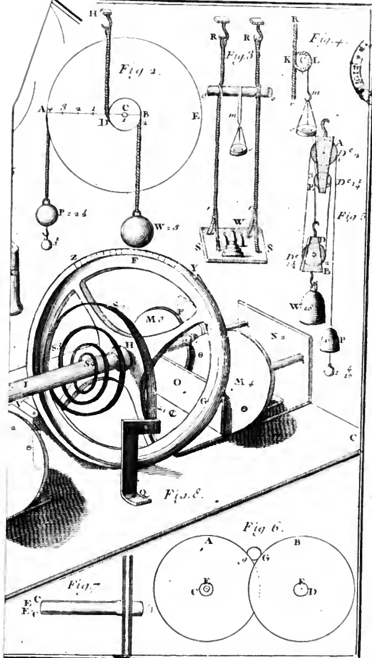
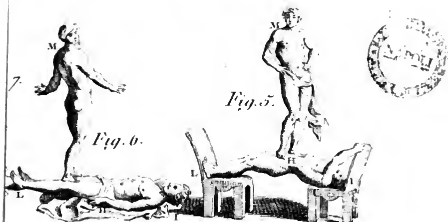
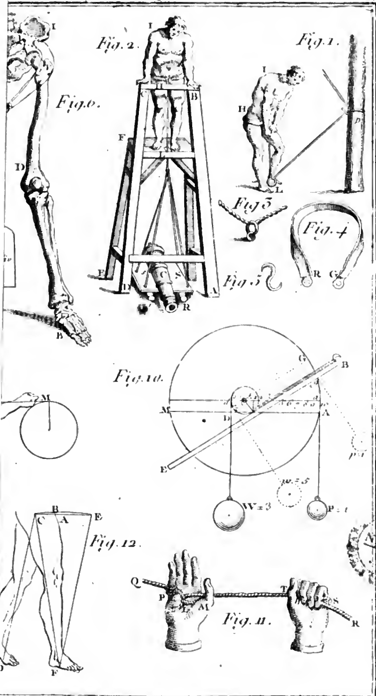

Fig. 2.
Fig. 3
Fig. 4.
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 7
Fig. 8.

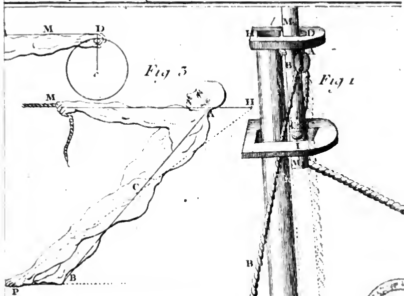
Fig. 2.

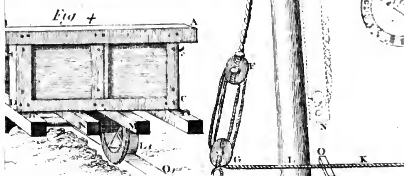
Fig. 1.

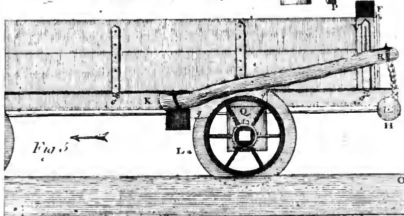
Fig. 3.




Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
W=3
P=1
w=5


M
D
Fig 3
M
H
C
B
P
Fig 1
B


Fig 4
A
C
G
O
L
K
P


F
K
Q
H
Fig 5
O

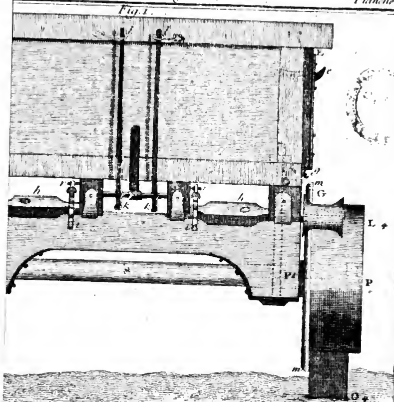

Fig. 1.
h
k
G
L
P
O
m

Fig. 2.


S
P

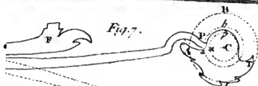

Fig. 7.
F
B
C
T


Fig. 5.


Fig. 8.
F
B
C
T

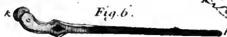
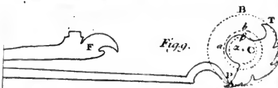
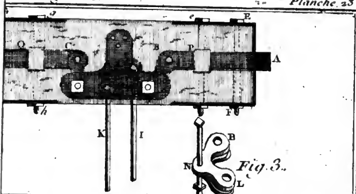
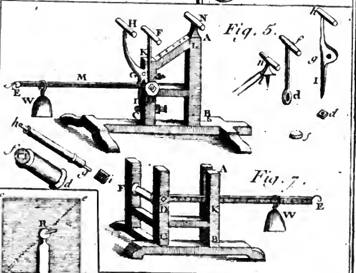
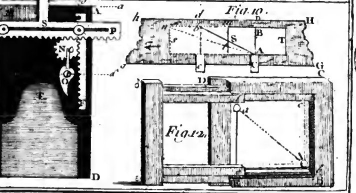

Fig. 6.
k
l


Fig. 4.
m
n
P


Fig. 9.
F
B
T
C
P


Fig. 3.

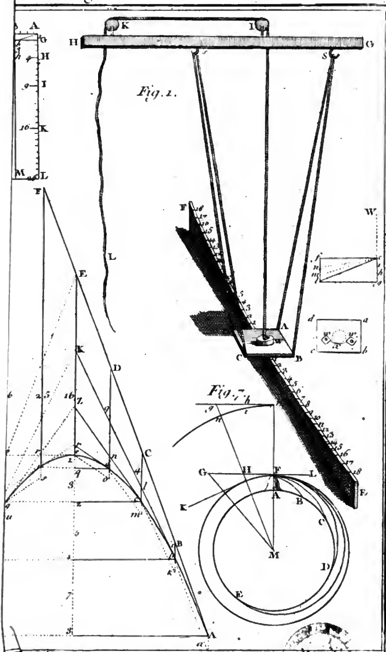

Fig. 5.
Fig. 7.

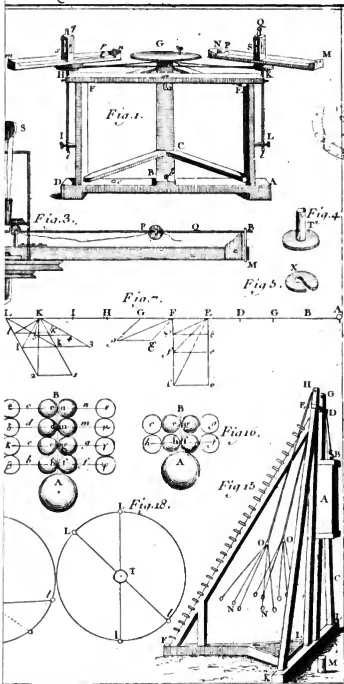

Fig. 10.
Fig. 12.

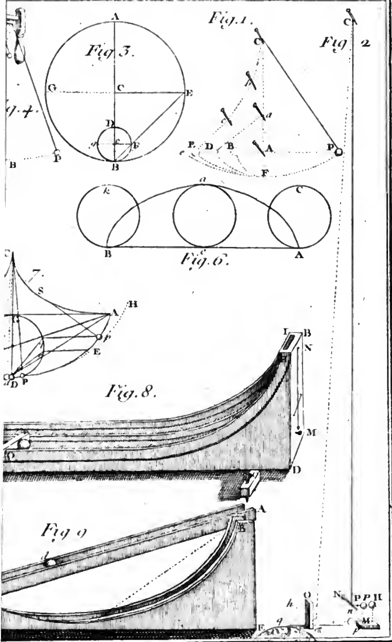


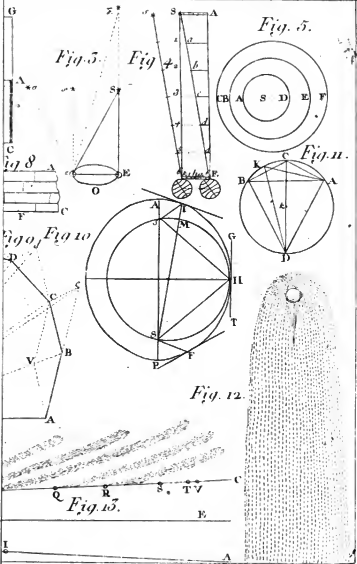


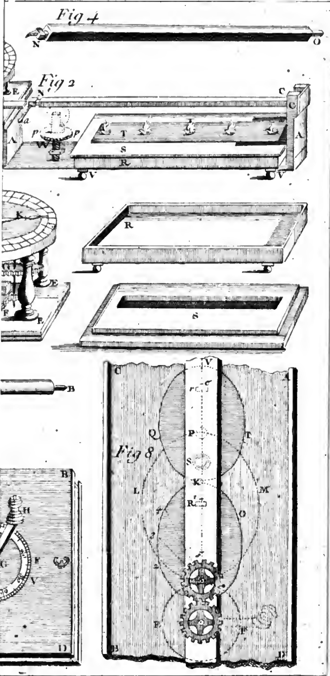



Fig. 1.
Fig. 7.
H
G
K
I
L
F
E
D
C
B
A
M
W


Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig 5.
Fig. 7.
Fig 16.
Fig 15
Fig. 18.


Fig. 3.
Fig. 1.
Fig. 2
Fig. 6.
Fig. 8.
Fig. 9


Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.

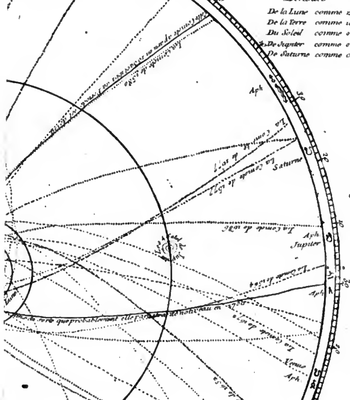

Fig 4
N
O
Fig 2
E
N
C
C
a
A
A
p
p
T
W
S
R
V
V
K
R
E
F
S
V
C
A
B
r
Q
P
T
Fig 8
S
L
K
M
R
O
H
B
G
F
V
D
B
D

Diametres et quantité de Matiere

	Diametre (milles)	Quantité de matiere
Le Soleil	763 000	227 500
Saturne	62 000	34
Jupiter	82 000	220
Mars	4 440	inconnue
La Terre	7 970	
Venus	7 000	inconnue
Mercure	4 240	inconnue
La Lune	2 270	entre $\frac{1}{39}$ et $\frac{1}{40}$

Densités

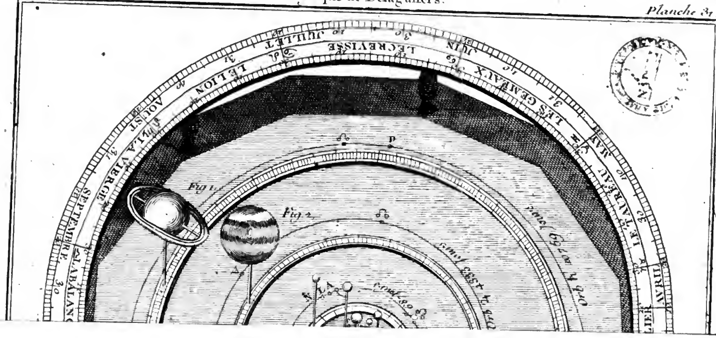
De la Lune	comme	123 ½
De la Terre	comme	100
Du Soleil	comme	025 ½
De Jupiter	comme	019
De Saturne	comme	005







Physique de Desaguliers.



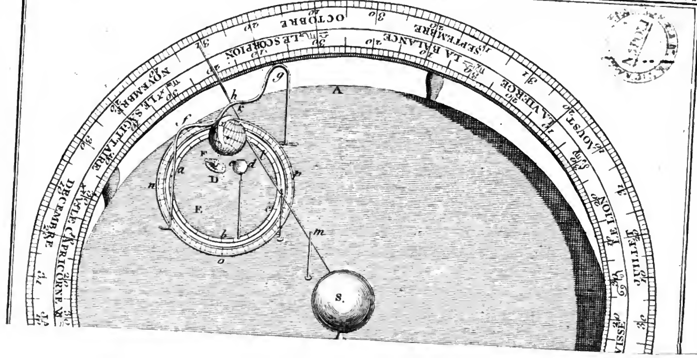

OCTOBRE
LE SCORPION
LA BALANCE
SEPTEMBRE
LA VIERGE
AOUST
LE LION
JUILLET
NOVEMBRE
LE SAGITTAIRE
DECEMBRE
LE CAPRICORNE
A
S.
m
g
h
F
D
E
d
a
b
o
f

TABLE ALPHABETIQUE DU PREMIER VOLUME.

A

B

C

N

O

P

Q

R

S

T

V

ERRATA

DU PREMIER VOLUME

DU COURS DE PHYSIQUE DE DESAGULIERS.

PAge 19. Article 34 à la fin *après le frottement*, *lisez*, après que le frottement a cessé d'agir.

P. 21. Exper. 16. lig. 10. à un ou deux pieds, *ajoutez*, de distance du récipient. *Lig.* 20 dedans, *lisez*, dehors.

P. 25. Au 3e alineâ, A B, *lisez* A D. *Lig.* 3 distancées, *lisez* distances. *Lig.* 6 le rayon A C, *ajoutez*, on peut diminuer de la même maniere la partie *e* G, mais on ne peut pas la réduire à rien.

P. 26. *lig.* 24 infiniment plus petit, *lisez* plus grand.

P. 29. au 2e alineâ, *lig.* 6 $\frac{1}{2600}$ &c., *lisez* $\frac{1}{36000}$ &c.

P. 30. *lig.* 3, $\frac{22}{1000}$ &c. *lisez* $\frac{2}{10000}$ &c.

P. 36. après N 12. & avant N 14, *écrivez* N 13 [C 19 — *lorsque le bois est plus solide &c.*] Si l'on se sert d'une colle dont les parties soient plus fines que celles du bois que l'on veut coller, elle tiendra aussi fortement que dans le bois le plus doux, comme on l'a éprouvé en collant du bois fort dur avec de la colle de poisson dissoute dans l'esprit de vin.

P. 37. *lig.* 8. *cgdebf*, *lisez*, cgdebf. *Lig.* 17. spérique, *lisez*, sphérique.

P. 38. *lig.* 24. G *d*, *lisez*, g d, *lig.* 25. G h, *lisez*, g *h*.

P. 40. Exper. 5. *lig.* 4. en G, *lisez*, en C.

P. 42. *lig.* 8 le lieu, *lisez* le lieu A.

P. 52. Exp. 3 *lig.* 2. points, *lisez* pointes.

P. 58. Exper. 9. *lig.* 4. vers E F, *lisez*, vers F F.

P. 59. *lig.* 6. commude, *lisez*, commun de. *Lig.* 8. 11. & 34. au lieu de × *écrivez* +.

P. 61. Exper. 13, *lig.* 3. au point C, *lisez*, D.

P. 63. Exp. 15. *lig.* 1. piedestal A B, *lisez* A E.

P. 64. Exper. 16. *lig.* 4. *a b c d*, *lisez* a b c d.

P. 65. *lig.* 9. la scie *c*, *lisez*, la scie *e*.

P. 69. N. 5. *lig* 3. σῶ, *lisez*, ξω, κοξμὸν, *lisez*, κορμὸν.

P. 78. *lig.* derniere A B × CD, *lisez*, A B + C D.

P. 79. *lig.* 3. A B × F E, *lisez*, A B + F E. & *lig.* 7. en remontant du bas de la page, le point F, *lisez*, le point E.

P. 80. au 2e alineâ, *a b c d*, *lisez*, abed, & *lig.* 2. *c d*, *lisez*, ed.

P. 82. *lig.* A O, *lisez*, A C, *lig.* 4 & 8. en montant, M.1, *lisez*, Mæ, *lig.* 3 en montant, ou T K, *lisez* M T K.

P. 83. *lig.* 11. M W, *lisez*, M w, de même *l.* 12, 20 & 23, W, *lisez*, w. *Lig.* 12 du corollaire, l'angle D 2, *lisez* *x* D 2.

P. 84. *lig.* 7. V, *lis.* 2. V z, *lis.* *v* z; préparation *lig.* 2. P U A, *lis.* P V A, *lig.* 6 en J, *lisez*, en T, *lig.* 8. R T U, *lisés* R T V, *lig.* 9 M T *v*, *lisés*, M T *v*, 2 T Z, *lisés*, U T Z, au suivant alinea *lig.* 3 vers *x*, *lisés*, 11.

P. 85. *lig.* 1. qui avoit, *lisés*, qui étoit. *Lig.* 6. T *a* & T E, *lisés*, T æ & T c; *lig.* 8. av, *lisés* au; *lig.* 15. M A G, *lisés*, G M A = G M R. *Lig.* 30 V Z, *lisés* *v* Z; ligne derniere 2 T z, *lisés* *v* T Z.

P. 86. *lig.* 10 en remontant, - *a v z*, *lisés*, est *a v z*.

P. 87. *lig.* 1 X, *lisez* *x* *lig.* 6. M T G, *lisez*, M T S. à la derniere ligne de cette 2e

méthode, le point V, *lisez*, *v*. *lig.* 2e de la méthode suivante, l'angle, *lisez*, la ligne. *lig.* penult. angle, la ligne, *lisez*, Angle avec la ligne.

p. 88. *lig.* 7. de la prop. 3. mesure, *lisez*, mesuré.

p. 89. *lig.* 20. vers 4, *lisez* vers *V*.

p. 92. *lig.* 7. pour, *lisez*, peut. *lig.* 14. la base fort, *lisez*, la base est fort. *lig.* 3. en montant, 30 & un, *lisez* & *io* l'un.

p. 98. *lig.* 14. & *a*, *lisez* & a C. *lig.* 15. qui ont, *lisez* qui sont.

p. 100. *lig.* 6, 12. onces A, *lisez* 12. onces a. *lig.* 12. x, *lisez*, k; *lig.* 14, 64 ou x K, *lisez*, 604. ou k K. *lig.* 16. x k, *lisez*, k K.

p. 103. *lig.* 9. en montant, mains, *lisez*, Masses; *lig.* penult. F F, *lisez*, E F.

p. 104. *lig.* 12. également, *lisez*, inégalement.

p. 105. Exp. 11 *lig.* 8 on n'attache, *lisez* si on n'attache.

p. 109. Art. 44. *lig.* 7 P G K, *lisez*, p G K.

p. 110. *lig.* 4, 5, 8, 10, & 13. en montant, changez les a & B en æ & B.

p. 111. *lig.* 8. & 13, a C, *lisez*, *a* C.

p. 112. *lig.* 12. cent fois, *lisez*, cinq fois.

p. 114. art. 51. *lig.* 7, portion, *lisez*, position.

p. 115. *lig.* 3. *u*, *lisez*, w. exper. 16. *lig.* 4. horintale N L B G, *lisez*, horizontale N L B J.

p. 116. *lig.* 7 & 8, en M, *lisez*, en *m*. *lig.* 10. M K, *lisez* *m* K. Art. 55. *lig.* 6. A P, *lisez*, A*p*.

p. 118. *lig.* 7. en montant, ses, *lisés*, les.

p. 122. *lig.* 9. est la puissance, *lisez*, est à la puissance. *lig.* 6. en montant, abc, *lisez*, ab.

p. 123. *lig.* 20. comme, *lisez*, contre.

p. 127. ar. 80. leurs traversiers &c. *lisez*, son traversier J F & ses crampons H g & h E, plus longs & plus forts &c.

p. 131. *lig.* 6. B Q, *lisez*, B q.

p. 132. *lig.* 4, pour, *lisez*, tout.

p. 141. *L.* 21. parveair, *lisez*, parvenir.

p. 143. ar. 6 *lig.* 8. L F, *lisés*, L S.

p. 145. au 2e alinea, sperique, *lisés*, sphérique.

p. 146. au 3e alineâ, maniére, *lisés*, matiére.

p. 151. *lig.* 5. levier A, *lisés*, A B; *lig.* 27. a o, *lisés*, *a o*. *lig.* 28. B ×, β ×, ——— , y x) + B y, *lisés* B x ——— β x (——— y x) + B y.

p. 152. *lig.* 1. qui font, *lisés*, font.

p. 153. *lig.* 17 au dessous, *lisés*, au dessus.

p. 159. ar. 30. *lig.* 6. pendant qu'il doit, *lisés*, pendant que l'air qui doit.

p. 161. dans la note, *lig.* 4. attachés au prez, *lisés*, non pas au prez : dans la 2e. Colomne, *lig.* 16. de la la, *lisés*, au delà de la largeur.

p. 163. *lig.* 2. du dernier alineà, étendus, *lisés*, tendus.

p. 164. *lig.* 4 & 7, étendu, *lisés*, tendu.

p. 168. *lig.* 5. de la démonstr. par la 4e. & 6e. *lisés*, par le 4e. du l. 6.

p. 169. coroll 2. l. 8, a A, *lisés*, a A B.

p. 172. *lig.* 2. $\frac{q^2-p^2+p^2 \times V}{q+p}$, *lisés*, $\frac{q^2-2pq+p^2 \times V}{q+p}$.

A la marge, *fig.* 13. 14. *lisés*, *fig* 13.

p. 173. *lig.* 1. $\frac{oa}{b}$, *lisez* $\frac{qa}{b}$. & $\frac{p6-qa \times V}{b}$, *lisés* $\frac{pb-qa \times V}{b}$.

p. 175. *lig.* 13. d'oscillation en, *lisés* d'oscillation o en.

Lig. 14. $\frac{ppb + bba}{qa-pb}$, *lisés*, $\frac{pbb + pba}{qa-pb}$.

Lig. 21. - 2 q b a, *lisés*, - 2 p q b a.

p. 176. scholie, *lig.* 5. + *b b*, *lisés*, + *p p b b*.

p. 179. *lig.* 1. De, *lisés*, De. *lig.* 21. P + p : P + *p*, *lisés*, P + p : p + *p*, (le 3e p étant plus petit que le 2e.)

p. 180. *lig.* derniere, *d c* &c, *lisés*, *de* est.

p. 183. *lig.* 10. q o e, *lisés*, que.

p. 185. scholie, *lig.* 5. A B b a, *lisés*, A D B *a*.

p. 186. avant l'expérience, *lig.* 3. en montant, en B, *lisés*, en β; sous expérience : *lig.* 1. BDC, *lisés*, BCD.
p. 190. *lig.* 3. en charpente, *lisés*, en bois de charpente.
p. 199. *lig.* 4. en montant, leçons suivantes, *lisés*, lemmes, suivants.
p. 200. *lig.* 4. & 5. b-a : g-a, *lisés*, b-a : a : : g-a.
p. 237. Corol. 28. *lig.* 7, le tout coup seul, *lisés*, le coup tout seul.
p. 241. *lig.* 8. quarrés, *lisés*, quarrés.
p. 247. 5e. colomne, *lig.* 3e. cordes, *lisés*, cordons.
p. 249. *lig.* 11. rien que, *lisés*, rien moins que.
p. 251. *lig.* 3 diametre la, *lisés*, diametre de la, &c.
Lig. 6. 1125, *lisés*, 1, 125. *lig.* 13. conclure de la, *lisés*, conclure la.
p. 256. au dernier alineâ, *lig.* 2. autre manivelle, *lisés*, machine.
p. 263. art. 2, *lig.* 4. intérieures, *lisés*, extérieures.
p. 267. à la marge. Planc. 38. ajoutez du 2e. volume.
p. 269. *lig.* 5. avant la scholie, qui percent, *lisés*, portent.
p. 271. au 1er. alineâ, *lig.* 4 & 5, 51, 52, 53, 54, *lisés*, S 1, S 2, S 3, S 4.
p. 272. *lig.* 5. de l'exper. 3. mouvement, *ajoutez*, après 25 vibrations.
p. 273 *lig.* 1. du poids d K, *effacez* d K. *lig.* 6. D *e*, *lisés*, D *c*. même ligne B C D, *lisés*, C. Q. F. D.
p. 275. dans la note, *lig.* 4. cela vaut beaucoup mieux, *lisés*, il vaut beaucoup mieux, & il est bien moins dangereux.
p. 278. *lig.* 26. position H L, *lisés* *b* L.
p. 280. au 1er. alineâ, *lig.* 15, notation, *lisés*, rotation.
p. 292. derniere ligne. 1. figure, *lisés*, fig. 4.
p. 297. *lig.* 3. S h r i, *lisés*, H h r i.
p. 300. art. 5. *lig.* penult. masteur, *lisés*, mâcheur.
p. 302. art. 1. *lig.* penult. servira aussi, *ajoutez*, à faire voir.
p. 307. *lig.* 18 & 19. dans le tems, *lisés*, dans le même tems.
p. 308. à la marge, fig. 12. *lisés*, fig. 11.
p. 313. *lig.* 3. en montant, c P, *lisés* c δ, *lig.* 5. en C, *lisés*, *c*.
p. 314. d E e x, *lisés*, d ε e x. *lig.* 3. d E, *lisés*, d ε. *lig.* 5. e p fl, *lisés*, e φ fl, e p, *lisés*, e φ.
p. 318. *lig.* 6. b y, *lisés*, h y. *lig.* 11. b y & b x, *lisés*, h y & h x. *lig.* derniere *c z*, *lisés* e z.
p. 319. *lig.* 10. B *c*, *c* D, *lisés*, B C, C D, *lig.* 15. *c*, *lisés*, *e*. *lig.* 5. en montant, *b l*, *lisés*, b l.
p. 320. *lig.* derniere, 107 : 15, *lisés*, 10. 7 : t 5.
p. 321. *lig.* 1 a h y, *lisés*, a h y. *lig.* 2, 15 : a h y, *lisés*, t 5 : t r h y. N°. 4. *lig.* 5 poutre, *lisés*, poudre.
p. 325. *lig.* 25. prendre, *lisés* prendront.
p. 336. *lig.* 5. F M, *lisés*, F H M. *lig.* 12. l'ac, *lisés*, l'arc. *lig.* 13. court, *lisés*, courbe. *lig.* 21. de corde, *lisés*, de cercle.
p. 338. dans la note. Electricité, *lisés*, Elasticité.
Art. 13. *lig.* 10. E f du parallelogr. E e f F, *lisés*, E f du parallelogr. E e f F. *lig.* 12. E ε ε F *lisés*, E ε φ F.
p. 339. *lig.* 4. E f, E F, *lisés*, E *f*, E f. *lig.* 6. & E F f, *lisés* E F f. coroll. 11. *lig.* 10, du corps, *ajoutez*, sera aussi plus grande étant opposée.
p. 340. *lig.* 5. K J, *lisés*, K *l*.
p. 346. art. 15. *lig.* 15. & 16. C V, *lisés*, C U, V A, *lisés*, U A, A V C, *lisés*, A U C; *lig.* 23. l'espéce, *lisés*, l'espace.
p. 347. coroll. 2. *lig.* penult. en secondes, *lisés*, en 9 secondes; ôtant de 81, *lisés*, ôtant 81, même page, *lig.* derniere, peu dans, *lisés*, pendant.
p. 348. *lig.* 3. par ligne égale C V, *lisés*, par la ligne égale C U. *lig.* 14. C V, *lisés*, C U. *lig.* 21. V C, *lisés*, U C. *lig.* 22. V c E e, *lisés*, U C E e.
p. 350. dans la note, *lig.* 3. de A en B, *lisés*, en D.
p. 352. à la marge. Note 2, *lisés*, note 4.
p. 355. coroll. 2. *lig.* 8. si la, *lisés*, par la.
p. 359. art. 24. *lig.* 12. enchancrure, *lisés*, échancrure.
p. 369. au 4e. alineâ, *lig.* 4. prouve, *lisés*, trouve. au 5e. ligne derniere, moment, *lisés*, mouvement.

p. 370. au 2e. alineâ, *lig.* 4. démontrée, *lisés*, déterminée.

p. 371. 2e. alineâ; *lig.* 1. par, *lisés*, pas : pondre, *lisés*, poudre.

p. 372. *lig.* penult. par pesanteur, *lisés*, par la pesanteur.

p. 374. *lig.* 3. C S D, *ajoutez*, D S E.

p. 376. *lig.* 7 & 9 en montant, A a, *lisés*, A æ.

p. 388. *lig.* 8. B x δ, *lisés*, β x δ. *lig.* 9. B æ b, *lisés*, B a b, en æ, *lisés*, en a.

p. 392. à la marge, fig 9, *lisés*, fig. 7.

p. 396. art. 62. *lig.* 2. A b, *lisés* A C.

p. 397. *lig.* 20. un peu, *lisés*, qu'un peu, *lig.* 23. *effacez* point L. *lig.* 27. il s'élevoit, *lisés*, il s'éleveroit.

p. 401. Demonstr. *lig.* 9. F B dans, *lisés*, E B dans.

p. 409. art 75. *lig.* 6. ajoutee, *lisés*, ajustee.

p. 413. *lig.* 21. la bander, *lisés*, le bander.

p. 414. *lig.* 23. picds, *lisés*, poids.

p. 416. *lig.* 4. en montant, leurs êtres, *lisés*, leurs rencontres.

p. 419. *lig.* 16. de B a, *lisés*, de B a *l*.
Lig. 17. b b, *lises* b *l*, B i, *lisés*, B *l*.
Lig. 18. B x, *lisés*, B x. *lig.* 19. parcouru B 2, *lisés*, B 2.
Ligne derniere J B, H B, *lises*, J B a H B.

p. 424. *lig.* 27. page 380., *lisés* page 419.

p. 426. *lig.* 13. de son orbite, *lises*, dans son orbite.

p. 427. *lig.* 3 en montant, page 308., *lisés*, page 336.

p. 428. *lig* 20. la tenez avec la main, *lises*, lâchez la main.
A la marge & dans la ligne vis-à-vis, fig. 14. *lisés*. fig. 1.

p. 429. *lig.* 3. en montant, page 32. *lisés*, page 352.

p. 430. *lig.* 1. 329. *lisés*, 360.

p. 433. *lig.* 17. le poids W dans, *lisés*, le poids W tombe dans.

p. 434. Expérience, *lig.* 8. T t, *lisés*, t t.

p. 436. *lig.* 16, percussion du choc, *lisés*, ou du choc.
Lig. 22. sur leur chute, *lisés*, dans leur chute.

p. 438. note 5. *lig.* 1. - 352. *lisés*, page 367.

p. 440. au 3e. alineâ, *lig.* 6. d'écarter, *lisés* d'éclater.

p. 443. *lig.* 6 e c, *lisés*, c C. *lig.* 7. de ligne, *lisés*, de la ligne.

p. 445. le même, *lig.* 3. deux diag. onales, *lisés*, deux diagonales, & au renvoi ligne derniere, oyez, *lisés*, voyez le commencement du 3e.

p. 446. *lig.* 7. centre K, *lisés*, k.

p. 450. ligne penult. grande que, *lisés*, grande : que la.

p. 455. problême, *lig.* 17. *effacés*, & à la vitesse.

p. 457. *lig.* 16. le point, *lises*, le cercle. *lig.* 17, 18, & 29. B, *lisés*, β.

p. 458. *lig.* 9. & 11. B, *lisés*, β.

p. 466. *lig.* 17. D, *lises*, L.

p. 471. *lig.* 21. e a H, *lisés*, J.

p. 472. *lig.* 2. éprouvée, *lisés*, écrouée.

p. 479. *lig.* 17. lui-même, *lises* à lui-même.

p. 494 *lig.* 7, en montant, sur la plus grande, *effacés* sur.







